

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO I: Dinámica orbital con piques!
(los ejercicios mas interesantes se indican con $\triangleright$)

1. En un sistema extrasolar un planeta cuya órbita tiene un semieje $a = 1$ ua presenta un periodo orbital de medio año. Hallar la masa de la estrella en masas solares. Piques: despreciamos la masa del planeta y aplicando tercera ley de Kepler obtenemos $k^2 M_*$.
2. $\triangleright$ Si despreciamos el frenado atmosférico ¿cual es la mínima velocidad a la que impactaría en la Tierra un asteroide? Piques: si es un asteroide viene del infinito, pensar en el problema inverso, que velocidad le tendría que dar para que escape de la Tierra.
3. Hallar el Radio de Schwarzschild (velocidad de escape igual a la velocidad de la Luz) para un objeto puntual con masa igual a la de la Tierra. Piques: es el radio para que la velocidad de escape sea la velocidad de la luz.
4. $\triangleright$ Dos asteroides chocan a 3 ua del Sol. Sus órbitas son cuasicirculares pero sus semiejes difieren en 0.3 ua. ¿Cual es aproximadamente la velocidad de impacto? Piques: asumir velocidad circular y su variación Δv al variar el semieje un Δa .
5. $\triangleright$ Un satélite artificial esférico de radio R y densidad ρ_S en orbita circular de radio a tiene una aceleración de frenado paralela a su velocidad debido a la fricción con la atmósfera de densidad ρ . Suponiendo $C_D = 1$ hallar la expresión para la variación de su semieje orbital Δa al cabo de una revolución orbital. Piques: esta en las notas.
6. Sea un transneptuniano (TNO) de excentricidad despreciable en la resonancia exterior 2:5 con Neptuno. Hallar su semieje orbital y el tiempo transcurrido entre 2 alineaciones consecutivas Sol-Neptuno-TNO. Piques: sabiendo que el periodo orbital es $5/2$ veces el de Neptuno y sabiendo el semieje de Neptuno aplicando tercera ley de Kepler tengo el semieje. Luego hay que calcular la velocidad angular relativa del TNO respecto al sistema Sol-Neptuno.
7. Utilizando Solevorb o Orbe o algún otro integrador integre los planetas gigantes con algunas decenas de partículas sin masa con idénticos elementos orbitales iniciales pero con semiejes distribuidos entre $2,4 < a < 2,6$ ua y con $e = 0,1$ e integrar por 1 millón de años con salida de datos cada mil años. Hacer un gráfico superponiendo todos los estados orbitales de los asteroides ficticios en el espacio (a, e) y otro con (a, i) . Explique estos resultados. Piques: hay que agarrarle la mano al integrador y luego plotear los resultados usando por ejemplo gnuplot.
8. $\triangleright$ Verifique que el parámetro de Tisserand del cometa Halley respecto a Júpiter es $T = -0,605$. Si luego de un encuentro con Júpiter, Halley adquiere órbita parabólica con $q = 5,2$ ua calcule la inclinación orbital de esta nueva órbita con la cual se alejaría del sistema solar. Piques: hay que calcularlo recordando que en a hay que poner a/a_J . Luego si la orbita es parabolica hay que ver que $a(1 - e^2) = a(1 - e)(1 + e) = q^2$ y despejar la inclinacion.
9. $\triangleright$ Compare la aceleración que la Tierra ejerce sobre la Luna con la aceleración que el Sol ejerce sobre la Luna. ¿Por qué la Luna gira alrededor de la Tierra? Piques: hay que hacer las cuentas. Tanto la Tierra como la Luna estan en el campo gravitacional del Sol.

10. Compare la aceleración de mareas que la Tierra ejerce sobre la Luna con la aceleración de mareas que Júpiter ejerce sobre Io. Piques: aplicar formulas, Io sufre mucho mas, pobre...
11. Estime la máxima distancia a la Luna a la cual una nave espacial puede orbitar en torno de la Luna. Piques: pensar en el sistema Tierra-Luna y una partícula, se puede aplicar el razonamiento de mareas orbitales o la esfera de Hill.
12. ▷ Durante el día el Sol está sobre nuestras cabezas y durante la noche está a nuestros pies. Cuánto debería variar el peso de una persona a lo largo del día? En serio? Piques: se supone que en el día el Sol tira para arriba y en la noche tira para abajo y eso se puede calcular. Pero este razonamiento tiene una falla.

Departamento de Astronomía (IFFC) 2025

www.astronomia.edu.uy/depto

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO I: Dinámica orbital RESPUESTAS

1. 4 masas solares
2. vel de escape en la superficie de la Tierra, 11200 m/s
3. 9 milímetros
4. esta en las notas
5. esta en las notas
6. $a = 55,39$ ua y el tiempo entre alineaciones es 274.8 años
7. vayan a la web de solevorb y pongan cabeza. Requerimiento previo: conocer que es texto plano, editor de texto plano (como bloc de notas o Textpad), aprender a usar un graficador como la gente (como gnuplot).
8. los datos de Halley estan en JPL por ejemplo
https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?ID=c00001_0
La inclinacion de eyeccion parabolica seria 102 grados.
9. la del Sol es 2.16 veces superior a la de la Tierra
10. esta en las notas, las mareas que sufre Io es 250 veces la de la Luna
11. por el criterio de mareas la maxima distancia a la Luna es 0.18 veces la distancia Tierra-Luna. Usando el radio de Hill serian 0.16 veces la distancia Tierra-Luna.
12. segun la NASA (<https://eclipse2017.nasa.gov/faq>) el peso de una persona de 80 kg tendria variaciones de ± 48 gr pero el resultado correcto es ± 12 miligramos.

