

Práctico 4

Presiones debidas a los gases de iones, electrones y fotones.

- Bajo condiciones muy generales la presión central P_c que soporta una estrella de masa M satisface la desigualdad $P_c < (\pi/6)^{1/3} GM^{2/3} \rho_c^{4/3}$ donde ρ_c es la densidad central. Se asume que parte de esta presión, denotada por $P_g = \beta P_c$, se debe a un gas ideal clásico de electrones e iones con masas promedio $\bar{m}$ y que la presión restante, denotada por $P_r = (1 - \beta)P_c$ se debe a la radiación.¹⁰
 - Deduzca a partir de la desigualdad para P_c un límite superior para la cantidad $\eta = (1 - \beta)/\beta^4$ como función de M y $\bar{m}$.
 - A partir del límite superior calculado para η , establezca cuáles son los límites para la fracción de la presión debida a la radiación P_r en el centro de estrellas de masas $1 M_\odot$, $4 M_\odot$ y $40 M_\odot$, asumiendo que en todos los casos la estrella está constituida por Hidrógeno totalmente ionizado.
- Considere una estrellas de masa $M = M_\odot$ y radio $R = R_\odot$ en la que a una distancia $r = R/2$ del centro la presión vale $P(r = R/2) = 1,3 \times 10^{15} \text{ dina/cm}^2$ y la temperatura $T(r = R/2) = 4,5 \times 10^6 \text{ K}$. Demuestre que bajo estas condiciones la presión de radiación es mucho menor que la presión del gas.
- Considere una serie de estrellas de masas M_i .
 - Realice un gráfico de la razón entre la energía potencial eléctrica U_E y la energía cinética K de una de sus partículas como función de M_i para dos casos hipotéticos de estrellas constituidas exclusivamente de H y exclusivamente de He .
 - En base a los gráficos de la pregunta anterior: ¿Qué puede decir sobre la ecuación de estado del gas para estrellas con masas M en los intervalos $M > M_\odot$, $1 < M/M_\odot < 0,072$ y $0,072 < M/M_\odot < 0,01$?
- ¿Cómo depende la razón entre la energía potencial eléctrica U_E y la energía cinética K de una estrella de masa M constituida de un gas ideal de H , del parámetro α empleado para calcular la energía potencial gravitatoria U_g de una distribución esférica de masa? ¿Cómo interpreta el resultado?
- Encuentre la condición que la densidad numérica de electrones n_e debe satisfacer para que un gas de electrones pueda ser considerado como un gas ideal.¹¹
- Considere una estrella cuya energía interna U viene dada por:

$$U = \int_0^M (u_{gas} + u_{rad}) dm$$

y en la que el factor β mantiene un valor constante en toda la estructura. Demuestre que el teorema del virial puede ser escrito como¹²:

$$E = \frac{\beta \Omega}{2} = -\frac{\beta}{2 - \beta} U$$

- Se define la interface entre el carozo estelar y su envoltura como la superficie a través de la cual la composición química cambia. En equilibrio, la presión y la temperatura serán constantes a través de la superficie. Demostrar que lo anterior implica una discontinuidad en la densidad. Si el carozo es He puro y la envoltura H puro: ¿por cuanto debe cambiar la densidad?.

¹⁰Versión del ejercicio 1 del práctico 5 de Julio Fernández.

¹¹Versión del ejercicio 3.1 de Prialnik

¹²Versión del ejercicio 3.2 de Prialnik

8. Considerando que la temperatura típica interior del Sol es de 6×10^6 K, que la densidad promedio es de $1,4 \text{ g/cm}^3$, y que el material (totalmente ionizado) está compuesto de un 70 % de H y un 30 % de He (en fracciones de masa), demostrar que los electrones forman en esas condiciones un gas clásico no relativista.
- Datos: masa en reposo del electrón $m_e = 9,1 \times 10^{-28}$ g, masa del núcleo atómico de H $m_H = 1,67 \times 10^{-24}$ g.