Ejercicio 7 Práctico 5

Bruno Melissari

1. Problema

¿Porque se conserva el momento angular total ($\vec{L}_{TOT}$) en el sistema planteado en la Figura 1?

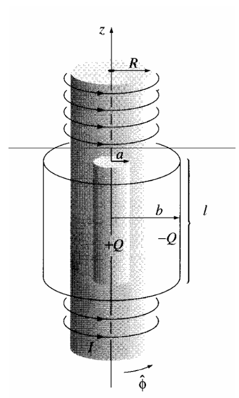

Figura 1: Esquema del problema planteado en el ejercicio. Extraido de Introduction to Electrodynamics' de David J. Griffiths.

El punto clave es que **no hay torque externo** aplicado sobre el sistema, por lo que el **MOMENTO ANGULAR DEBE CONSERVARSE**.

Ademas, en las diferentes partes del ejrcicio se puede ver como esto se evidencia:
- En la parte a) se pide calcular el momento angular del campo electromagnetico ($\vec{L}_{EM}$) obteniendose que

$$\vec{L}_{EM} = -\frac{1}{2}\mu_0 nIQ(R^2 - a^2).$$

y concluyendo que, al tener $\vec{L}_{MEC}$ nulo en esta configuración, el momento angular total es

$$\vec{L}_{TOT} = \vec{L}_{EM} + \vec{L}_{MEC} = \vec{L}_{EM} - 0 = -\frac{1}{2}\mu_0 nIQ(R^2 - a^2). \tag{1}$$

-Luego, en la parte b) se trata la situación donde la corriente I se lleva a cero de forma gradual, y nuevamente se pide calcular el momento angular pero esta vez mecanico ($\vec{L}_{MEC}$) obteniendo que

$$\vec{L}_{MEC} = \frac{1}{2}\mu_0 nIQ(R^2 - a^2)$$

pero ahora se tiene que $\vec{L}_{EM}$ es nulo (debido a que $I = 0$), por lo que

$$\vec{L}_{TOT} = \vec{L}_{EM} + \vec{L}_{MEC} = 0 + \vec{L}_{MEC} = \frac{1}{2}\mu_0 nIQ(R^2 - a^2). \tag{2}$$

Es claro ver (comparando 1 y 2), como el momento angular que llevaban los campos se transfirió a los cilindros en cuanto la intensidad de corriente desaparece. Esto sucede ya que al disminuir gradualmente la corriente en el solenoide, el campo magnético asociado también varía en el tiempo. Según la ley de Faraday, este cambio induce un campo eléctrico azimutal, no conservativo. Dicho campo ejerce fuerzas tangenciales sobre las cargas distribuidas en los cilindros, generando un torque que los hace rotar.

Como no hay torques externos, el momento angular total del sistema debe conservarse. Así, el momento angular que estaba inicialmente almacenado en el campo electromagnético se transfiere al movimiento mecánico de los cilindros, garantizando la conservación del momento angular total.

Esto implica que entonces: $\nabla \cdot \vec{M} = \frac{\partial(\vec{L}_{EM} - \vec{L}_{MEC})}{\partial t} = 0$, ya que la derivada temporal del momento angular es nula.