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO II: Radiación solar con piques!
 (los ejercicios mas interesantes se indican con ▷)

1. ▷ Una nube que pasa delante de una estrella disminuye su intensidad observada a la décima parte. Hallar la profundidad óptica de la nube, τ , y la variación en la magnitud observada. Piques: plantear caída exponencial de la intensidad para obtener τ . Ver relacion entre escala de magnitudes e intensidad.
2. ▷ Un asteroide se mueve en una órbita circular de radio 2.5 ua coplanar con la eclíptica. La magnitud aparente del asteroide en la oposición es $m_1 = 15,2$ y cuando alcanza el ángulo de fase máximo α_m es $m_2 = 16,8$. Si $\Phi(\alpha)$ es la función de fase, calcular el cociente $\Phi(\alpha_m)/\Phi(0)$. Piques: se necesitan las dos distancias a la Tierra Δ que se obtienen por geometria. Plantear formula de magnitud aparente en funcion de demas parametros y operar.
3. Del estudio fotométrico de un asteroide se deduce que la radiación total reflejada es la mitad de la emitida en infrarrojo. Calcular el albedo Bond del asteroide. Piques: la emitida en el infrarrojo es la absorbida en el visual.
4. Calcular la temperatura de equilibrio de la Luna. (a) Suponiendo que es rotador rápido. (b) Suponiendo rotador lento y en función de la altura del Sol visto desde la Luna. Albedo Bond de la Luna $A = 0,123$. Piques: para la primer parte aplicar formula. En las notas esta la formula en funcion de la distancia cenital z del Sol.
5. ▷ Un asteroide de rotación rapida tiene un albedo Bond $A = 0,25$ y se encuentra en oposición ($\alpha = 0$) a una distancia heliocéntrica $r = 2,6$ ua. Asumiendo que su albedo geométrico también es 0.25 y que es independiente de la longitud de onda, deducir a partir de qué longitud de onda, λ , el flujo recibido en la Tierra proveniente de la radiación térmica del asteroide pasa a ser mayor que el flujo recibido en la Tierra proveniente de la luz solar reflejada. Piques: guambia. Emite siguiendo una curva de Planck con su temperatura de equilibrio y refleja el espectro solar factorizado por el albedo y por un factor geometrico relacionado con el tamaño del Sol y su distancia heliocéntrica. Imposible despejar λ , hay que graficar y deducirlo graficamente.
6. Plutón tiene un semieje orbital $a = 39,5$ ua y una excentricidad orbital de $e = 0,25$. Asumiendo rotación lenta y sabiendo que su albedo es $A = 0,55$ hallar su temperatura de equilibrio en el perihelio y en el afelio. Suponiendo que se encuentra en oposición hallar la relación de flujos reflejados recibidos en la Tierra F_{per}/F_{afe} . Hallar el error en la temperatura considerando que el error en el albedo es 0.1. Piques: necesitamos las distancias a la Tierra en ambas posiciones y aplicar formula. Luego diferenciado la temperatura de equilibrio obtengo como influye el error en albedo.
7. ▷ Si R es el radio en kms de un asteroide esférico, H su magnitud absoluta y p su albedo geométrico probar que

$$R \simeq \frac{670}{\sqrt{p}} 10^{-H/5}$$

Piques: ver notas capitulo 8.

8. Calcular la relación entre la insolación recibida el 21 de junio y la recibida el 21 de diciembre en el tope de la atmósfera para lugar de $\phi = -35^\circ$. Suponer órbita circular para la Tierra. Si la oblicuidad del eje de rotación terrestre fuera cero, cual seria la insolación?. Piques: aplicar formula. Si no hay oblicuidad el Sol esta siempre en el ecuador.
9. Calcular el periodo orbital entorno del Sol para un grano de polvo con $\beta = 0,3$ y semieje mayor $a = 1$ ua. Piques: equivale a tener un Sol con menor masa.
10. $\triangleright$ Estimar da/dt en función de ΔT debido al efecto Yarkovsky para un asteroide en órbita circular de $a = 2,5$ ua de $R = 1000$ m, $\rho = 2000$ kg/m³, $A = 0,15$. Piques: esta en las notas.

Departamento de Astronomía (IFFC) 2025

www.astronomia.edu.uy/depto

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO II: Radiación solar RESPUESTAS

1. $\tau = 2,3$, $\Delta m = 2,5$.
2. 0.54
3. $A = 1/3$
4. (a) 279 K, (b) $T(z) = 395(\cos z)^{1/4}$ K
5. $\lambda \simeq 6,7 \times 10^{-6}$ m
6. $T_{per} = 52$ K, $T_{afe} = 40$ K, $F_{per}/F_{afe} = 8$, $\Delta T/T = 0,056$
7. ver notas capitulo 8
8. H_p expresado en radianes es 1.26 y 1.88 lo que lleva a $Q(21/6)/Q(21/12) = 0,38$. Si $\delta_\odot = 0$ la insolacion queda $Q \propto \cos \phi$
9. $T = 436,6$ dias
10. esta en las notas

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO III: Atmósferas con piques!
 (los ejercicios mas interesantes se indican con ▷)

