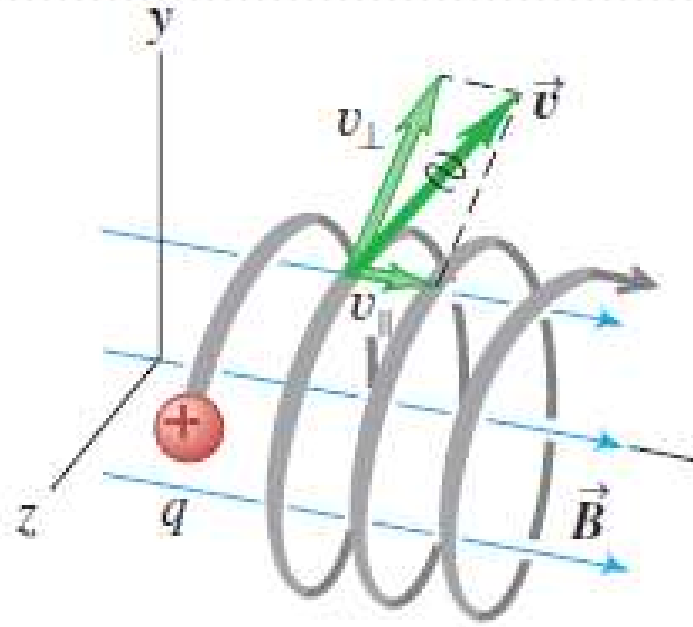


# 7-CAMPO MAGNÉTICO, FUENTES DE CAMPOS MAGNÉTICOS E INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA



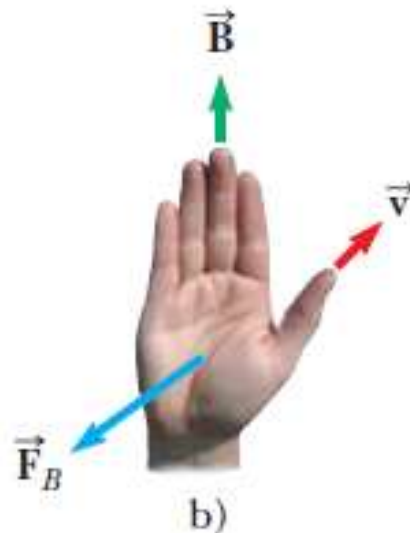
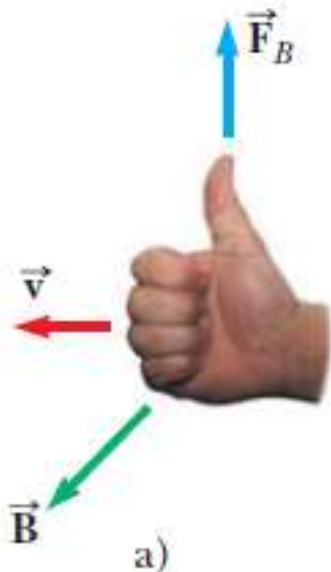
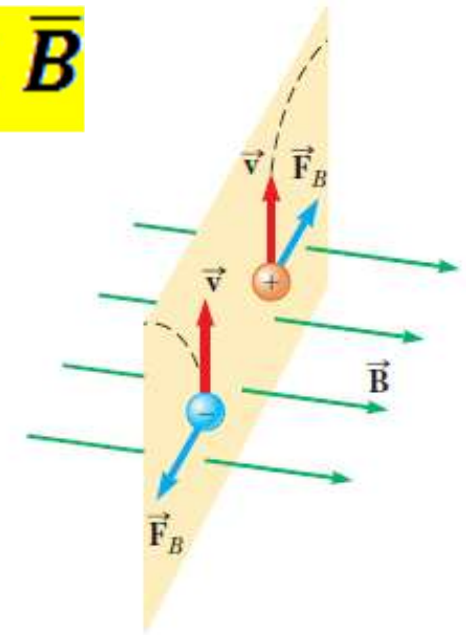
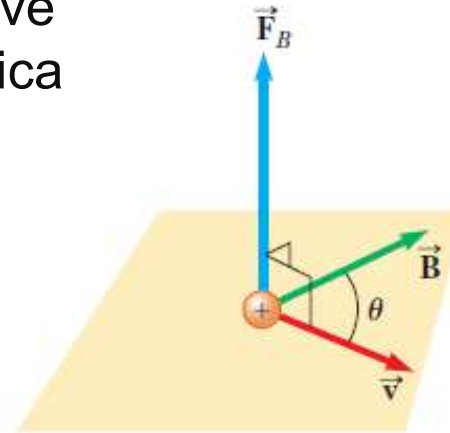
# Repaso de la clase anterior

Definimos el campo magnético  $\vec{B}$  en algún punto en el espacio en función de la **fuerza magnética**  $\vec{F}_B$  que ejerce el campo sobre una partícula con **carga**  $q$  que se mueve con una **velocidad**  $\vec{v}$ , la cual se identifica como el objeto de prueba.

$$F_B = |q|vB \sin \theta$$

Tesla (T)  $1T = 1 \frac{N}{C \cdot m/s} = 1 \frac{N}{A \cdot m}$

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$



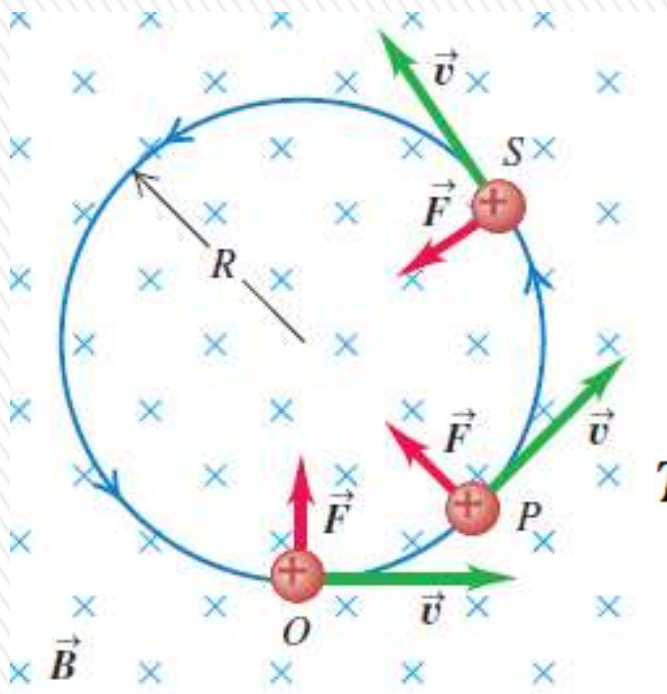
## Diferencias entre fuerzas eléctrica ( $F_E$ ) y magnética ( $F_B$ )

