Parcial 2: Astronomía Fundamental
2 de junio de 2025
Equivalente a 40 % de la nota total

1. Considere un observador ubicado en el ecuador terrestre en el momento en que el punto vernal (γ) tiene un ángulo horario $AH_\gamma = 18h$. En ese momento observa a una estrella que pasará por el cenit dentro de una hora.

   (a) ¿Cuáles son las coordenadas acimutales observadas de la estrella? **(1 punto)**

   (b) ¿Cuáles son las coordenadas horarias observadas de la estrella? **(1 punto)**

   (c) ¿Cuáles son las coordenadas ecuatoriales observadas de la estrella? **(1 punto)**

   (d) ¿Cuáles serían las coordenadas acimutales, horarias y ecuatoriales de la estrella si corrigiéramos su posición en el cielo considerando la refracción atmosférica y la aberración diurna? Considere los valores usuales de las constantes de refracción $K_{ref} = 60'', 4$ y aberración diurna $K_{abe} = 0'', 3$ **(7 puntos)**

   (e) ¿Puede ocurrir que en algún momento, entre la salida y la puesta de la estrella, se anulen entre sí los efectos de la aberración diurna y la refracción? **(5 puntos)**

Respuestas:

(a) La estrella pasará por el cenit del observador quien se encuentra en el ecuador terrestre. Por lo tanto, la estrella está recorriendo el ecuador celeste debido al movimiento general diurno y como pasará por el cenit (meridiano) en una hora, en el momento de la observación se ubica en $(h_o, a_o) = (75°, 270°)$.

(b) Siguiendo el mismo razonamiento anterior $(AH_o, \delta_o) = (23h, 0°)$

(c) El punto vernal se encuentra en el punto cardinal Este ($AH\gamma = 18h$). Por lo tanto, $(\alpha_o, \delta_o) = (19h, 0°)$

(d) La refracción atmosférica elevó la altura de la estrella una cantidad $\Delta\theta_{ref}$ y la aberración diurna la bajó una cantidad $\Delta\theta_{abe}$ hacia el punto cardinal Este. Ambos efectos ocurren en el plano del ecuador pues el observador está en $\phi = 0°$ pero ocurren en sentidos opuestos. Como $\phi = 0°$ la declinación δ no cambia y los cambios en AH y α tienen la misma amplitud del cambio en h. Tenemos entonces que $\Delta\theta_{ref} = 60'', 4\ \tan(15°) = 16''.184$ y $\Delta\theta_{abe} = 0'', 3\ \sin(75°) = 0'', 289$ donde $15° = z_o$ y $75°$ es el ángulo entre la visual a la estrella y el punto cardinal Este que, en este caso, es h_o. Finalmente, la posición real de la estrella (corregida por ambos efectos) es $z_{real} = z_{obs} - \Delta\theta_{ref} + \Delta\theta_{abe} = 15° - 16''.184 + 0'', 289 = 14°59'44.1''$. Entonces nos resta calcular: $AH_{real} = 360° - 14°59'44.1''$ y $\alpha_{real} = 270° + 14°59'44.1''$.

(e) Luego de que la estrella pase del meridiano ambos efectos ocurren en la misma dirección y no se anularán. Antes de pasar por el meridiano son, como vimos, opuestos. Para que sean iguales $\Delta\theta_{ref} = 60'', 4\ \tan z_o$ y $\Delta\theta_{abe} = 0'', 3\ \sin h_o = 0'', 3\ \cos z_o$ se deben igualar. Entonces tenemos $60'', 4\ \tan z_o = 0'', 3\ \cos z_o \implies \cos z_o \sim 200 \tan z_o$ de donde z_o debe ser muy pequeño. Aproximamos $\cos z_o \sim 1$ y entonces obtenemos $\tan z_o \sim 1/200 \implies z_o \sim 0.2865°$. Concluimos que sí ocurre que se anulan y sucede muy cerca del cenit.