1. Asumiendo que la Tierra tiene rotación rápida y albedo 0.31 hallar la temperatura de equilibrio sin considerar la existencia de atmósfera. Sabiendo que la temperatura superficial del planeta es 288 K hallar la profundidad óptica en el infrarrojo τ_{ir} de la atmósfera terrestre. Piques: equilibrio térmico y luego efecto invernadero.
2. Calcular la densidad de la atmósfera en la superficie de la Tierra y su escala de altura H en la superficie asumiendo que está compuesta enteramente de nitrógeno molecular y sabiendo que la temperatura en la superficie es 288 K y la presión 10^5 Pa. Estime su escala de tiempo térmica. Piques: asumir gas perfecto. Para la escala térmica qué temperatura se debería usar?
3. ▷ Calcular a qué profundidad en los océanos terrestres la presión es igual a 2 atmósferas. Suponiendo que los océanos tienen en media 4 km de profundidad y que cubren la mitad de la superficie terrestre estimar cuánto aumentaría la presión en la superficie terrestre si todos los océanos se evaporaran integrándose a la atmósfera. Piques: equilibrio hidrostático y luego simple definición de presión.
4. ▷ Si transportáramos la atmósfera terrestre al planeta Marte calcular cuál sería la presión en la superficie de Marte despreciando la atmósfera propia marciana. Suponiendo para Marte una temperatura $T_M = 215$ K y para la Tierra $T_T = 288$ K calcular la relación entre la escala de altura de esta atmósfera artificial marciana y la de la atmósfera terrestre. Piques: básicamente definición de presión.
5. Si la Tierra estuviera a 5 ua del Sol estimar cómo cambiaría la escala de altura de su atmósfera. ¿Cómo sería su presión superficial? Piques: escala de altura y luego definición de presión. Insistimos.
6. Calcular el gradiente convectivo dT/dr para la Tierra asumiendo una atmósfera compuesta enteramente de N_2 y para Marte asumiendo una atmósfera de CO_2 . Piques: considerar que la gravedad superficial es diferente y la composición también.
7. ▷ Exobase terrestre. a) Considerando una temperatura de 1000 K para la exósfera calcular su escala de altura H_{exo} asumiendo que está constituida por N_2 . b) Hallar la densidad numérica $N(z_{exo})$ de moléculas de nitrógeno en la exobase. c) Estimar la altura z_{exo} a la que se encuentra la exobase asumiendo una temperatura media para toda la atmósfera de 600 K. Dato: el diámetro de una molécula de N_2 es 375×10^{-12} m. Piques: para la parte b usar escala de altura, para la parte c si la temperatura es constante se obtiene una relación $N(z)$.
8. Suponga que un asteroide de radio 15 km y densidad 2000 kg/m^3 impacta la Tierra a una velocidad de 30 km/s. Asumiendo que inyecta toda su energía cinética a la atmósfera terrestre y aplicando el teorema del virial estimar la fracción de atmósfera terrestre eyectada. Piques: ver en que fracción de atmósfera se debería inyectar la energía del asteroide para que alcance una energía cinética tal que supere el equilibrio según el teorema del virial.

9. ▷ Estimar la energía en megatones necesaria que hay que inyectar en la atmósfera de Venus para que escape en su mayor parte y sobreviva lo necesario para que la presión superficial sea de 1 atmósfera. Suponiendo que su composición no cambia calcular la nueva temperatura superficial una vez que se haya disipado toda la energía inyectada.
Piques: calcular la fracción de atmósfera a eliminar y aplicando virial se calcula la energía necesaria. La nueva temperatura tendrá que ver con la nueva profundidad óptica.
10. La Nube Negra de la novela de Hoyle tiene densidad $1,3 \times 10^{-10}$ g/cc y se encuentra con la Tierra a una velocidad de 80 km/s. Estimar la presión de la nube sobre la atmósfera terrestre. La sentiremos? Piques: interesante. Ignorando la atracción de la Tierra se puede suponer que hay un drag de la Tierra.

Departamento de Astronomía (IFFC) 2025

www.astronomia.edu.uy/depto

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO III: Atmósferas RESPUESTAS

1. $T_{eq} = 254$ K, $\tau_{ir} = 0,87$
2. esta en las notas
3. 10.2 m, unas 196 atmosferas
4. esta en las notas
5. $H(5ua) = H(1ua)/\sqrt{5}$, la presion es la misma
6. $-9,5 \times 10^{-3}$ y -5×10^{-3} grados/m
7. $H_{exo} = 30$ km, $N = 3 \times 10^{14}$ moléculas/m³, $z_{exo} \sim 440$ km
8. 8 %, es bastante
9. 3×10^{12} megatones, $T = 279$ K.
10. asumiendo $C_D/2 \sim 1$ da unos 800 Pascales, o sea 0.008 atmosferas, poco. Pero la friccion genera calor y eso compromete parte de la atmosfera, para saberlo hay que leer la novela.

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO IV: Superficies con piques!
(los ejercicios mas interesantes se indican con $\triangleright$)

