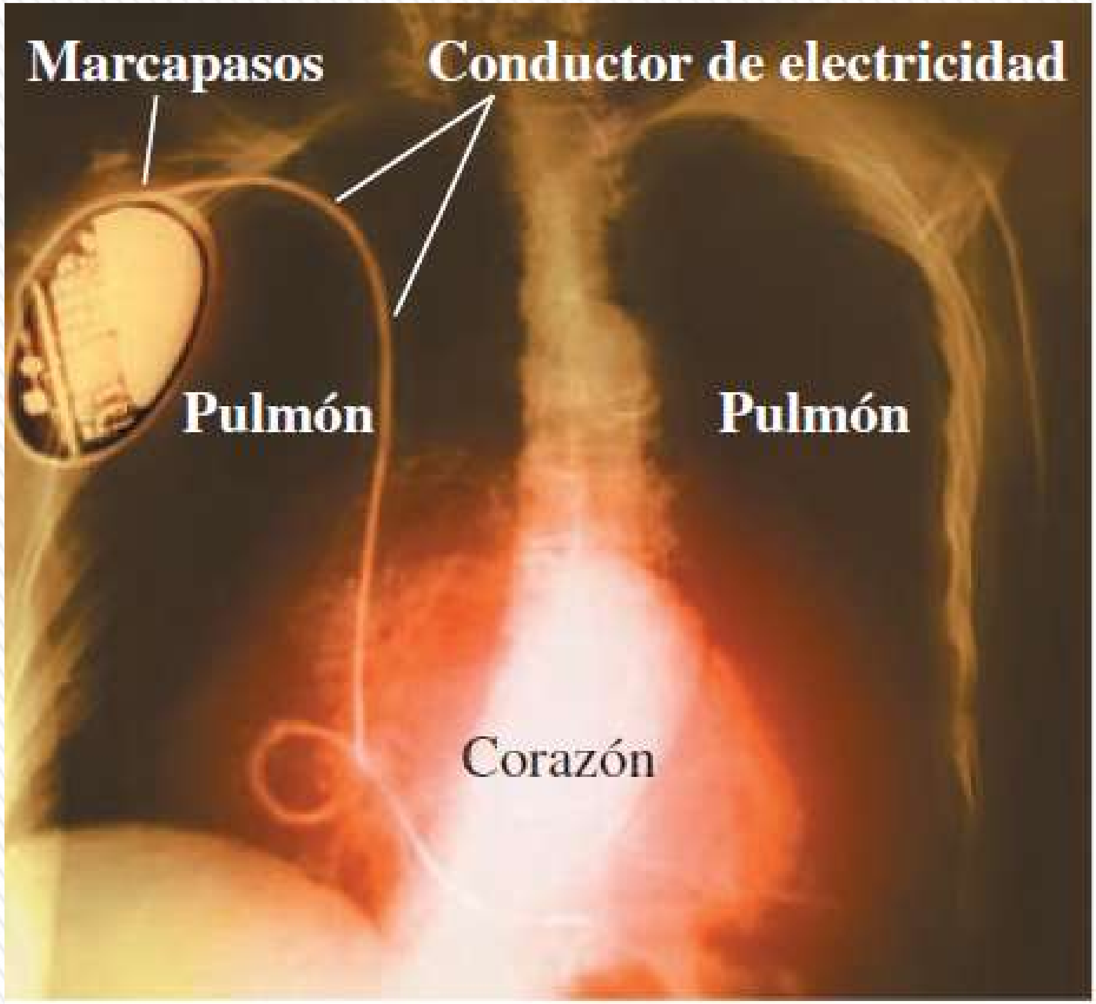
# 5- EJEMPLOS Y CIRCUITOS RC



# ANUNCIOS

Clase de consultas por Zoom: lunes a partir de la hora 17:00.