2. Desde un observatorio situado en $(\lambda, \phi) = (20°, 30°)$ se observa un NEO en el instante en que cruza el meridiano local. En ese momento, el objeto se encuentra a una distancia cenital de $z' = 45°$, a un acimut $a' = 0°$ y a una distancia topocéntrica $r' = 5R_\oplus$, donde $R_\oplus$ es el radio de la Tierra. Despreciando los efectos de la refracción atmosférica y la aberración:

   (a) Calcule la paralaje diurna y distancia geocéntricas del NEO. **(2 puntos)**

   (b) Sabiendo que la observación se realizó a las 6^h de TSL, determine las coordenadas ecuatoriales geocéntricas y topocéntricas del NEO. **(2 puntos)**

   (c) Calcule el acimut y la altura con la que un segundo observador situado en $(\lambda_2, \phi_2) = (50°, 60°)$ observará al NEO. **(6 puntos)**

Respuestas:

(a) Formando un triángulo plano con vértices en el centro de la Tierra, el observador y el NEO, se aplica el teorema de coseno plano para obtener la distancia geocéntrica:

$$r = R + {r'}^2 - Rr' \cos(180 - z') \implies \boxed{r = 5.75R_\oplus}$$

Aplicando el teorema del seno al mismo triángulo se obtiene la paralaje diurna:

$$\frac{\sin p}{R} = \frac{\sin(180 - z')}{r} \implies \boxed{p = 7°3'46.5''}$$

(b) Como $AH = 0$, por una lado se tiene que $TSL = \alpha = \alpha' = 6^h$ y, por otro, desde la superficie de la Tierra se tiene que $\delta' = \phi + z' = 75°$ y desde el centro de la Tierra $\delta = \phi + z = \phi + (z' - p) = 67°56'13.5''$

(c) Se plantea el triángulo astronómico para el NEO geocéntrico con cenit hacia el segundo observador, ya que las coordenadas ecuatoriales geocéntricas no varían de un observador a otro. Como $\Delta AH = \Delta\lambda \implies AH_2 = 30°$. Aplicamos el teorema del coseno para triángulos esféricos y obtenemos la distancia cenital geocéntrica:

$$\cos z_2 = \sin\phi \sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos AH_2 \implies z_2 = 15°8'49.5''$$

Del teorema del seno para triángulos esféricos se obtiene el acimut geocéntrico que será igual al topocéntrico:

$$\frac{\sin A}{\cos\delta} = \frac{\sin AH_2}{\sin z_2} \implies \boxed{A = 45°57'10.0''}$$

Finalmente, para obtener la distancia cenital topocéntrica se plantea un nuevo triángulo plano con vértices en el centro de la Tierra, el segundo observador y el NEO. Primero se determina la distancia topocéntrica del NEO desde el segundo observador aplicando teorema del coseno plano:

$$r_2' = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR\cos z_2} = 4.79187R_\oplus$$

y aplicando el teorema del seno plano se tiene:

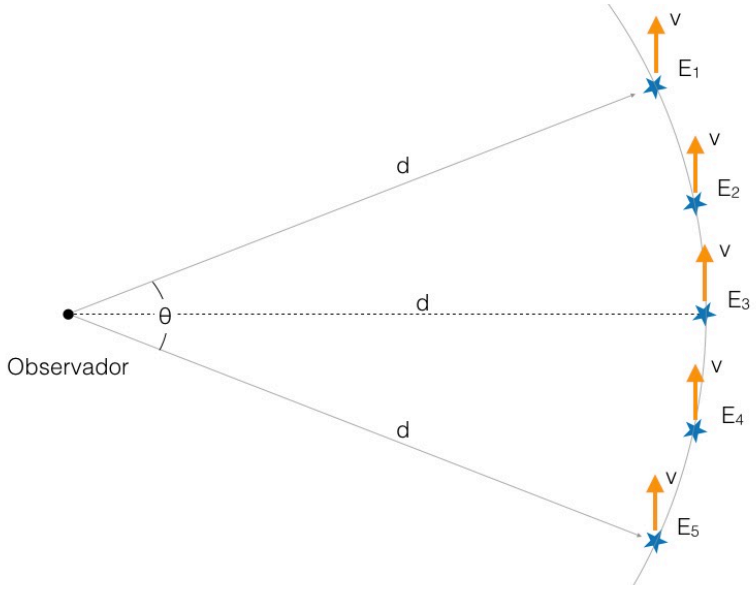
$$\frac{\sin(180 - z_2')}{r} = \frac{\sin z_2}{r'} \implies z_2' = 18°16'22.6'' \implies \boxed{h_2 = 71°43'37.4''}$$