- $F_E$  actúa a lo largo de la dirección de  $E$ , en tanto que  $F_B$  **actúa perpendicularmente a  $B$** .
- $F_E$  actúa sobre una partícula con carga sin importar si ésta se encuentra en movimiento,  $F_B$  **actúa sólo si la partícula con carga está en movimiento**.
- $F_E$  efectúa trabajo al desplazar una partícula con carga,  $F_B$  **no efectúa trabajo cuando se desplaza una partícula**.
- $F_E$  modifica la energía cinética de una carga en movimiento,  $F_B$  no.



# Repaso de la clase anterior

## Movimiento de partículas cargadas en un campo magnético uniforme



$$F = qvB = m \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB}$$

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

frecuencia de ciclotrón

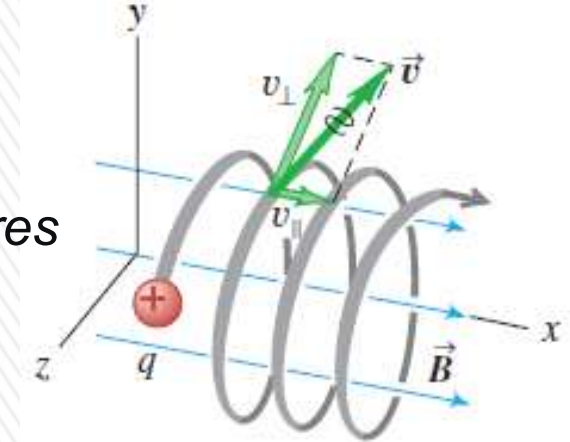
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Si  $B$  y  $v$  no son perpendiculares

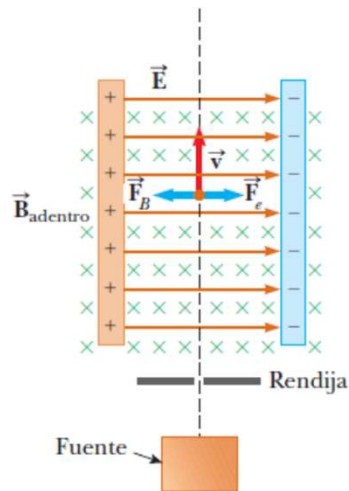
$$v_{\perp} = v \cdot \sin \theta$$

$$v_{\parallel} = v \cdot \cos \theta$$

Trayectoria **helicoidal**



$$\text{paso} = v_{\parallel} T = v \cos \theta T$$

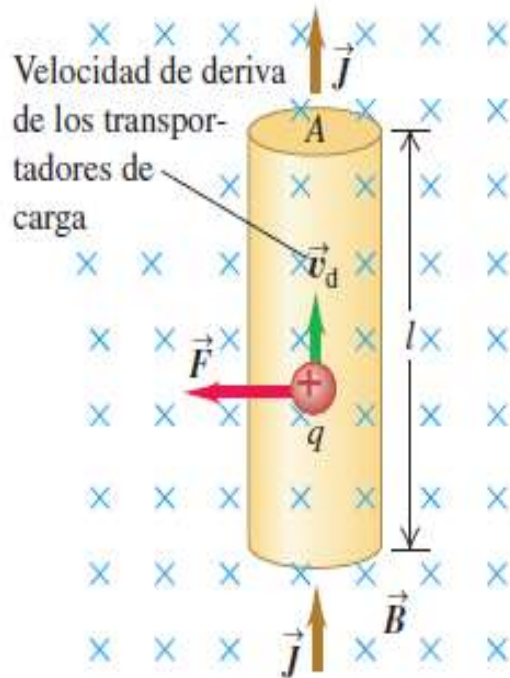


## Selector de velocidad

$$qE = qvB \quad v = \frac{E}{B}$$



# Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente



Segmento rectilíneo alambre conductor, de longitud  $l$  y área  $A$ ; la corriente  $I$  va de abajo hacia arriba.

Campo magnético uniforme  $\vec{B}$  perpendicular al plano del diagrama y dirigido *hacia el plano*.

Suponemos que las cargas móviles son positivas.

Velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  es hacia arriba, perpendicular a  $\vec{B}$ . Fuerza media sobre cada carga es dirigida a la izquierda y como  $\vec{B}$  y  $\vec{v}_d$  son perpendiculares:  $F = q v_d B$ .

Fuerza sobre todos los portadores del segmento del alambre:  $n$  número de cargas por unidad de volumen volumen del segmento:  $Al$ , Número de cargas igual a  $nAl$ .