Se publicó planilla con resultados de la EC1:
la hicieron 78 estudiantes de 152 i
Promedio: 1,25/2,50

**Complementar en presentaciones presenciales los temas**

**Seguridad eléctrica**
**Teoría microscópica de la resistencia**
**Conducción nerviosa**

# EJEMPLO: Ejercicio 2.1.9

Considere un conductor de sección 2,00 mm$^2$ y longitud 5,00 cm, hecho de un material desconocido. Al conectar los extremos de dicho conductor a una batería ideal de 5,00 mV, se observa que el conductor disipa una potencia de 40,0 mW. ¿Cuánto vale la resistividad del material de dicho conductor?

**Datos:** L= 5,00 cm = $5{,}00\times10^{-2}$ m; A= 2,00 mm$^2$ = $2{,}00\times10^{-6}$ m$^2$;

$\Delta V$=5,00 mV= $5{,}00\times10^{-3}$ V; P= de 40,0 mW = $4{,}00\times10^{-2}$ W

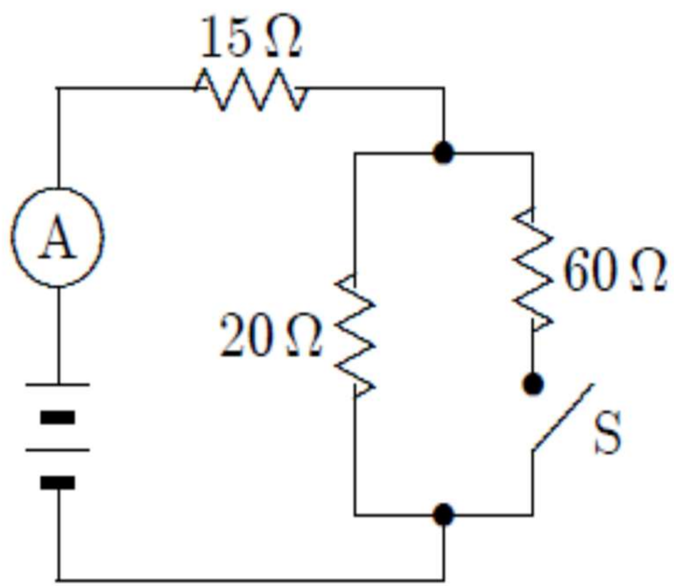
$$R = \rho\frac{L}{A} \qquad \rho = \frac{R.A}{L} \qquad P = \frac{(\Delta V)^2}{R} \qquad R = \frac{(\Delta V)^2}{P}$$

$$R = \frac{(\Delta V)^2}{P} = \frac{(5{,}00\times10^{-3})^2}{4{,}00\times10^{-2}} = 6{,}25\times10^{-4}\ \Omega$$

$$\rho = \frac{R.A}{L} = \frac{(6{,}25\times10^{-4}).(2{,}00\times10^{-6})}{5{,}00\times10^{-2}} = 2{,}50\times10^{-8}\ \Omega.\mathrm{m}$$

**$\rho = 2{,}50\times10^{-8}\ \Omega$.m**

# EJEMPLO: Ejercicio 2.1.10




Cuando el interruptor S está abierto, el amperímetro del circuito mostrado en la figura indica 2,00 A, y la potencia que entrega la batería vale $P_0$.
Si se cierra el interruptor S, la potencia que entrega la batería vale $P_F$. ¿Cuánto vale el cociente entre la potencia final y la potencia inicial: $P_F / P_0$ ?

