

## FÍSICA DE RADIACIONES I 2025

### HOJA 5

1. Asumiendo velocidades no relativistas, demuestre que:

$$\cot \theta_L = \cot \theta_C + \frac{m_1}{m_2} \operatorname{cosec} \theta_C$$

donde  $\theta_L$  y  $\theta_C$  son los ángulos de dispersión para el sistema LAB y CM, respectivamente.

2. Demuestre que la función de distribución  $dN/d\Omega$  entre el sistema CM y el sistema LAB se puede escribir como:

$$\frac{d\Omega_C}{d\Omega_L} = \frac{\left[ (m_1/m_2)^2 + 2(m_1/m_2) \cos \theta_C + 1 \right]^{3/2}}{1 + (m_1/m_2) \cos \theta_C} K_0$$

Asuma que no hay dependencia acimutal.

3. Halle el ángulo máximo de dispersión en el sistema LAB de una partícula incidente cuya masa es mucho mayor que la masa del blanco.
4. Demuestre que, si las masas son idénticas, la partícula incidente y el blanco se dispersan con un ángulo de  $90^\circ$  entre sí en LAB luego de la colisión.
5. De forma análoga al problema 1, demuestre que en el caso relativista:

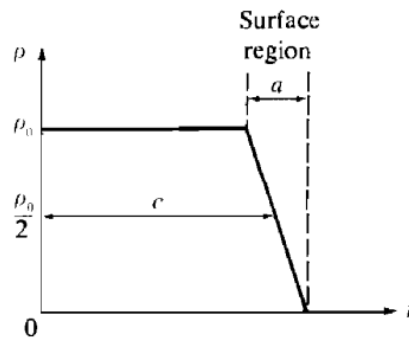
$$\cot \theta_L = \gamma_{CM} \left( \cot \theta_C + \frac{W_{1C}}{W_{2C}} \operatorname{cosec} \theta_C \right)$$

donde  $W_{1C}$  y  $W_{2C}$  son las energías totales de las partículas 1 y 2 en CM y  $\gamma_{CM} = (1 + \beta_{CM}^2)^{-1/2}$  con  $\beta_{CM} = P_1 / (W_1 + m_2)$ , siendo  $P_1$  y  $W_1$  el momento y la energía total de la partícula incidente en el sistema de laboratorio.

6. Un haz de partículas  $\alpha$  con una energía cinética de 4,5 MeV atraviesa una lámina delgada de  ${}^9\text{Be}$ . Se mide el número de partículas  $\alpha$  dispersadas entre  $30^\circ$  y  $90^\circ$  y entre  $90^\circ$  y  $150^\circ$ . Determine la relación entre estos números.
7. Un blanco de berilio tiene  $10^{19}$  átomos por  $\text{cm}^2$  y es bombardeado por un haz de protones de 1 MeV que incide normalmente al mismo. Calcule la probabilidad de que un protón sea dispersado por el campo coulombiano de un núcleo de berilio a un ángulo de  $138^\circ$  con un ángulo sólido  $d\Omega_L = 10^{-3} \text{ sr}$ . Datos:  $m_{\text{Be}}/m_p = 8,96$
8. A partir de la definición de sección eficaz de un evento, demuestre que la siguiente identidad se mantiene entre los sistemas CM y LAB:

$$\left( \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}} \right) d\bar{\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right) d\Omega$$