3. Considere un conjunto de 5 estrellas E_1, E_2, ..., E_5 que se desplazan en la Galaxia con una misma velocidad lineal $v = 10$ km/s y se encuentran a una misma distancia $d = 100$ pc del observador. Las 5 estrellas y sus vectores de de velocidad están comprendidos en un plano que contiene también al observador. Así, las 5 estrellas se distribuyen homogéneamente en un arco de circulo máximo de amplitud $\theta = 10°$ como se muestra esquemáticamente en la figura.

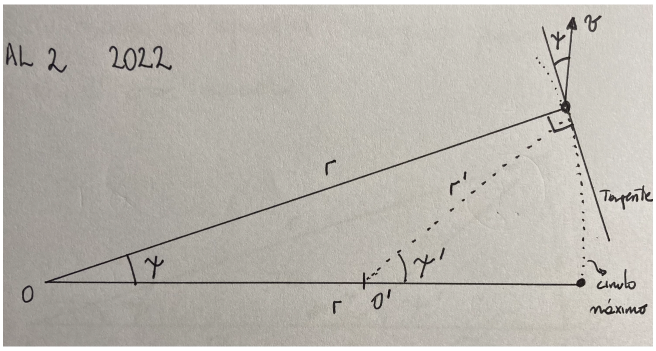
(a) ¿Cuánto valen los movimientos propios μ y las velocidades radiales v_{rad} de cada estrella? **(7 puntos)**

(b) ¿Cuánto valdrían los movimientos propios μ y las velocidades radiales v_{rad} de cada estrella si el observador se acercara 50 pc a la estrella E_3? **(5 puntos)**

(c) Indique en cual de los casos anteriores los valores de v_{rad} y μ son más dispersos. ¿A qué se debe este cambio en la dispersión? **(3 puntos)**



Respuestas:



Consideramos la siguiente figura con el observador en O. Para el caso de una estrella cualquiera, la velocidad radial v_{rad} y el movimiento propio μ vienen dados por $v_{rad} = v \sin \Psi$ y $\mu = \frac{v}{r} \cos \Psi$. Si ahora el observador se desplaza a O', acercándose a la estrella, tendremos $v'_{rad} = v \sin \Psi'$ y $\mu' = \frac{v}{r'} \cos \Psi'$.

En el caso del presente problema, cuando el observador se mueve a O' (en la dirección de E_3), las distancias a cada estrella dejan de ser iguales por lo que debemos calcular r'. Aplicamos el teorema del coseno al triángulo plano de lados $r, r/2, R'$ y obtenemos $r' = r(5/4 - \cos \Psi)^{1/2}$ y aplicando el teorema del seno al mismo triángulo obtenemos Ψ': $\sin \Psi' = \frac{r}{r'} \sin \Psi$. Con estas ecuaciones podemos hacer los cálculos requeridos. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Parte c: Los datos más dispersos se obtienen cuando $d = 50$ pc. El aumento de la dispersión es debido a que en su nueva posición el observador se encuentra a distancias individuales r' que no son todas iguales y esto genera valores de Ψ' que abarcan un rango más amplio que Ψ.

E	r [pc]	Ψ [°]	v_{rad} [km/s]	$\mu \times 10^{-15}$ [rad/s]	r' [pc]	Ψ' [°]	v'_{rad} [km/s]	$\mu' \times 10^{-15}$ [rad/s]
1	100	5	0.87155	3.228107	50.3791	9.962175	1.72997	6.333903
2	100	2.5	0.43619	3.237355	50.0951	4.995183	0.87071	6.443738
3	100	0	0	3.240440	50	0	0	6.480880
4	100	357.5	-0.43619	3.237355	50.0951	-4.995183	-0.87071	6.443738
5	100	355	-0.87155	3.228107	50.3791	-9.962175	-1.72997	6.333903

Cuadro 1: Nótese la repetición esperada de algunos valores y el cambio de signo de otros.

2024