Con S abierto, la corriente vale 2,00 A y la resistencia equivalente (total) del circuito vale 35,0 Ω, por la tanto la batería tiene un
$\Delta V = I.R_{total} = 2{,}00\ A \times 35{,}0\ \Omega = 70{,}0\ V$

Por lo tanto la potencial inicial entregada por la batería vale
$P_0 = \Delta V.\ I = 70{,}0\ V \times 2{,}00\ A = 140\ W$

Cuando se cierra S, las resistencias de 20,0 Ω y 60,0 Ω están en paralelo, el equivalente en paralelo vale:

$$R_{eq.par.} = \frac{20{,}0 \times 60{,}0}{20{,}0 + 60{,}0} = 15{,}0\ \Omega$$

Esta resistencia equivalente queda en serie con la de 15,0 Ω, por lo que la resistencia equivalente total con S cerrado vale: $R_{total} = 15{,}0\ \Omega + 15{,}0\ \Omega = 30{,}0\ \Omega$
La potencia final entregada por la batería la podemos calcular como:

$$P_{final} = \frac{(\Delta V)^2}{R_{total}} = \frac{70{,}0^2}{30{,}0} = 163{,}33\ W$$

$$\frac{P_{final}}{P_{inicial}} = \frac{163{,}33}{140} = 1{,}167$$

**$P_F / P_0 = 1{,}17$**

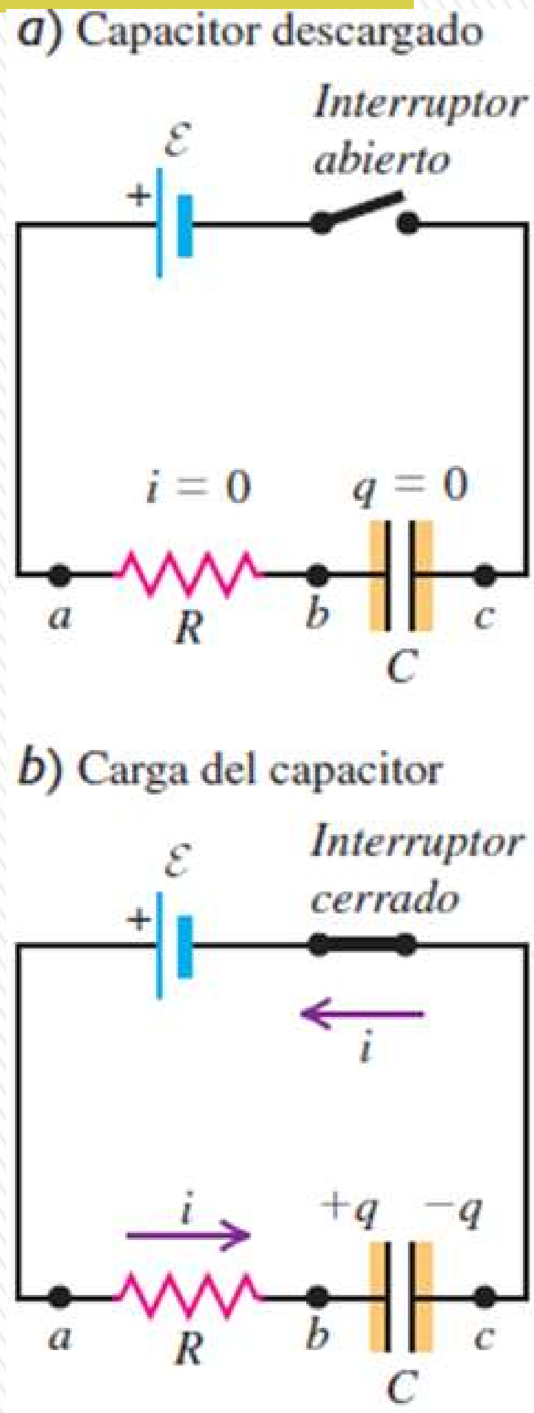
# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor

Circuito con resistor y capacitor en serie: **circuito *RC*.**
Batería ideal de fem Ɛ constante (r =0) y se desprecia la resistencia de todos los conductores de conexión, salvo el resistor *R*.
Inicialmente capacitor descargado, en $t = 0$, cierro el interruptor
Circula la corriente alrededor y comienza a cargar el capacitor.