1. Sabiendo que la temperatura del interior terrestre crece 25 grados por kilómetro y asumiendo que las rocas de la litosfera tienen conductividad térmica $K_T = 3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ calcular la energía total que emite la Tierra por segundo. Piques: ley de Fourier.
2. Un asteroide rocoso tiene densidad $\rho = 3300 \text{ kg}^1\text{m}^{-3}$, calor específico $c_P = 1200 \text{ J}^1\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ y conductividad térmica $K_T = 3 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$. Suponiendo un período rotacional de 10 horas estimar hasta qué profundidad es afectado el perfil térmico por las variaciones superficiales de temperatura. Piques: piel térmica.
3. Si las placas litosféricas se mueven en media a razón de 6 cm por año estimar el tiempo necesario para reciclar completamente la corteza terrestre. Piques: geometría nomas.
4. Un asteroide rocoso de $\rho = 3400 \text{ kg}^1\text{m}^{-3}$ y de 10 km de diámetro colisiona a la Tierra con la mínima velocidad posible despreciando el frenado atmosférico. Calcular la energía inyectada a la corteza terrestre en megatones y presión desarrollada por el impacto asumiendo una densidad $\rho = 2900$ para la corteza terrestre. Calcular la magnitud en la escala Richter. Piques: hay una mínima velocidad de impacto...
5. $\triangleright$ Se estima que el objeto que generó el fenómeno en Chelyabinsk en febrero 15 de 2013 fue un pequeño asteroide de 17 m de diámetro que ingresó a la atmósfera a una velocidad de 18 km/s. Asumiendo una densidad de $\rho = 3,8$ estimar si la atmósfera terrestre es capaz de frenar sustancialmente un objeto de esas características en caso de caer verticalmente. Calcular la energía en Mt que transporta el asteroide y estimar el área destruida por la onda expansiva. Piques: ver las notas.
6. $\triangleright$ Estimar el radio que debería tener un asteroide rocoso para atravesar la atmósfera de Venus y llegar a hipervelocidad a su superficie. Piques: es una estimación en base a la masa de atmósfera barrida en el ingreso.
7. $\triangleright$ La distribución cumulativa de cráteres de un planeta es del tipo $N_c = kR^{-2,5}$. a) Sabiendo que tiene 60 cráteres con radios entre 50 y R_{max} km estimar R_{max} . b) Si el planeta tiene un radio $R_p = 1000$ km calcular el valor R_s a partir del cual la superficie del planeta está saturada de cráteres, o sea, el área ocupada por los cráteres con $R > R_s$ cubre completamente la superficie del planeta. Piques: usar distribución cumulativa para la primer parte y no cumulativa para la segunda.
8. La distribución cumulativa de cráteres de un planeta es del tipo $N_c \propto D^{-2,5}$. El planeta tiene una región de su superficie muy antigua y otra muy joven de áreas similares. En la antigua hay 100 cráteres con $D > 500$ m y en la joven hay 100 cráteres con $D > 100$ m. Asumiendo que la tasa de craterización se mantuvo constante estimar la relación entre sus edades. Piques: en las notas.

9. $\triangleright$ Una superficie ha estado expuesta a un bombardeo de proyectiles cuyo flujo disminuye con el tiempo, t , siguiendo la ley: $F(t) = F_0 e^{-t/T}$ donde F_0 es el flujo inicial en el instante $t = 0$ y T es una constante en años. Probar que el número total de proyectiles que impactaron hasta el presente, t , en una superficie que tiene una edad E es $N(t) = F_0 T e^{-t/T} [e^{E/T} - 1]$. Piques: edad E significa que si hoy es el instante t la edad E corresponde al instante $t - E$.
10. Completar el cuadro que sigue indicando para cada cuerpo si el ítem existe (1), no existe (0) o si hay duda (?). Piques: leer las notas.

superficies

[illegible]

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO IV: Superficies RESPUESTAS

1. $3,86 \times 10^{13}$ W
2. 0.093 m
3. aprox. 150 millones de años
4. 27×10^6 megatones, en escala Richter es 11.7 y la presión 1.7 millones de atmósferas.
5. en las notas
6. radio mayor a 282 metros aprox
7. $R_{max} = 259$ km, $R_s = 0,46$ km
8. en las notas

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO V: Interiores con piques!
(los ejercicios mas interesantes se indican con ▷)

1. ▷ Sea un asteroide rocoso ($\rho = 3500$) de radio R y sabiendo que su resistencia a la compresión es $S_m = 2 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$ calcular el radio mínimo para que al menos la mitad de su masa se encuentre significativamente comprimida. Idem para uno metálico de $\rho = 8000$ y $S_m = 4 \times 10^8 \text{ N m}^{-2}$. Piques: calcular el radio r de la esfera donde se encuentra la mitad de la masa. Calcular R para que en r la presión sea S_m .
2. ▷ Asumiendo que el interior de Mercurio está constituido por 2 zonas homogéneas: un núcleo interior de Fe de $\rho = 8300$ y un manto rocoso de densidad $\rho = 3500$, calcular el radio del núcleo, el coeficiente de inercia $\alpha = I/MR^2$ y la presión central P_c . Datos: $R = 2440 \text{ km}$, $M = 3,3 \times 10^{23} \text{ kg}$. Piques: en las notas.
3. Si un asteroide como Ceres impacta en la Tierra a 30 km/s y cede toda su energía cinética a la corteza terrestre estime mediante el teorema del virial el espesor de capa terrestre que resulta completamente volatilizada. Piques: en las notas.
4. Si toda la masa de la Luna fuera acreetada sobre la Tierra formando una capa esférica, estimar el incremento en la temperatura que dicha capa experimentaría. Suponer un material rocoso: $\rho = 3500$ y $c_p = 1,2 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Piques: en las notas.
5. Compare la luminosidad intrínseca de la Tierra (0.075 W m^{-2}) con la solar reflejada y la infrarroja reemitida suponiendo albedo Bond $A = 0,31$. Piques: tenemos la solar que llega a la Tierra y con el albedo tenemos la reflejada y absorbida (reemitida).
6. ▷ La litósfera es la capa externa sólida del manto superior, el cual se encuentra en estado sólido si $T < 1200 \text{ K}$. Considerando que la conductividad térmica de la Tierra es $K_T = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y que el flujo de calor es 0.075 W m^{-2} estimar el espesor de la litósfera terrestre. Piques: con ley de Fourier calcular r tal que la temperatura sea esa.
7. ▷ Suponiendo que el núcleo terrestre tiene temperatura uniforme y un radio de 3500 km y asumiendo que en el manto el calor se propaga por conducción y que tiene conductividad térmica $K_T = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y que el flujo de calor en la superficie terrestre es 0.075 W m^{-2} estimar la temperatura del núcleo. Piques: ley de Fourier en capas esféricas, integrar entre el núcleo y la superficie.
8. ▷ Calcular la cantidad total de energía interna perdida por la Tierra asumiendo que el flujo superficial o luminosidad intrínseca es 0.075 W m^{-2} y que se ha mantenido constante a lo largo de la vida del sistema solar. Calcular la temperatura que tendría la Tierra si ese flujo no se hubiese escapado. Tomar como calor específico de las rocas $c_p = 1200 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Piques: calcular ΔQ total y el ΔT que eso genera en la masa terrestre.
9. Suponiendo que la luminosidad intrínseca observada de la Tierra es enteramente producida por materiales radiogénicos y suponiendo que la Luna tiene igual composición que la Tierra estimar el flujo superficial de la Luna. Piques: la producción de calor es proporcional a la masa y el flujo es proporcional a la superficie.