Como  $I = nq v_d A$ :  $F = IlB$

$$F = (nAl)(qv_d B) = (nqv_d A)(lB)$$

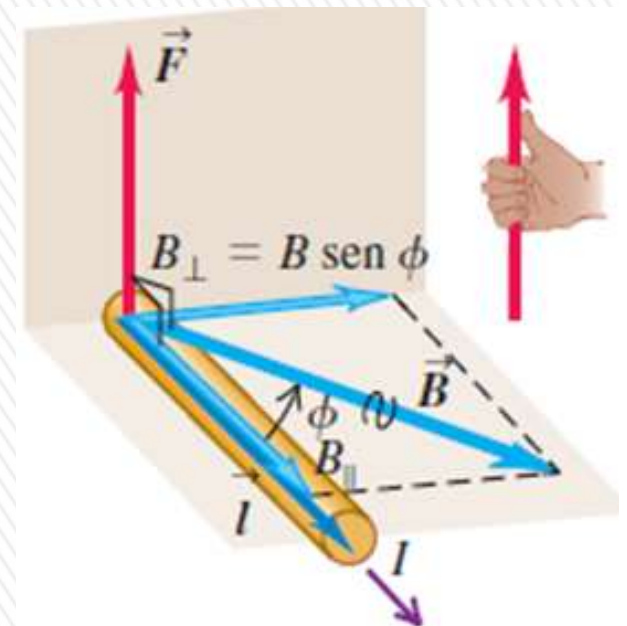
Si  $\vec{B}$  no es perpendicular al alambre, forma un ángulo  $\Phi$  con él, solo la componente de  $\vec{B}$  perpendicular al alambre ejerce una fuerza; tal componente es  $B_{\perp} = B \sin \Phi$ :

$$F = IlB_{\perp} = IlB \sin \Phi$$

Si el segmento de alambre se representa con un vector  $\vec{l}$  a lo largo del alambre y en el sentido de la corriente:

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

$$F = BiL \sin \phi$$



# Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente

Si el conductor no es recto, se divide en segmentos infinitesimales  $d\mathbf{l}$ .

La fuerza  $d\mathbf{F}$  en cada segmento es

$$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Esta expresión se integra (integral de línea) a lo largo del alambre para obtener la fuerza total sobre un conductor de cualquier forma.

¿Qué sucede cuando las cargas móviles son negativas, como los electrones en un metal?

Una corriente ascendente corresponde a una velocidad de deriva descendente.

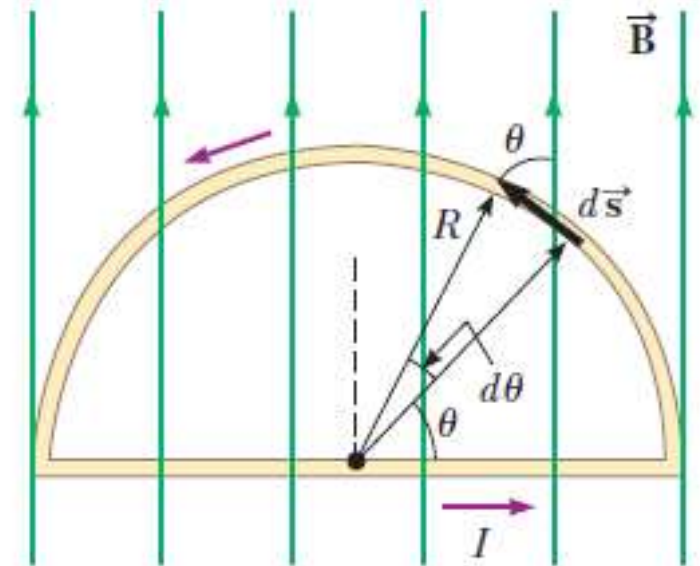
Pero como  $q$  ahora es negativa, el sentido de la fuerza es la misma que antes.

Las ecuaciones son válidas para cargas tanto positivas como negativas, e incluso cuando los dos signos de carga están presentes a la vez.

Se puede probar que en general que:

La fuerza magnética sobre un alambre portador de corriente curvo en un campo magnético uniforme es igual a la de un alambre recto que conecta los puntos finales y porta la misma corriente.

La fuerza magnética neta que actúa sobre cualquier espira de corriente cerrado en un campo magnético uniforme es cero.





# Fuerza y torque en una espira de corriente

Espira rectangular que transporta corriente  $I$ , de lados  $a$  y  $b$ , en  $\vec{B}$  uniforme.  $\vec{B}$  forma un ángulo  $\Phi$  con la normal al plano de la espira.

La fuerza neta  $\vec{F}$  sobre la espira es nula ya que la fuerza sobre uno de los lados es igual y opuesta a la fuerza que surge en el lado opuesto.

Área de la espira:  $A=a.b$

El producto  $IA$  se denomina **momento dipolar magnético** o **momento magnético** de la espira, el cual se denota:  $\mu$

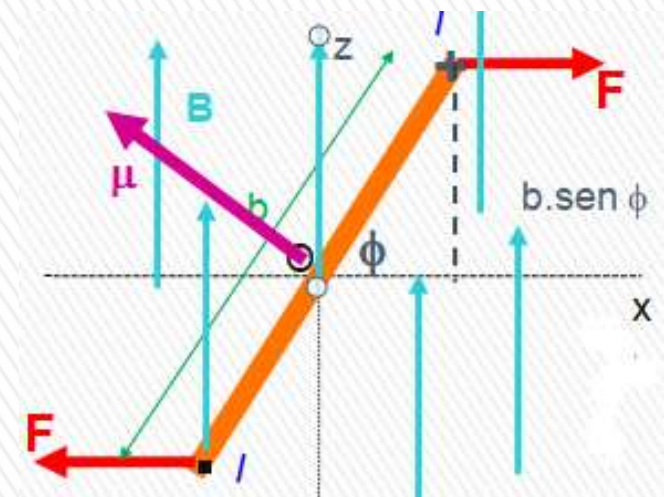
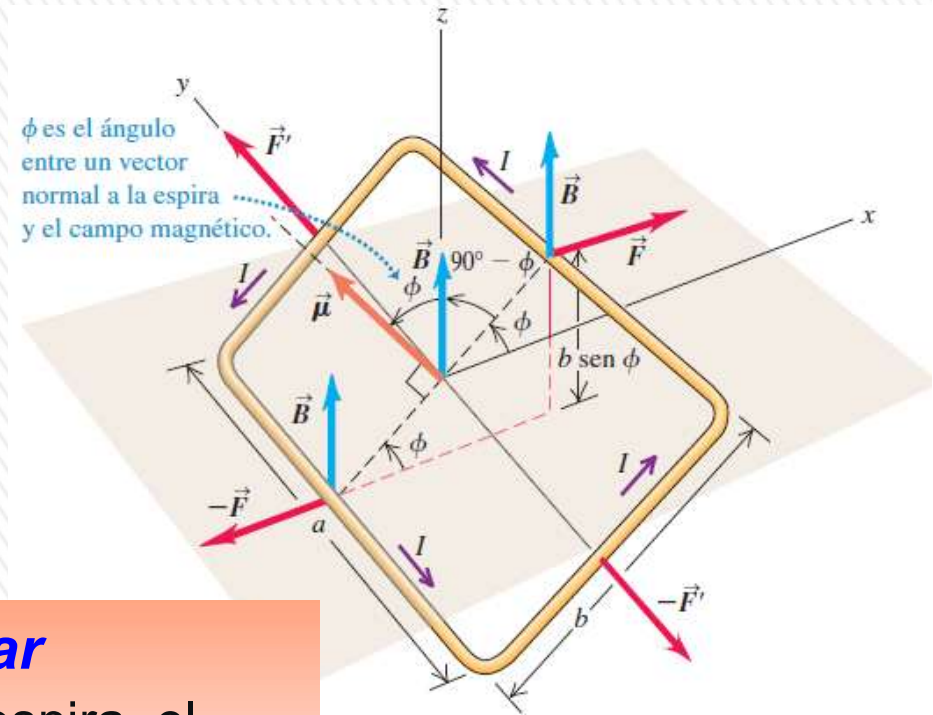
$$\mu = IA$$