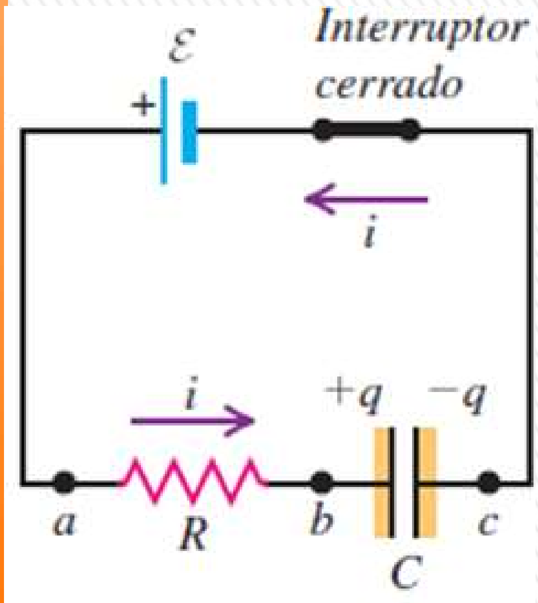
Como en $t = 0$ el capacitor está descargado $v_{bc}=0$, y el voltaje $v_{ab}$ a través del resistor *R* es igual a la fem Ɛ; y la corriente inicial a través del resistor, $I_0 = v_{ab}/R = \mathcal{E}/R$.

Es decir que en t=0 el capacitor se comporta como un cable (conductor perfecto).

A medida que el capacitor se carga $v_{bc}$ aumenta, mientras que $v_{ab}$, disminuye, cumpliéndose que: $\mathcal{E} = v_{ab} + v_{bc}$.
Sea *q* la carga del capacitor e *i* la corriente del circuito.
Luego de un cierto tiempo, el capacitor se termina de cargar, $i = 0$, por lo que $v_{ab} = i.R = 0$, y $v_{bc} = \mathcal{E}$.
Las diferencias de potencial instantáneas valen:
$v_{ab} = i.R$ y $v_{bc} = q/C$.



# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor




Con la regla de Kirchhoff de las mallas, se obtiene

$$\mathcal{E} - i.R - \frac{q}{C} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

En $t = 0$ $q = 0$, por lo que la corriente *inicial* vale $I_0 = \mathcal{E}/R$.
A medida que $q$ *aumenta*, $q/RC$ *crece* y la carga del capacitor $q$ tiende a su valor final ($Q_f$), la corriente $i$ disminuye y finalmente se vuelve cero.
Cuando $i = 0$: $Q_f = \mathcal{E}.C$

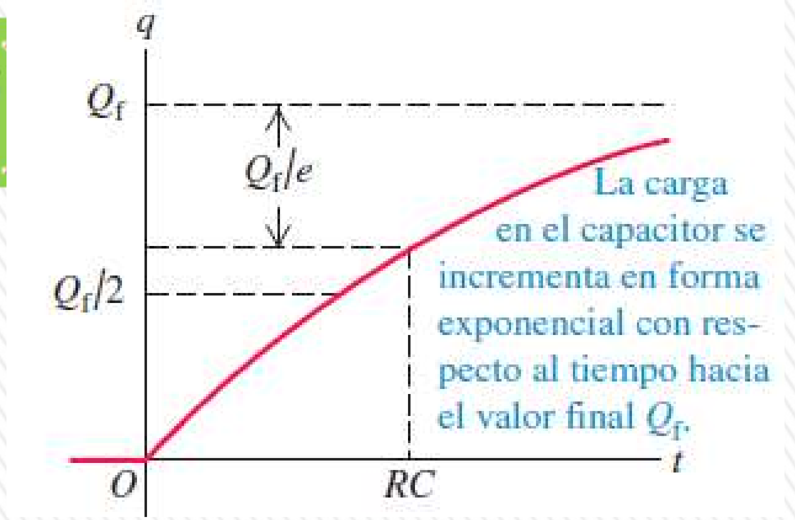
Esta ecuación diferencial se puede resolver separando las variables

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC} = \frac{1}{RC}(\mathcal{E}C - q) \qquad \frac{dq}{(q - \mathcal{E}C)} = -\frac{dt}{RC}$$

$$q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q_f\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

La carga del capacitor comienza en cero y poco a poco se acerca al valor final $Q_f = C\mathcal{E}$.

