Parcial 1 - Física de Radiaciones I 2020

1) a) La energía se desplaza en el sentido de propagación de la luz laser. Conociendo la sección transversal del haz podemos calcular la intensidad:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{5\times10^{-3}W}{4\times10^{-6}m} = 1.25\times10^{3}\ W/m^2$$

Entonces se puede obtener la amplitud del campo eléctrico conociendo I:

$$I = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \Rightarrow E_0 = \sqrt{2I\mu_0 c} \overset{\text{sust.}}{=} 971\ N/c$$

b) La densidad de energía debida a los campos E y B se puede calcular, sabiendo que tratamos una onda E.M.:

$$\langle u_{em}\rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 \Rightarrow U_{em} = \langle u_{em}\rangle A \underset{\text{longitud del haz}}{\ell}$$

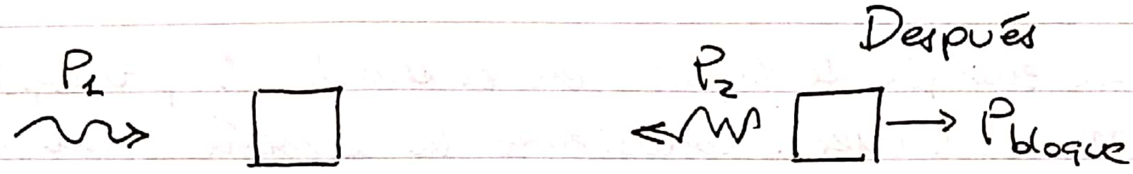
Sustituyendo $A = 4\times10^{-6}m^2$ y $\ell = 1m$ obtenemos:

$$U_{em} = 1,67\times10^{-11}\ J.$$

2) a) Conociendo la intensidad de la onda, el área transversal A y la duración t, podemos calcular la energía absorbida por el bloque:

$$U = \frac{1}{2}IAt \overset{\text{sust.}}{=} \underset{\text{absorción del 50\%}}{\frac{1}{2}}\left(750\frac{W}{m^2}\right)\cdot(0,5\times1m^2)\times60s = 1.13\times10^4 J$$

b) Planteando la conservación del momento:



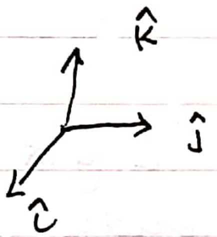
Antes $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $P_2 = P_1/2$

$$P_{antes} = P_{después} \Rightarrow P_1 = \frac{-P_1}{2} + P_{bloque}$$

$p = \frac{U}{c}$

$$\Rightarrow P_{bloque} = \frac{3}{2}\frac{U}{c} = \frac{3}{2}\left(\frac{1.13\times10^4\,J}{3\times10^8\,m/s}\right) = 5.65\times10^{-5}\,\frac{kg\,m}{s}$$

③ a) Consideramos:



$$\vec{E}(x-vt) = P(x-vt)\,\hat{i} + Q(x-vt)\,\hat{j} + R(x-vt)\,\hat{k}$$

$$\vec{B}(x-vt) = \left(S(x-vt)\,\hat{i} + T(x-vt)\,\hat{j} + U(x-vt)\,\hat{k}\right)\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

P, Q, R, S, T y U son funciones arbitrarias de x y t

Observamos que para una onda E.M. $v = c$.

$\vec{E}$ y $\vec{B}$ deben obedecer a las ecuaciones de Maxwell. En éste caso, consideramos $\rho = 0$ y $\vec{J} = 0$ (densidad y corriente).

I) $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$; $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\partial P}{\partial x} + \cancelto{0}{\frac{\partial Q}{\partial y}} + \cancelto{0}{\frac{\partial R}{\partial z}} = 0$ $\quad$ (1)

II) $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$: $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = \frac{\partial S}{\partial x} + \cancelto{0}{\frac{\partial T}{\partial y}} + \cancelto{0}{\frac{\partial U}{\partial z}} = 0$ $\quad$ (2)

III) $\vec{\nabla}\times\vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$: $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial R}{\partial x}\hat{\jmath} + \frac{\partial Q}{\partial x}\hat{k}$ (sólo hay dependencias en x)

$$-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = v\left(\frac{\partial S}{\partial t}\hat{\imath} + \frac{\partial T}{\partial t}\hat{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial t}\hat{k}\right)\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$$

$v\cdot\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \ ; \ -\frac{\partial R}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial t} \ ; \ \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3)$$

De (2) y (3) ya notamos $\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \Rightarrow S = cte = 0$ //

IV) $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$:

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = -\frac{\partial U}{\partial x}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\hat{\jmath} + \frac{\partial T}{\partial x}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\hat{k} = 0$$

$$\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -v\left(\frac{\partial P}{\partial t}\hat{\imath} + \frac{\partial Q}{\partial t}\hat{\jmath} + \frac{\partial R}{\partial t}\hat{k}\right)\varepsilon_0\mu_0$$

$v\cdot\varepsilon_0\mu_0 = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$

$$\Rightarrow \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \ ; \ +\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial t} \ ; \ \frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial R}{\partial T} \quad (4)$$

Análogamente, de (1) y (4): $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \Rightarrow P = cte = 0$ //

Resumiendo tendríamos: (de (3) y (4)):

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial Q}{\partial x} &= \frac{\partial U}{\partial t}\\ \frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{\partial Q}{\partial t}\end{aligned}\right\} U = Q \quad \text{y} \quad \left.\begin{aligned}-\frac{\partial R}{\partial x} &= \frac{\partial T}{\partial t}\\ -\frac{\partial R}{\partial t} &= \frac{\partial T}{\partial x}\end{aligned}\right\} \Rightarrow R = -T$$

b) Tenemos entonces 2 funciones independientes que representan las direcciones de polarización que puede tener la onda E.M.

4 a) Tenemos $\vec{A}(\rho, \varphi, z) = -C \ln(\rho^2)/4\pi \; \hat{k}$ y $V=0$

Los campos asociados son:

coord. cilíndricas

$$\vec{E} = -\nabla V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad \text{y} \quad \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = -\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\frac{-C \ln(\rho^2)}{4\pi}\right]\hat{\varphi}$$

$$\vec{B} = \frac{C}{2\pi\rho}\hat{\varphi}$$

b) El campo $\vec{B}$ es el de un cable muy largo llevando una corriente en la dirección $\hat{k}$, la densidad de cargas es nula.

c) Querríamos encontrar una transformación de gauge tal que:

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla\lambda = 0 \quad \text{y} \quad \vec{\nabla} \times \vec{A}' = \vec{B} \quad \text{con } \lambda \text{ una func. escalar.}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{A} = -\nabla\lambda \quad \text{pero} \quad \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla} \times (\nabla\lambda) = 0 \neq \vec{B}$$

en éste caso no es posible hallar tal transformación.