$\vec{F}'$  y  $-\vec{F}'$  están en la misma línea, por lo que originan un torque neto igual a cero con respecto a cualquier punto.  $\vec{F}$  y  $-\vec{F}$  quedan a lo largo de distintas líneas de acción, y cada una origina un torque con respecto al eje  $y$ , con sentido  $+y$ . El brazo de palanca para cada una de estas fuerzas es  $(b/2)\sin\Phi$ .  $\tau = 2F\left(\frac{b}{2}\right)\sin\Phi = (IBa)(b\sin\Phi)$

$$\tau = IBA \sin \Phi$$

$$\tau = \mu B \sin \Phi$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$





# Fuerza y torque en una espira de corriente

$$\tau = \mu B \sin \Phi$$

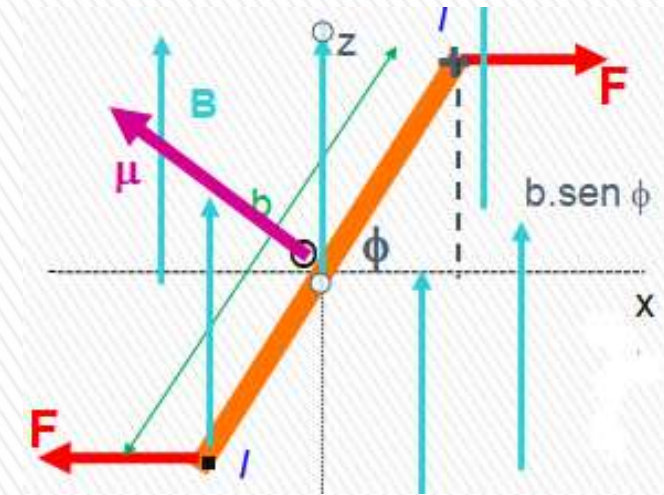
donde  $\Phi$  es el ángulo entre la normal a la espira (dirección del área vectorial  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ .

En forma vectorial:

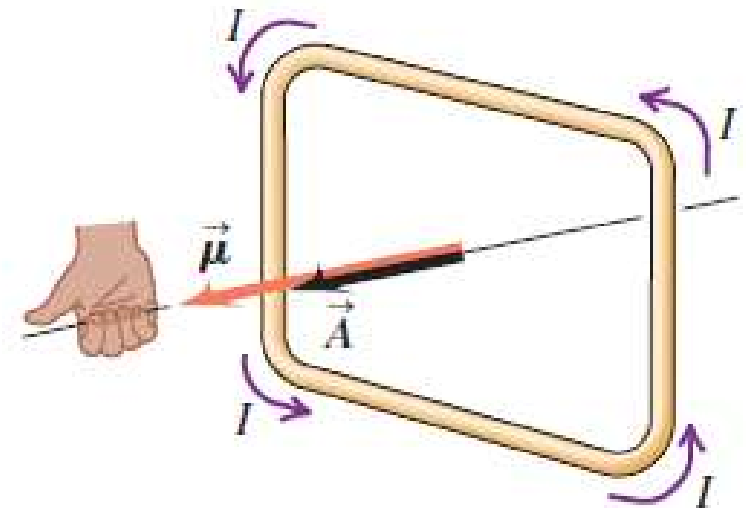
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

El torque tiende a hacer girar la espira en la dirección en que *disminuye*  $\Phi$ , es decir, hacia su posición de equilibrio estable donde la espira queda en el plano  $xy$  *perpendicular* a la dirección del campo (en la figura sentido horario).

Una espira de corriente, o cualquier otro cuerpo que experimenta un torque magnético dada por la ecuación anterior también recibe el nombre de **dipolo magnético**.