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$




Cuando el interruptor se cierra ($t = 0$), la corriente pasa de cero a su valor inicial $I_0 = \mathcal{E}/R$; después de eso, tiende gradualmente a cero.

# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor

**Constante de tiempo -** Después de un tiempo igual a *RC* *(t=RC):*

$$i(t=RC) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{RC}{RC}} = I_0 e^{-1} = I_0 \frac{1}{e}$$

$$q(t=RC) = Q_f\left(1 - e^{-\frac{RC}{RC}}\right) = Q_f(1 - e^{-1}) = Q_f\left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

*la corriente ha disminuido a 1/e* (alrededor de 0,368) de su valor inicial, y la carga del capacitor ha alcanzado (1 – 1/*e) = 0,632 de su valor final* $Q_f = C\mathcal{E}$.

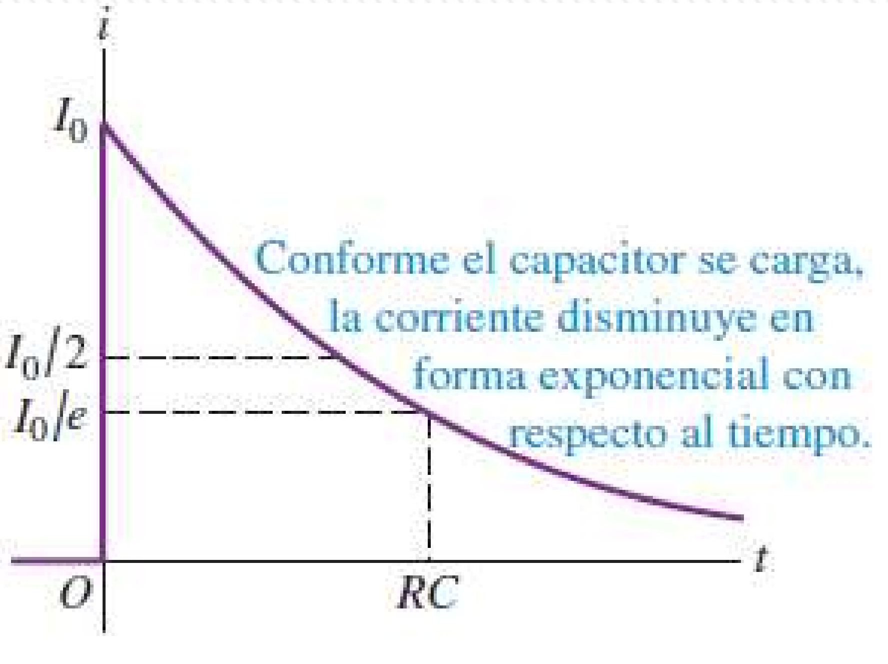
El término *RC recibe el nombre* de **constante de tiempo, o tiempo de relajación,** del circuito, y se denota con **τ:**

$$\tau = RC$$

Cuando τ es pequeña, el capacitor se carga con rapidez; cuando es grande, el proceso de carga toma más tiempo.

Si *R está en ohms y C en farads, τ está en segundos.*

En un circuito cuando tengo un capacitor totalmente descargado el mismo se comporta como un cable, mientras que cuando estátotalmente cargado actúa como un interruptor abierto.