10. ▷ Estimar a que distancia debería estar la Luna para que debido a las mareas los océanos se elevaran 1 km. Considerar que la elevación es $5H/2$. Piques: alucinante
11. El tiempo requerido por ondas P y S para alcanzar una estación que se encuentra a un ángulo al centro terrestre de 40° del lugar donde se produjo un terremoto es de 7.5 min y 14 min respectivamente. Suponiendo que las ondas se propagan en línea recta a través de un medio elástico uniforme de densidad $\rho = 4000 \text{ kg/m}^3$, calcular el módulo de incompresibilidad K_m y el coeficiente de rigidez μ_{rg} . Piques: calcular distancias y velocidades.
12. ▷ Asumiendo que el interior de Saturno puede ser representado por un polítopo de la forma $P = k\rho^2$ en equilibrio hidrostático, escribir la ecuación para $\rho(r)$ y probar que la solución es del tipo $\rho(r) = \rho_c \sin(ar)/ar$. Asumiendo que en la superficie $\rho(R_S) = 0$, hallar la densidad central ρ_c . Datos: $M_S = 5,7 \times 10^{26} \text{ kg}$, $R_S = 6 \times 10^7 \text{ m}$. Piques: derivar ecuación de estado, sustituir en equilibrio hidrostático, y luego derivar otra vez.

Departamento de Astronomía (IFFC) 2025

www.astronomia.edu.uy/depto

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO V: Interiores RESPUESTAS

1. planteando $S_m = P_{1/2} = \int_{P_{sup}}^{P_{1/2}} dP$, con $R_{1/2} = R/2^{1/3}$, se obtiene

$$R^2 = \frac{3S_m}{2\pi G \rho^2} \frac{2^{2/3}}{2^{2/3} - 1}$$

rocoso da 562 km y el metálico 348 km.

2. esta en las notas pero digamos que $R_n = 1799 \text{ km}$ y sale de $M = \frac{4}{3}\pi(R_n^3\rho_n + (R^3 - R_n^3)\rho_m)$, $I = I_n + I_m$ donde I_n es el del nucleo y I_m es el de una esfera de radio R y densidad ρ_m con un hueco central de radio R_n . Para la P_c se integra la ecuación de equilibrio hidrostático en 2 tramos diferentes: desde la superficie hasta R_n y desde R_n al centro. Se obtiene $\alpha = 0,336$, $P_c = 3,98 \times 10^{10} \text{ Pa}$.

3. en las notas y el resultado sería $dR = 9200 \text{ m}$.

4. esta en las notas pero digamos que el incremento de temperatura se debe a la transformación de la energía cinética en calor, la energía cinética es del mismo orden que la potencial entonces

$$\Delta Q = \frac{G \cdot M_{\oplus}}{R_{\oplus}} m_L = c_P \cdot \Delta T \cdot m_L$$

la densidad no se necesita en esta aproximación

5. siendo la incidente $L_{in} = F_{\odot} \frac{R_{\odot}^2}{r^2} \pi R_{\oplus}^2$, tenemos $L_{ref} = L_{in} A$, $L_{reem} = L_{in}(1 - A)$, $L_{intr} = 0,075 \cdot 4\pi R_{\oplus}^2$
6. $\Delta z \sim 36 \text{ km}$
7. $T \sim 132000 \text{ K}$, es mucho...

8. $\Delta Q = 0,075 \times 4\pi R_{\oplus}^2 t_{\oplus}$ y $\Delta Q = c_P \Delta T m_{\oplus}$ de donde la temperatura actual seria 1040 K
9. flujo por unidad de superficie $\frac{F_L}{F_{\oplus}} = \frac{m_L}{m_{\oplus}} \frac{R_{\oplus}^2}{R_L^2}$
10. $r = 5,8 R_{\oplus}$
11. $K_m = 2,33 \times 10^{11}$ y $\mu_{rg} = 1,086 \times 10^{11}$ Pascales
12. Es un viaje este problema. Derivar ecuacion de estado y sustituir en ecuacion de equilibrio hidrostático, luego derivar respecto a r y se obtiene

$$\rho'' r^2 + \rho' 2r = -\frac{2\pi G}{k} r^2 \rho$$

Para hallar ρ_c hay que calcular la masa de Saturno como una integral y probar que

$$\rho_c = \frac{\pi M_S}{4R_S^3}$$

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO VI: Sol y Magnetosferas con piques!
(los ejercicios mas interesantes se indican con ▷)