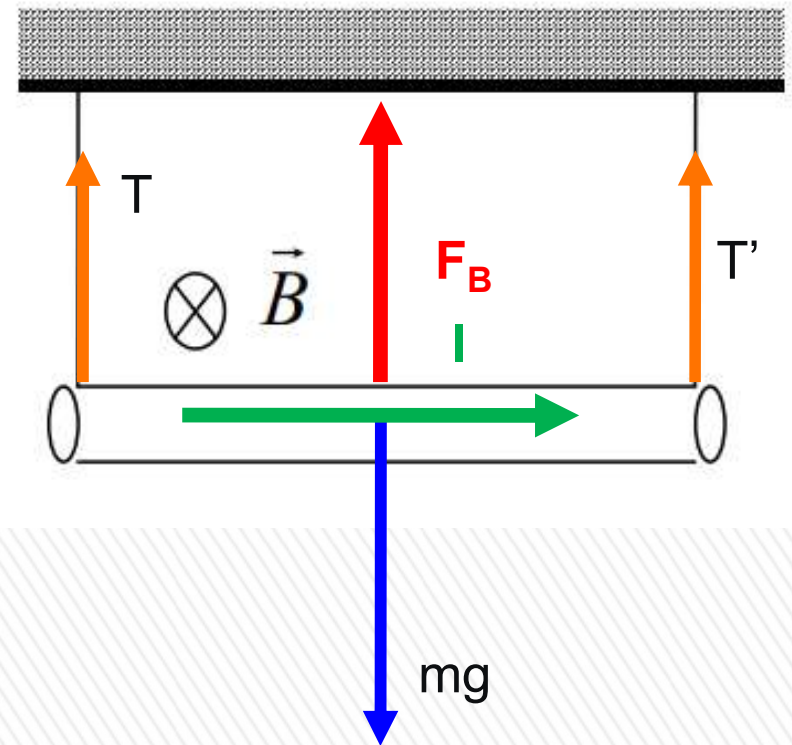


Regla de la mano derecha para determinar  $\mu$



## EJEMPLO: ejercicio 3.1.7

Un conductor suspendido por dos cuerdas tiene una masa por unidad de longitud de  $0,040 \text{ kg/m}$ . Determine el sentido y módulo de la corriente en el conductor para que la tensión en los alambres de soporte sea cero, si el campo magnético sobre la región es de  $3,6 \text{ T}$  entrante.



Para que la tensión en los alambres de soporte sean cero, la fuerza magnética  $F_B$  debe ser igual y opuesta al peso del conductor.

Sea  $\lambda = 0,040 \text{ kg/m}$  la masa por unidad de longitud.

$$m.g = F_B$$

$$\lambda.L.g = B.I.L$$

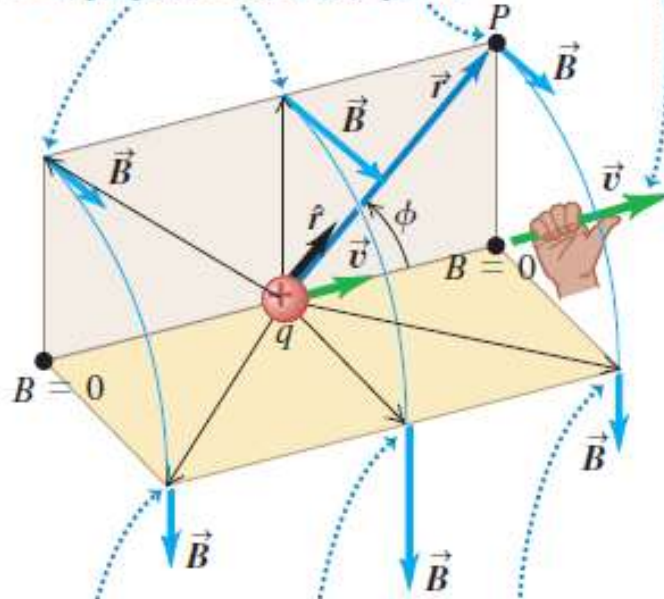
$$I = \frac{mg}{LB} = \frac{\lambda g}{B} = 0,040 \frac{9,80}{3,6} = 0,109 \text{ A}$$

**$I = 0,11 \text{ A}$  en el sentido  
mostrado en la figura**



# Campo magnético de una carga en movimiento

Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  están en el plano color beige, y  $\vec{B}$  es perpendicular a este plano.



Para estos puntos de campo,  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  están en el plano color dorado, y  $\vec{B}$  es perpendicular a este plano.

**Carga q en movimiento** (punto fuente)

P: punto de campo o de observación

**Los experimentos muestran que el campo magnético  $B$ , creado por una carga puntual  $q$  que se mueve con una velocidad  $v$  constante está dada por la siguiente expresión:**

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q| v \sin \phi}{r^2}$$

$\mu_0/4\pi$  una constante de proporcionalidad

$\mu_0$  **permeabilidad del vacío**, valor en el S.I. es:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$$

$\vec{r}$  vector que va desde el punto fuente al punto del campo P

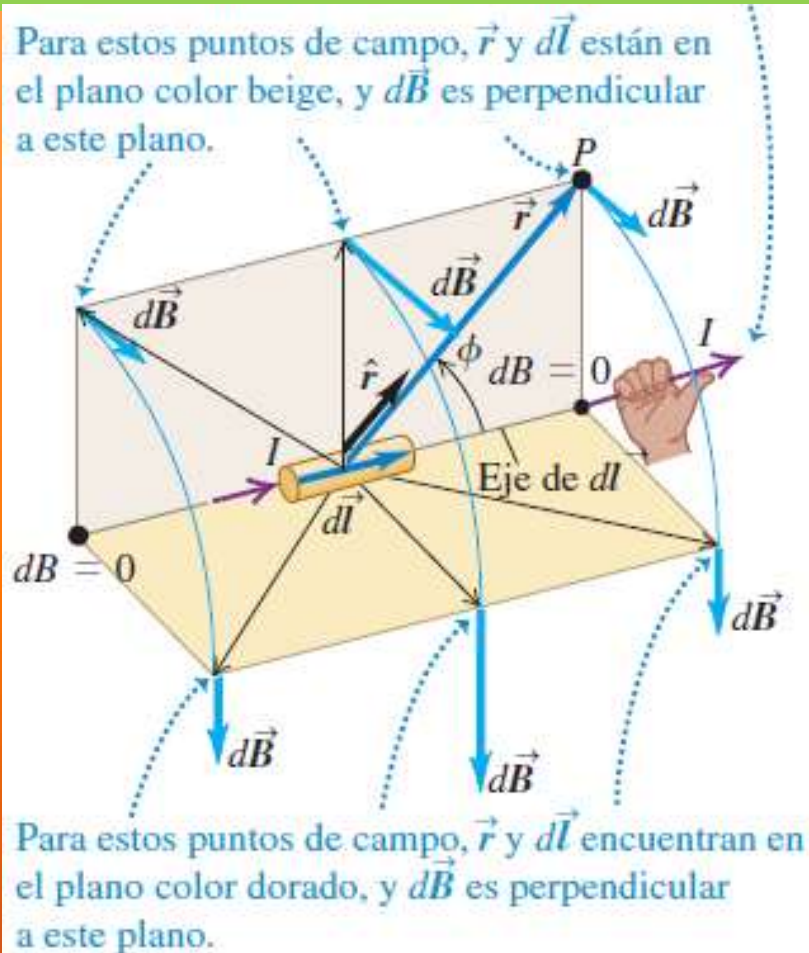
$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$  es un versor de  $r$  (vector unitario)  $\phi$  ángulo que forman los vectores  $r$  y  $v$ .