# CIRCUITOS RC – Descarga de un capacitor

Tengo el capacitor con *una* carga $Q_0$*, y retiro la batería. Cuando cierro el interruptor, supongo que* $t = 0$. $q = Q_0$. *El capacitor se descarga a través del resistor y su carga disminuye finalmente a cero.*

*La regla* de Kirchhoff de las mallas da la ecuación anterior pero con $\mathcal{E} = 0$:

$$0 - iR - \frac{q}{C} = 0 \qquad i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$$

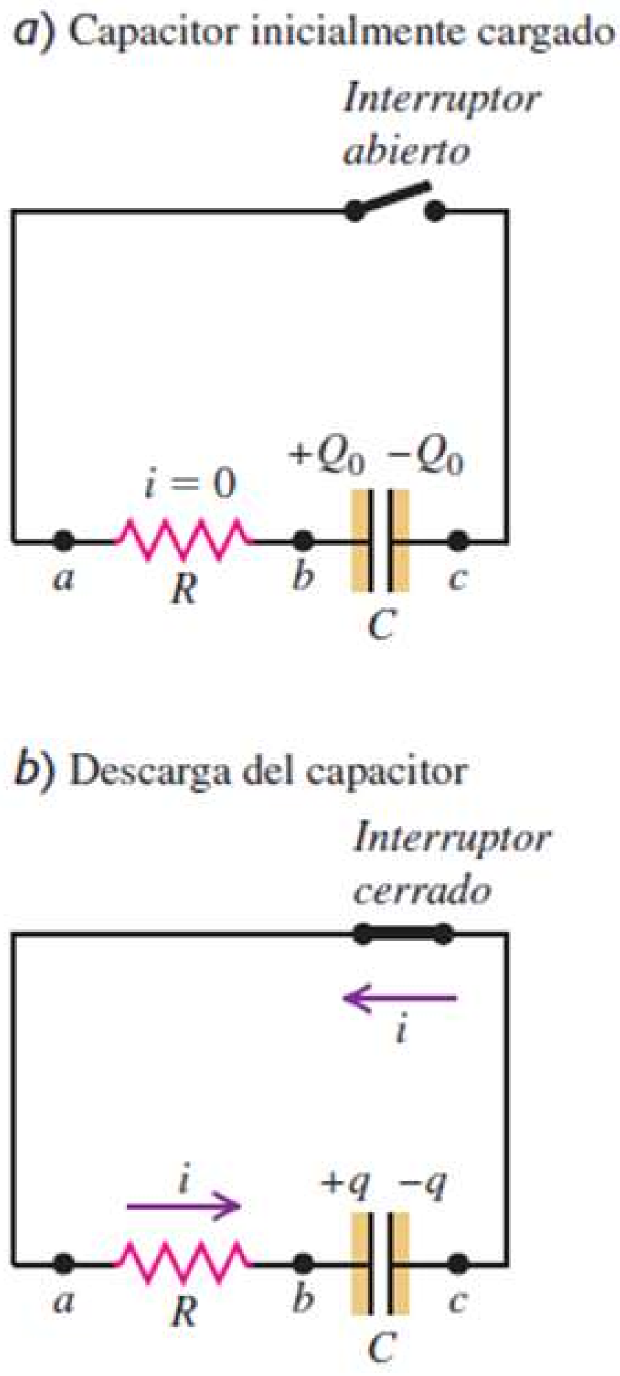
La corriente *i ahora es negativa: la carga positiva q ahora sale* de la placa izquierda del capacitor, *por lo que la corriente va en* sentido opuesto al que se ilustra en la figura.

En $t = 0$, $q = Q_0$, corriente inicial es $I_0 = -Q_0/RC$.