1. Asumiendo un modelo simple del interior del Sol con densidad uniforme y en equilibrio hidrostático, estimar la presión y la temperatura en el centro. Adoptar un peso molecular medio correspondiente a una composición $X=0.75$, $Y=0.25$. Piques: tenemos expresión para la presión central y la temperatura se deduce de gas perfecto.
2. ▷ Suponiendo un modelo de densidad $\rho(r) = a + b \cdot r$ para el Sol y dadas $M_{\odot}$ y $R_{\odot}$ hallar las constantes a y b y el valor de la densidad central. Asumiendo equilibrio hidrostático hallar presión central. Estimar temperatura central. Piques: en las notas.
3. Suponiendo que el núcleo del Sol tiene masa $M_n = M_{\odot}/10$ siendo H en un 75 %, estimar el tiempo que le resta para consumir el H mediante el proceso proton-proton. Considere que en el proceso p-p, 4 átomos de H se transforman en uno de He y que la masa restante se transforma en energía. Piques: hay que empezar calculando la diferencia de masas en el p-p.
4. ▷ Si la fuente de energía del Sol fuera su energía potencial estimar durante cuánto tiempo podría sostener su luminosidad actual. Considerar que la energía potencial de una esfera homogénea es $3GM^2/5R$. Piques: conociendo su luminosidad y la energía potencial total deducir el tiempo que le llevaría contraerse totalmente.
5. La distancia media entre el punto de partida de un fotón y el punto de llegada al cabo de N absorciones y reemisiones es $d = l\sqrt{N}$ siendo $l = 0,01$ cm el camino libre medio de los fotones en el interior del Sol. Estimar el tiempo que le lleva a un fotón viajar desde el centro a la superficie solar. Piques: calcular N para atravesar el radio solar, luego la distancia total recorrida por el fotón.
6. La densidad del viento solar cerca de la Tierra es de 5 partículas por cm^3 y su velocidad es de aproximadamente 400 km/seg. Calcular la masa perdida por el Sol a lo largo de su vida debido al viento solar. Suponer que las partículas son protones, núcleos de He y los electrones resultantes de la ionización. Considerar que por cada núcleo de He hay 9 de H. Piques: calcular el peso molecular medio con cuidado, luego el flujo de masa y de allí la masa total.
7. ▷ Calcular la distancia al Sol para la cual la presión cinética $\frac{1}{2}\rho v^2$ del medio interestelar iguala a la del viento solar. Suponer que el viento interestelar se desplaza a velocidad de 25 km/s y que la velocidad del viento solar es 400 km/s. Asumimos que la composición química de ambos es la misma. La densidad del medio interestelar es de 0,2 partículas por cm^3 y la del viento solar es de 5 partículas por cm^3 a la altura de la Tierra. Piques: hay que calcular la presión del viento solar en función de r .
8. Una mancha del volumen de la Tierra tiene asociado un campo $B = 0,3$ T. Calcular la energía total que podría inyectar esta mancha en el gas de la fotosfera solar. Piques: en las notas.
9. ▷ Considerando el flujo del viento solar en la Tierra estimar el radio de la magnetosfera terrestre sabiendo que la Tierra tiene momento magnético $M_{\oplus} = 7,9 \times 10^{15} \text{ T m}^3$. Piques: en las notas.

10. Estimar la distancia de la magnetopausa de Júpiter asumiendo que su momento magnético es 20000 veces el terrestre y que el viento solar, compuesto unicamente por protones, tiene una densidad de 5 protones por cm cubico a la distancia de la Tierra. Piques: parecido al anterior.

Departamento de Astronomía (IFFC) 2025

www.astronomia.edu.uy/depto

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO VI: Sol y Magnetósferas

RESPUESTAS

1. $P_c = 1360$ millones de atmósferas. Asumiendo que la presión es sostenida solo por el gas y asumiendo gas perfecto con densidad media $\rho = 1400 \text{ kg/m}^3$ y $\mu = 0,59$ tenemos $T_c = 6,6$ millones de grados.
2. en las notas
3. en el p-p solo una fracción 0.007 de la masa de H se transforma en energía, daría 7800 millones de años
4. 19 millones de años
5. $N \sim 5 \times 10^{25}$ y daría 500.000 años
6. la masa de $9\text{H} + 1\text{He}$ se reparten en 21 partículas. Luego se llega a $0,00004M_\odot$
7. 80 ua
8. en las notas
9. en las notas
10. fácil equivocarse con la densidad del viento solar que a la altura de Júpiter debe ser $3,1 \times 10^{-22} \text{ kg/m}^3$. A mi me da $2,5 \times 10^9 \text{ m}$, tipo 35 radios de Júpiter.