**B no es un campo central** (según la dirección de  $r$ ) sino que es perpendicular al plano que determinan  $r$  y  $v$ .

Para una carga puntual que se mueve con una cierta velocidad  $v$ , las líneas de campo magnético son *círculos con centro en la línea que pasa por  $q$  determinada por  $v$  y que se encuentran en planos perpendiculares a esta línea.*



# Campo magnético de un elemento de corriente – Ley de BIOT-SAVART



También hay un principio de superposición de campos magnéticos: **el campo magnético total generado por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos generados por las cargas individuales.**

Campo magnético  $dB$  generado por segmento  $dl$  de conductor que transporta corriente  $I$ , área de la sección del conductor  $A$  y  $n$  partículas cargadas en movimiento por unidad de volumen,  $c/u$  con carga  $q$ . Carga total  **$dQ=nqAdl$**  que viaja con velocidad  $v_d$ . (Los campos magnéticos debidos a los movimientos al azar de las cargas, en promedio, se cancelarán en cada punto)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ| v_d \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|A dl v_d \sin \phi}{r^2}$$

Pero, la corriente  $I$  es:  **$(n|q|v_d)A = I$**

Por lo que podemos escribir: 
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \phi}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$d\vec{l}$  vector de longitud  $dl$ , con dirección y sentido de la corriente en el conductor





# Campo magnético de un elemento de corriente – Ley de BIOT-SAVART

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \phi}{r^2}$$

$$d\bar{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\bar{\mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

Campo magnético total en cualquier punto del espacio debido a la corriente en un circuito completo, se integra la ecuación con respecto a todos los segmentos que conduzcan corriente:

$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\bar{\mathbf{l}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

**Ley de Biot y Savart:** J.B.Biot (1774-1862) y F. Savart (1791-1841) que llegaron a esta expresión que da el valor del campo magnético en algún punto del espacio, en función de la corriente que lo produce.

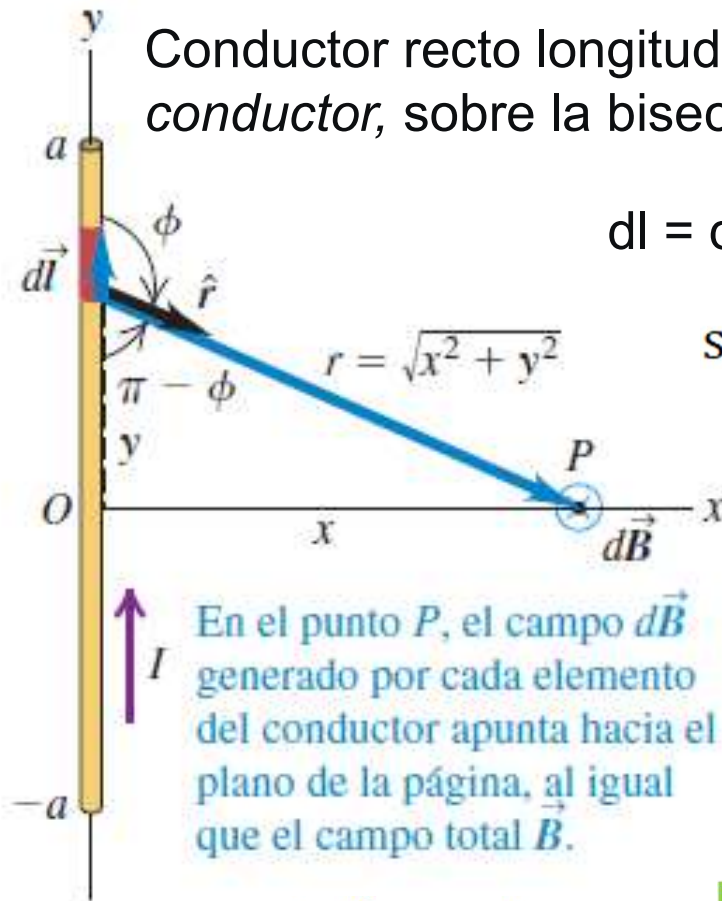
Al igual que la ley de Coulomb para el campo eléctrico debido a una carga puntual, la ley de Biot-Savart es una ley del tipo  $r^{-2}$ . Pero es mucho más complicada, ya que en ella interviene un producto vectorial, y además, nunca se puede observar el campo  $d\mathbf{B}$  producido en un punto por un elemento  $d\mathbf{l}$ , porque sólo se puede medir el campo neto  $\mathbf{B}$  debido a un circuito total.





# Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

Conductor recto longitud  $2a$  con corriente  $I$ , campo en punto a distancia  $x$  del conductor, sobre la bisectriz perpendicular.



En el punto  $P$ , el campo  $d\vec{B}$  generado por cada elemento del conductor apunta hacia el plano de la página, al igual que el campo total  $\vec{B}$ .

$$dl = dy \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \phi}{4\pi r^2}$$

$$\sin \phi = \sin(\pi - \phi) = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Por la regla de la mano derecha se tiene que

$d\vec{l} \times \hat{r}$  es perpendicular y entrante al plano de la figura

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy}{x^2 + y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{x I dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}} \quad \text{si } a \gg x \text{ entonces: } \sqrt{x^2 + a^2} \approx a$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Si  $a \rightarrow \infty$  hay simetría respecto al eje  $y$ ,  $B$  tiene la misma magnitud en todos los puntos de un círculo de radio  $r$  con centro en el conductor y que se encuentre en un plano perpendicular a él, y la dirección de debe ser tangente en cualquier parte del círculo.

