

Examen práctico de Astrofísica estelar
12 de diciembre de 2022

1. Un modelo de estructura aproximado pero útil para una estrella de composición química homogénea surge de suponer que la densidad estelar depende linealmente de la coordenada radial r de la forma:

$$\rho(r) = \rho_c \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

donde $\rho_c = \rho(r = 0)$ es la densidad central y R es el radio estelar. En el modelo se cumplen las condiciones de contorno $P(r = R) = 0$ y $T(r = R) = 0$ con P la presión y T la temperatura.

- Encuentre una expresión para ρ_c como función de R y la masa total M de la estrella. **(6 puntos)**
 - Encuentre una expresión para $P(r)$. **(6 puntos)**
 - Calcule la temperatura central $T_c = T(r = 0)$ asumiendo que la estrella está compuesta enteramente por un gas ideal. **(8 puntos)**
 - Compare los resultados anteriores con los que se obtendrían de un modelo que asuma densidad constante $\rho(r) = \rho_c$. ¿Por qué la P_c del modelo lineal es mayor mientras que T_c es más baja? **(10 puntos)**
2. Calcule las masas mínima M_{min} y máxima M_{max} de una estrella de la secuencia principal. Explique brevemente las suposiciones que estén implícitas en sus cálculos. **(20 puntos)**
3. La presión P_s en la superficie de un núcleo isotérmico rodeado por una envoltente, ambos constituidos por un gas ideal, viene dada por:

$$P_s = \frac{3\Re}{\mu_c} \frac{1}{4\pi} \frac{T_c M_c}{R_c^3} - \frac{\alpha G}{4\pi} \frac{M_c^2}{R_c^4}$$

donde \Re y G son las constantes de los gases ideales y gravitación universal, T_c , M_c y R_c son, respectivamente, la temperatura, masa y radio del núcleo isotérmico, μ_c es el peso molecular medio del gas de iones del núcleo y α es la constante que indica la distribución de masa en la ecuación para la energía potencial gravitatoria.

- Demuestre que para una dada masa del núcleo M_c la presión en su superficie P_s tiene un máximo para un radio del núcleo R_c dado por **(10 puntos)**:

$$R_c = \frac{4}{9} \frac{\mu_c \alpha G}{\pi \Re} \frac{M_c}{T_c}$$

- A partir de la cota de presión producida por la envoltente $P_{env} > GM^2/8\pi R^4$ y las expresiones de homología conocidas para la secuencia principal, calcule el límite de Chandrasekhar-Schönberg, es decir, la masa máxima M_{max} que un núcleo isotérmico rodeado por una envoltente puede alcanzar sin colapsar y que viene dado por:

$$M_{max} \leq C M \left(\frac{\mu_{env}}{\mu}\right)^2$$

donde M es la masa de la estrella, C es una constante y μ_{env} y μ son, respectivamente, los pesos moleculares medios de la envoltente y del núcleo. **(20 puntos)**

4. Considere una estrella aislada cuya edad, magnitud absoluta V y color $V - R$ son conocidos. Si dispone de un modelo de estructura y evolución estelar que predice las magnitudes absolutas V y R de la isocrona correspondiente a la edad de la estrella:

- (a) Explique el procedimiento que seguiría para calcular la masa de la estrella si ésta estuviera afectada por una extinción que sigue una ley de extinción conocida y tiene una intensidad caracterizada por un dado valor A_V . **(20 puntos)**