9. Un haz de partículas  $\alpha$  con una energía cinética de 600 keV incide normalmente sobre una lámina de oro de  $1,1 \cdot 10^{19}$  núcleos por  $\text{cm}^2$ . Halle la fracción de partículas  $\alpha$  dispersadas para ángulos menores a  $20^\circ$ .
10. a) Una partícula  $\alpha$  con una energía cinética  $T_\alpha$  colisiona frontalmente contra un núcleo de número atómico  $Z$  y número másico  $A$ . Calcule la distancia de máxima aproximación teniendo en cuenta el retroceso del núcleo.  
 b) Calcule la distancia de máxima aproximación en el caso de un protón de 0,2 MeV que colisiona frontalmente contra una partícula  $\alpha$  en reposo.  
 c) Si una partícula  $\alpha$  colisiona de manera frontal contra un protón en reposo, obtenga la energía cinética para que la distancia de aproximación sea igual a la del apartado b.
11. a) Un núcleo de número másico  $A$  realiza una transición de un estado excitado a su estado fundamental por emisión gamma. Calcule la diferencia entre la energía de excitación y la energía del rayo gamma debida al retroceso del núcleo.  
 b) Si el rayo gamma anterior es absorbido por otro núcleo de número másico  $A$ , ¿hasta qué energía puede excitarlo?  
 c) Aplique los resultados a un núcleo de  $^{57}\text{Fe}$  que emite una gamma de 14 keV.
12. a) Sea la densidad de nucleones  $\rho$  que varía con la distancia radial  $r$  desde el centro de un núcleo, tal y como se muestra en la figura. Estime la fracción de nucleones en la superficie de un núcleo de  $^{37}\text{Al}$ ,  $^{125}\text{Te}$  y  $^{216}\text{Po}$ . Datos:  $\rho_0 = 0,17 \text{ fm}^{-3}$ ;  $c = 1,1 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$ ;  $a = 3 \text{ fm}$ .

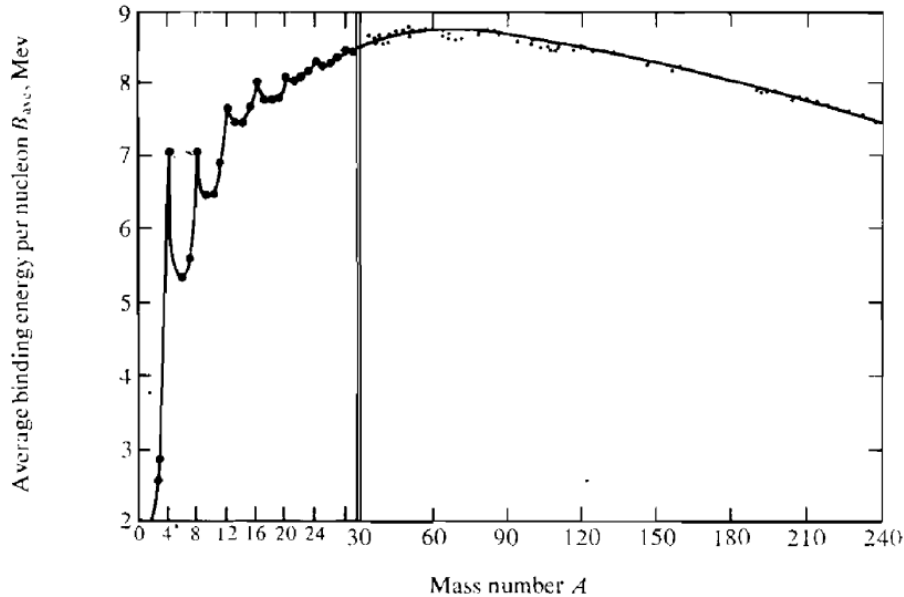


- b) Para ciertas propiedades nucleares, conviene definir un radio cuadrático medio tal que

$$R_{rms} = \left( \frac{\int_0^\infty \rho r^4 dr}{\int_0^\infty \rho r^2 dr} \right)^{1/2}$$

Evalúe esta cantidad para un núcleo de densidad uniforme y para un núcleo con una densidad como la del apartado a. Aplique este resultado a un núcleo de  $^{125}\text{Te}$ .

13. A partir de la gráfica, estime la energía total liberada en la fisión espontánea del  $^{238}\text{U}$  en dos fragmentos idénticos en la que se liberan 4 neutrones y donde los productos de la fisión decaen a núcleos estables. ¿Qué fracción de la masa de  $^{238}\text{U}$  se convierte en energía?