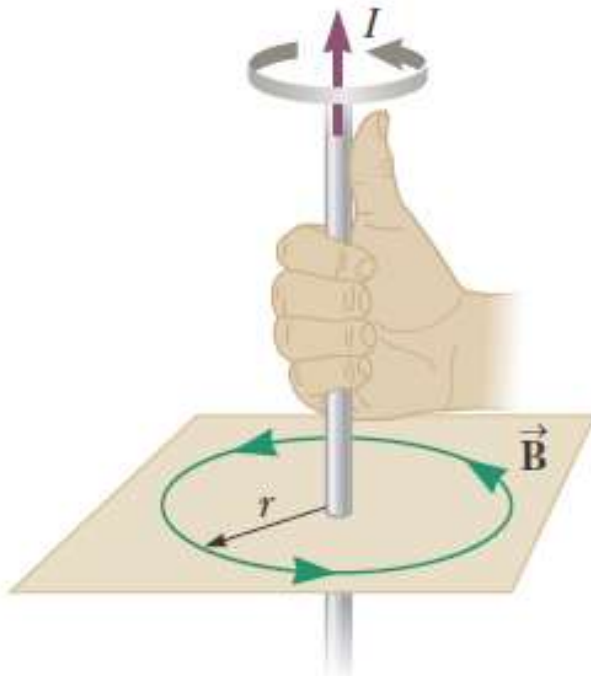
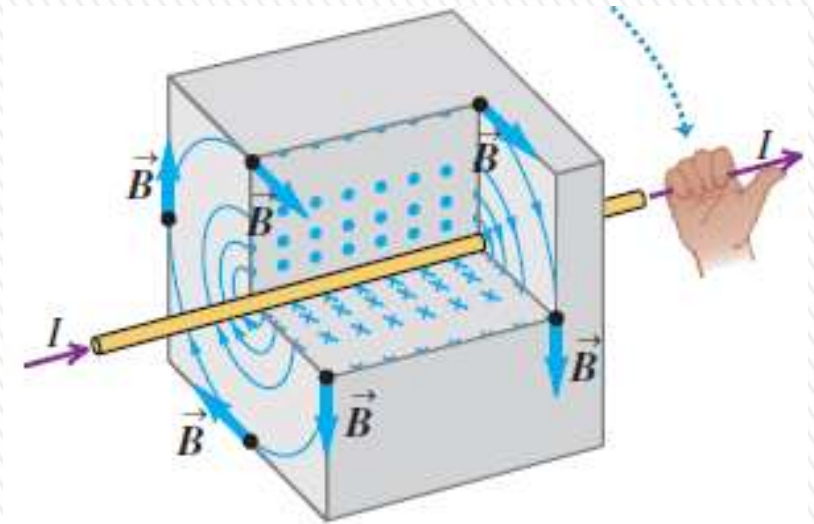


# Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Campo cerca de un conductor largo y recto portador de corriente

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \left(2,00 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}\right) \frac{I}{r}$$



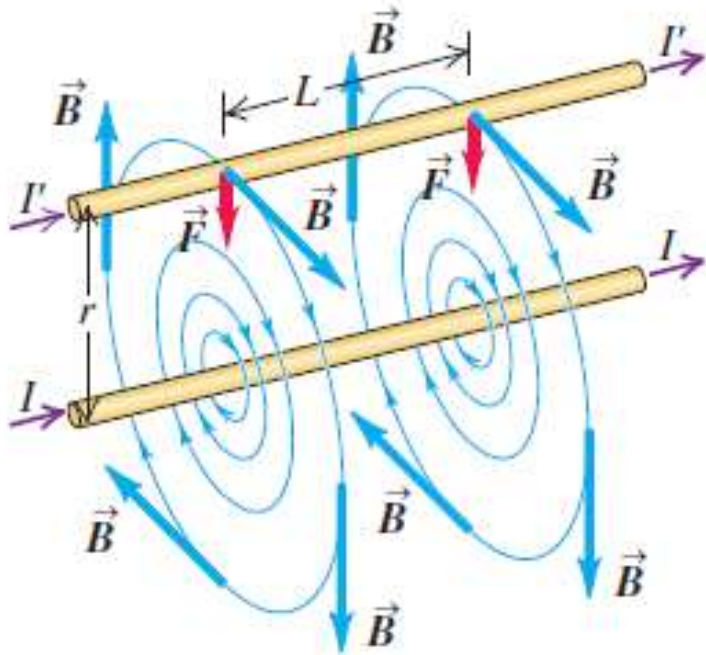
Las líneas de campo magnético son circunferencias concéntricas al alambre.

El sentido del campo está dado por la regla de la mano derecha, como se muestra en la figura.

## ATENCIÓN:

Si bien este resultado es exacto sólo si la longitud del alambre es infinito, se puede usar como buena aproximación cuando la distancia donde se calcula el campo es mucho menor que la longitud del alambre y se desprecian los efectos de borde.

# Fuerza entre dos conductores paralelos



Dos conductores largos, rectos y paralelos separados una distancia  $r$  con corrientes  $I$  e  $I'$  en el mismo sentido.

Cada conductor se encuentra en el campo magnético producido por el otro, por lo que cada uno experimenta una fuerza.

El conductor inferior produce un campo en la posición del conductor de arriba dado por:  $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Un segmento  $L$  del conductor superior experimenta una fuerza dada por:  $F = BI'L$

$$F = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} I' L$$

La fuerza por unidad de longitud ( $F/L$ ) vale:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

Regla de la mano derecha: fuerza sobre conductor superior dirigida *hacia abajo* (*atraída hacia el inferior*).