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO VII: Cuerpos menores con piques!
(los ejercicios mas interesantes se indican con $\triangleright$)

1. Calcular la velocidad terminal al llegar a la superficie terrestre de una roca de radio 10 cm y $\rho = 2000$ y de otra del mismo radio pero $\rho = 8000$. Asumir $C_D = 1$. Piques: primero verificar que hay frenado atmosférico calculando la masa de atmósfera barrida. Luego aplicar formula.
2. $\triangleright$ El ^{187}Re decae en ^{187}Os con una media vida $t_{1/2} = 41,6$ Gyrs. En diferentes partes de una roca se encontraron las siguientes abundancias de $^{187}\text{Re}/^{188}\text{Os}$ y $^{187}\text{Os}/^{188}\text{Os}$ siendo el ^{188}Os de origen no radiogenico: (0.664, 0.148), (0.512, 0.136) y (0.414, 0.128). Estimar la edad de la roca. Piques: primero hacer la grafica.
3. Sea $N(R)dR \propto R^{-\zeta}dR$ el numero de objetos de una población con radio entre R y $R+dR$. Probar que en función de la masa y suponiendo igual densidad para todos los objetos la distribución resulta $N(m) \propto m^{-x}$. Hallar relación entre ζ y x . Piques: considerar relación masa radio y que $N(m)dm = N(R)dR$.
4. $\triangleright$ Suponiendo una ley de potencia $N(R) \propto R^{-\zeta}$ para el número de asteroides con radio R localizados entre 2.1 y 3.3 ua con $\zeta = 3,5$ y sabiendo que existen 20 asteroides con radio mayor que 110 km calcular el número de asteroides con radio mayor que 1 km. Suponiendo que los asteroides se encuentran uniformemente distribuidos en un cinturón de 0,5 ua de espesor y con velocidades relativas de 5 km/s, calcular la frecuencia con la cual un asteroide particular de 100 km de radio colisiona con cualquier asteroide de radio 1 km o mayor. Piques: en las notas.
5. $\triangleright$ Para el problema anterior y asumiendo densidad constante para todos los asteroides calcular la masa total contenida en los asteroides de radio mayor o igual a 100 km. Piques: estimar R_{max} , integrar densidad no cumulativa por la masa que aporta cada asteroide.
6. Calcular el mínimo período rotacional para un asteroide esférico de cohesión despreciable de densidad ρ y radio R . Piques: igualando centrífuga y atracción gravitacional.
7. A partir del teorema del virial estime el mínimo radio R_p que debe tener un proyectil para destruir un asteroide de radio R y densidad ρ asumiendo igual densidad para el proyectil y una velocidad de impacto v . Piques: calcular energía potencial del asteroide y cinética del proyectil.
8. $\triangleright$ Para estimar la frecuencia de colisión de un asteroide tipo NEA con la Tierra se integran numéricamente 200 clones por 100000 años y se analiza el número de encuentros. Sabiendo que hubo 30000 encuentros a menos de $400 R_{\oplus}$ y considerando que el número de encuentros es proporcional al cuadrado de la distancia al centro de la Tierra estimar la frecuencia de colisión (número de colisiones por año) del NEA con la Tierra. Asumir que debido al enfoque gravitacional habrá colisión cuando el parámetro de impacto sea $\sigma \leq 1,2R_{\oplus}$. Piques: calcular numero de encuentros a menos de $1,2R_{\oplus}$ y considerar que son 200 clones.
9. El asteroide 2012 TC4 tiene elementos $a = 1,40$ ua, $e = 0,34$, $i = 0,86$, utilizando la aproximación de Öpik calcular su vida media antes de colisionar con la Tierra. Piques: usar las formulas de Öpik o el programa.

10. ▷ Estimar la frecuencia esperada de observación de cometas interestelares. Asumir que la nube de Oort posee 10^{12} cometas que son observables si alcanzan una distancia heliocéntrica menor a 2 ua y que cinco veces más cometas han sido eyectados hacia fuera del sistema solar en órbitas parabólicas. Considerar que la densidad de estrellas es 0,065 por parsec cúbico y la velocidad relativa entre estrellas es 30 km/s. Piques: en las notas.
11. ▷ Sea un cometa formado de hielo de agua de radio 1 km, densidad $\rho = 600 \text{ kg/m}^3$ y albedo $A = 0,1$ en órbita circular a 1.5 ua del Sol. Sabiendo que la temperatura de equilibrio del núcleo es 180 K estimar el espesor de capa de hielo volatilizado al cabo de una revolución orbital. Calor latente de sublimación para el agua: $L_s = 5 \times 10^4 \text{ J/mol}$. Piques: calcular Q acumulado y deducir ΔR . Ignorar perdidas por conducción de calor al interior.
12. Utilizando la base de datos de JPL http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi seleccione los objetos Centauros, los cometas tipo Halley y los JFCs y construya una gráfica $(1/a, T)$ siendo T el parámetro de Tisserand respecto a Júpiter. Indique aproximadamente en que región estarían los asteroides y los TNOs. Piques: just do it.

Departamento de Astronomía (IFFC) 2025

www.astronomia.edu.uy/depto

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO VII: Cuerpos Menores

RESPUESTAS

1. En ambos casos la masa de atmósfera barrida es superior a la masa de la roca por lo que habra efectivamente suficiente frenado como para llegar a la velocidad terminal. Asumiendo $C_D = 1$ obtenemos 63.4 m/seg y 127 m/seg.
2. A partir de la pendiente 0.08 y considerando que $\tau = t_{1/2}/\ln 2$ obtenemos $\Delta t = 4619$ millones de años.
3. $x = (\zeta + 2)/3$
4. En las notas. Ignorando el tamaño del proyectil en el calculo el resultado es similar.
5. En este caso es necesario estimar R_{max} que resulta ser 365 km. Masa = $\rho \cdot 4,84 \times 10^8 \text{ km}^3$.
6. $P_{min} = \sqrt{3\pi/(\rho G)}$
7. Asumiendo que la energia cinética del proyectil debe ser al menos la mitad de la potencial tenemos $R_p^3 > (4\pi G \rho R^5)/(5v^2)$.
8. $1,35 \times 10^{-8}$ colisiones por año o una cada 74 millones de años.
9. 11.4 millones de años.
10. en las notas
11. ignorando conduccion y asumiendo emisividad 1 se obtiene una produccion de $1,5 \times 10^{28}$ moleculas/seg, resultando al cabo de una revolucion un $\Delta R \simeq 350 \text{ cms}$.
12. hacedlo