14. A partir de la fórmula semiempírica de la masa, calcule las energías de ligadura del último neutrón en  $^{207}\text{Pb}$  y  $^{208}\text{Pb}$ .
15. El núcleo  $^{27}_{14}\text{Si}$  decae a su núcleo "espejo"  $^{27}_{13}\text{Al}$  por emisión de un positrón. La energía máxima (energía cinética + energía en reposo) del positrón es 3,48 MeV. Asumiendo que la diferencia de masa entre los núcleos se debe a la energía de Coulomb, que los núcleos tienen carga uniforme  $Ze$  y que el radio viene dado por  $R_0 A^{1/3}$ , estime el valor de  $R_0$ .
16. Sea un núcleo con un número par de nucleones. Suponiendo que los niveles energéticos disponibles para los protones y neutrones están separados una cantidad  $\varepsilon$  y que en cada nivel solo puede haber una partícula de un tipo, muestra que si  $N \neq Z$ , la disminución en la energía de ligadura es aproximadamente igual a  $\frac{1}{4}\varepsilon(N-Z)^2$ .
17. a) Usando la fórmula de la masa, escriba  $m(Z, A)$  para un átomo y los valores numéricos de los coeficientes correspondientes.  
 b) Considere  $A$  impar y muestre que  $m(Z, A) = C + \frac{B}{2}(Z - Z_A)^2$ . Calcule los coeficientes y el valor de  $Z$  que da el mínimo de  $m(Z, A)$ .  
 c) Grafique  $Z_A/A$  para  $A$  impar colocando en la gráfica valores de  $Z$  para núcleos con  $A$  impar.  
 d) Obtenga los parámetros  $B$  y  $C$  en función de  $A$  y grafique  $C/A$  y  $B$  en MeV.

- e) Estos resultados muestran que en general existe un único núcleo isóbaro estable con  $A$  impar ante decaimiento beta (excepto si  $Z_A$  equidista de dos valores enteros). Calcule  $Z_A$  para  $^{65}\text{Cu}$  (estable) y grafique  $m$  en función de  $Z$  para sus vecinos hasta  $Z-2$  y  $Z+3$ , colocando los valores predichos y los medidos, y los decaimientos posible de uno a otro.
- f) ¿Cómo sería el caso con  $A$  par? Haga la gráfica de  $e$  para  $^{64}\text{Cu}$  y sus isobaros de  $\text{Ni}$  y  $\text{Zn}$ . Repita para los isóbaros con  $A = 194$  ( $\text{Os}$ ,  $\text{In}$ ,  $\text{Pt}$ ,  $\text{Au}$  y  $\text{Hg}$ ).
18. Obtenga las expresiones para la energía liberada en el decaimiento beta de un átomo con  $A$  par y con  $A$  impar.
19. ¿Para qué elementos deben existir isóbaros estables con (a)  $A = 80$  y (b)  $A = 97$ ?
20. Estudie la estabilidad de los siguientes átomos y diga el tipo de decaimiento y energías liberadas aproximadas para los casos inestables: (a)  $^{105}\text{Pd}$ , (b)  $^{105}\text{Ag}$  y (c)  $^{180}\text{Ta}$ .
21. A partir de las masas atómicas tabuladas, halle:
- La energía de ligadura promedio por nucleón en un núcleo de  $^{16}\text{O}$ .
  - La energía de ligadura de un neutrón y una partícula  $\alpha$  en un núcleo de  $^{11}\text{B}$ .
  - La energía necesaria para separar un núcleo de  $^{16}\text{O}$  en cuatro partículas idénticas.
22. Calcule la diferencia de energía de ligadura de un protón y un neutrón en un núcleo de  $^{11}\text{B}$ . Explique esta diferencia.