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \qquad q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

La corriente instantánea *i es la derivada de esta con respecto al tiempo:*

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$



# CIRCUITO RC BALANCE ENERGÍA

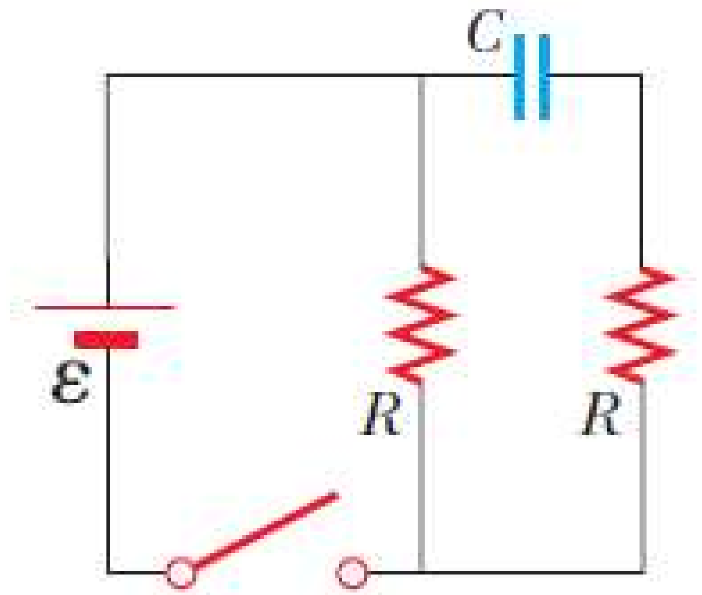
*Mientras el capacitor se carga, la tasa instantánea a la que* la batería entrega energía al circuito (la potencia entregada) es $P = \mathcal{E}i$.
*La tasa instantánea a la que la energía* eléctrica se disipa en el resistor es $i^2R$, *y la tasa a la que la energía se almacena en el* capacitor es $iv_{bc} = iq/C$:

$$\mathcal{E}i = i^2R + \frac{iq}{C}$$

Esto significa que de la potencia *suministrada por la batería, una parte se disipa* en el resistor y otra parte *se almacena en el capacitor.*

Energía *total suministrada por la batería durante la carga del capacitor:* $\mathcal{E}.Q_f$
*Energía total* almacenada en el capacitor es $Q_f \mathcal{E}/2$.
*La mitad de la energía suministrada por la batería se almacena en el capacitor, y la otra* mitad se disipa en el resistor.
Esta división a la mitad de la energía no depende de *C, R o* $\mathcal{E}$.

# PREGUNTA RÁPIDA (QUICK QUIZ)




Considere el circuito de la figura y suponga que la batería no tiene resistencia interna.

i) **Justo después de cerrar el interruptor, ¿cuál es la corriente** en la batería?

a) 0,

b) $\mathcal{E}/2R$,

c) *2Ɛ/ R,*

d) *Ɛ/R,*

e) *imposible de determinar.*

***ii) Después de* un tiempo muy largo**, ¿cuál es la corriente en la batería? Elija entre las mismas opciones

**i) c) 2ε/R**
Justo después de que se ha cerrado el interruptor, no existe carga en el capacitor. Mientras el capacitor comienza a cargarse, existe corriente en ambas ramas del circuito, por lo que la mitad derecha del circuito es equivalente a dos resistencias *R en paralelo, es decir, una resistencia equivalente de ½* R.

**ii), d) ε/R .** Después de mucho tiempo, el capacitor se carga por completo y la corriente en la rama derecha disminuye hasta cero. Ahora la corriente existe sólo en una resistencia *R a través* de la batería

# EJEMPLO: ejercicio 2.1.14

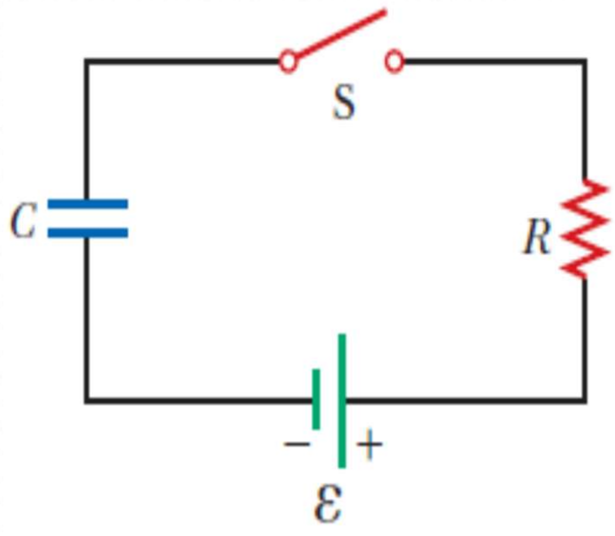
Considere el circuito *RC* en serie de la figura en el cual $R$ = 1,00 MΩ, $C$ = 5,00 μF y $\varepsilon$= 30,0 V. Encuentre:

**a)** la constante de tiempo del circuito;

**b)** la máxima carga en el capacitor después de que se cierra el interruptor;

**c)** la carga en el capacitor y la corriente que circula 10,0 s después de cerrar el interruptor,

**d)** el tiempo que demora en alcanzar el capacitor el 75% de la carga máxima.




a) Constante de tiempc $\tau = RC$ =( 1,00×10$^{6}$ Ω) (5,00×10$^{-6}$ F) **= 5,00 s**

b) Carga máxima $Q = \varepsilon C$ = (30,0V) (5,00×10$^{-6}$ F)= 150×10$^{-6}$ C =150 μC

**Q = 150 μC**

c) Carga como función del tiempo:

$$q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = (150\ \mu C)\left(1 - e^{-\frac{10,0}{5,00}}\right) = 129,70\ \mu C$$

**$q(t$ =10,0 s) = 130 μC**

Corriente como función del tiempo: $I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{30,0}{1,00 \times 10^6} e^{-\frac{10,0}{5,00}} =$

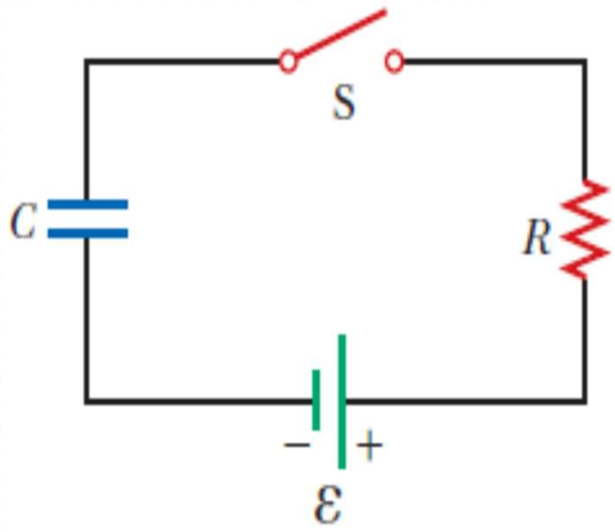
$$= (3,00 \times 10^{-5}) e^{-2} = 4,06\ \mu A$$

***I*** **(*t* =10 s)= 4,06 μA**

# EJEMPLO: ejercicio 2.1.14

Considere el circuito *RC* en serie de la figura en el cual *R* = 1,00 MΩ, *C* = 5,00 μF y *ε*= 30,0 V. Encuentre:

**a)** la constante de tiempo del circuito;
**b)** la máxima carga en el capacitor después de que se cierra el interruptor;
**c)** la carga en el capacitor y la corriente que circula 10,0 s después de cerrar el interruptor,
**d)** el tiempo que demora en alcanzar el capacitor el 75% de la carga máxima.




d) Carga como función del tiempo: $q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$$\frac{3}{4}Q_f = Q_f\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad \frac{3}{4} = \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad \frac{1}{4} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{t}{RC} \qquad -\ln\left(\frac{1}{4}\right) = \ln\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \ln(4) \qquad \ln(4) = \frac{t}{RC}$$

$$t = -RC\ln\left(\frac{1}{4}\right) = RC\ln(4) = 5{,}00\ln(4) = 6{,}93\ s$$

***t* = 6,93 s**