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO VIII: Exoplanetas y Formación Planetaria con piques!
 (los ejercicios mas interesantes se indican con ▷)

1. ▷ Para un planeta extrasolar se obtiene $M \sin i = 1M_J$. No tenemos indicio de la inclinación orbital respecto al plano del cielo pero considerando que i puede ser aleatoria ¿cual es la probabilidad de que la masa del planeta sea $M > 10M_J$? Piques: considerar distribución de probabilidad de la inclinación y condición de i para que se cumpla la condición de la masa.
2. ▷ Considere una estrella como el Sol de radio $R_\odot$ y temperatura efectiva 6000 K que tiene un planeta tipo Júpiter caliente a una temperatura efectiva de 1500 K. Calcular la relación de luminosidad total entre la estrella y el planeta. Calcular la relación del flujo infrarrojo en $24 \mu\text{m}$ entre la estrella y el planeta usando la aproximación de Rayleigh-Jeans. Piques: primero cociente de luminosidades totales y luego cociente de intensidades.
3. Suponga un planeta como la Tierra orbitando a una distancia de 0.03 ua en torno a una estrella de luminosidad $0,001L_\odot$. Estimar su temperatura de equilibrio e indicar si se encuentra en la zona habitable. Piques: asumir igual albedo que la Tierra y calcular temperatura de equilibrio.
4. ▷ En una estrella similar al Sol se observa una caída de brillo que en magnitudes es $\Delta m = 0,005$. Su velocidad radial presenta una variación sinusoidal de amplitud $v = 100$ m/s y periodo 200 días. Hallar radio, masa, densidad y semieje orbital del exoplaneta. Compare las mareas de la estrella en el planeta con las del Sol en la Tierra. Piques: en las notas.
5. Hallar la densidad requerida para iniciar el colapso en una nube interestelar constituida de Hidrógeno molecular a una temperatura de 50 K sabiendo que su diametro es de 20 pc. ¿Cual seria la masa total de esta nube? Piques: definición de masa de Jeans.
6. Calcular la densidad necesaria en una nube molecular típica (H_2 , $T=10$ K) para formarse por contracción un planeta como Júpiter. Piques: en las notas.
7. Dado un disco protoplanetario de densidad superficial σ_0 a 1 ua del Sol con un perfil $\sigma = \sigma_0 r^\beta$ con $\beta < 0$, calcular la masa total del disco contenida entre 0.1 ua e ∞ discutiendo según β . Piques: calcular integral, dependiendo de β podría ser infinita.
8. ▷ Asumiendo un perfil de densidad superficial $\sigma(r) = \sigma_0 r^{-1,5}$ con r en ua para el disco protoplanetario del Sistema Solar hallar σ en $r = 1\text{ua}$ en gr cm^{-2} asumiendo que Júpiter se formó enteramente con la mitad de la masa contenida entre 4 y 6 ua. Hallar el límite exterior del anillo que formó a Saturno asumiendo que el borde interior estaba a 9 ua y que la masa acreta en Saturno es la mitad de la presente en el anillo. Piques: en las notas.
9. ▷ Calcular la cantidad de gas barrido durante un año por una partícula de radio R orbitando a 1 ua en torno a una estrella de $1 M_\odot$. Asumir una densidad de 10^{-6} kg/m^3 y considerar que el gas se mueve 0,5% más lento. Asumiendo una partícula de densidad $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ calcular el radio de la partícula para que al cabo de una revolución atravesase una cantidad de gas igual a su masa. Piques: despreciar enfoque gravitacional.

10. Calcular el incremento de temperatura de la Tierra suponiendo que paso de una densidad homogénea a una configuración en la que la tercera parte de su masa esta confinada en un núcleo con densidad el doble de la del manto circundante, manteniendo el radio constante.

Piques: la variación de energía potencial se emite en forma de calor que genera un incremento de temperatura en materiales rocosos. Ya se que este ejercicio en mas bien de interiores.

Departamento de Astronomía (IFFC) 2025

www.astronomia.edu.uy/depto

CIENCIAS PLANETARIAS

PRACTICO VIII: Extrasolares y Formacion

RESPUESTAS

1. 5×10^{-3}
2. $L_*/L_J \simeq 24260$. La relacion de flujos por unidad de frecuencia resulta $4(R_\odot/R_J)^2 \simeq 384$.
3. Si suponemos rotador rapido resulta $T = 272\text{K}$, que esta en el limite pero con algun minimo efecto invernadero caeria dentro de la ZH. Si suponemos rotador lento (razonable debido a mareas estelares) tenemos $T = 324\text{K}$ que esta dentro de ZH.
4. en las notas
5. $2,6 \times 10^{-20} \text{ kg/m}^3$
6. en las notas
7. Si $\beta \geq -2$ la masa es infinita. Si $\beta < -2$ tenemos $M = -2\pi\sigma_0 1^{\beta+2}/(\beta+2)$.
8. en las notas
9. $R = 1,17 \text{ m}$
10. Ver el ejercicio 6.7 en las notas que es parecido. Aca primero hay que calcular el radio del nucleo que resulta 3734 km, luego su densidad $\rho_N = 9105$. La diferencia de energias potenciales inicial y final se asume como ΔQ que genera un $\Delta T = 26700 \text{ K}$, asumiendo un calor especifico $c_p = 1000$.