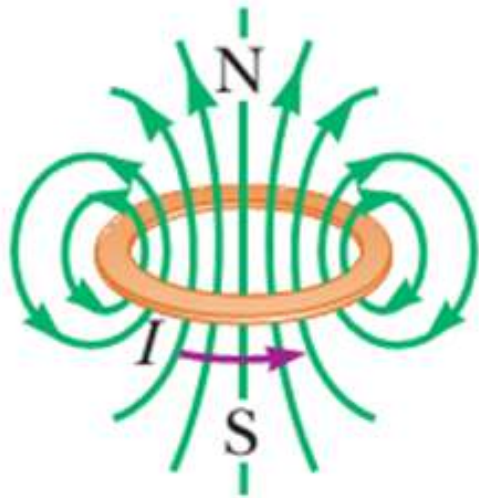
La corriente en el conductor superior también origina un campo en la posición del inferior, operando en forma similar, se puede ver que la fuerza sobre el conductor inferior va hacia arriba, y tiene igual magnitud de  $F/L$ .

**Conductores paralelos que llevan corrientes en un mismo sentido se atraen, conductores paralelos que llevan corrientes en sentidos opuestos se repelen.**



# Campos magnéticos de una espira circular de corriente y de un solenoide

Campo magnético sobre el eje, a una distancia  $x$  de una espira de radio  $a$  por el que circula una corriente  $I$



El campo en el centro ( $x=0$ ) vale:

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

## Campo magnético creado por un solenoide

Solenoide: alambre largo enrollado en forma de hélice.

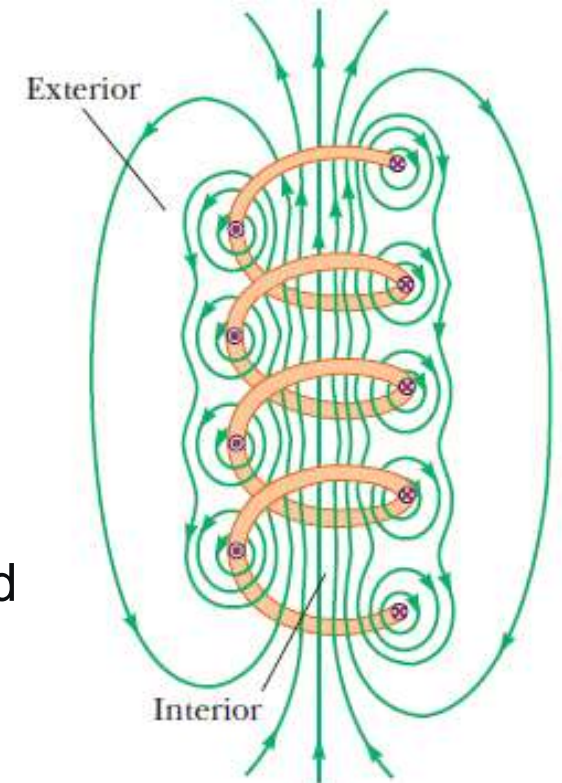
Se produce un campo magnético bastante uniforme en el *interior del solenoide cuando lleva una corriente*.

Para un solenoide largo, con  $n$  espiras por unidad de longitud se puede utilizar la siguiente aproximación.

En el interior el campo es uniforme y vale:

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

Y en el exterior:  $B=0$ .

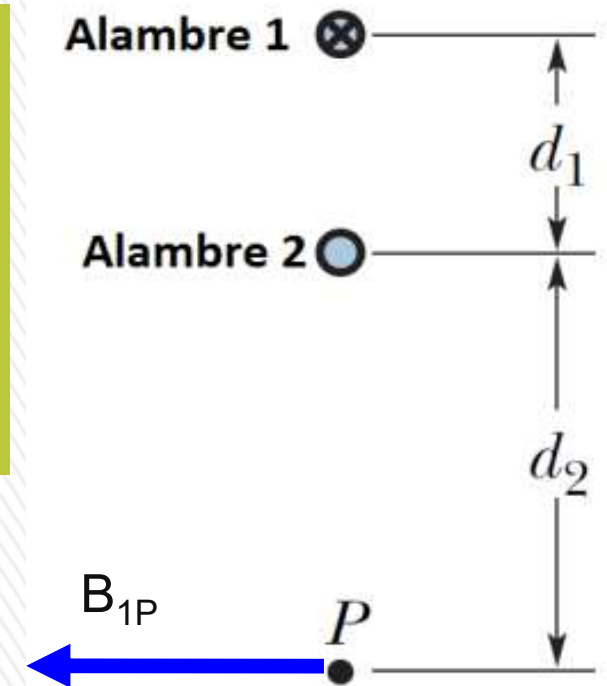




## EJEMPLO: ejercicio 3.2.2

**3.2.2-** Dos alambres paralelos rectos y largos perpendiculares al plano de la página están separados por una distancia  $d_1 = 7,50$  cm. El alambre 1 conduce una corriente entrante  $I_1 = 6,50$  A. ¿Cuál debe ser la corriente (magnitud y sentido) en el alambre 2, para que el campo magnético resultante en el punto  $P$ , situado a una distancia  $d_2 = 15,0$  cm, sea cero?

Considero el campo ( $B_{1P}$ ) que crea el alambre 1 en  $P$ .



Entonces el campo ( $B_{2P}$ ) que debe crear el alambre 2 en  $P$  debe tener la misma magnitud y sentido contrario:  $B_{1P} = B_{2P}$

Por tanto la corriente por el alambre 2 debe ser saliente (sentido contrario a la del alambre 1).

$$B_{1P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d_1 + d_2)} \quad B_{2P} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \quad \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d_1 + d_2)} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}$$
$$\frac{I_1}{d_1 + d_2} = \frac{I_2}{d_2} \quad I_2 = \frac{d_2}{d_1 + d_2} I_1 \quad I_2 = \frac{15,0}{7,50 + 15,0} 6,50 = 4,33 \text{ A}$$

**$I_2 = 4,33$  A saliente**



# INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

En la mayoría de los equipos eléctricos que se usan en la industria y el hogar, la fuente de fem *no es una batería, sino una estación generadora* de electricidad, la cual produce energía eléctrica convirtiendo otras formas de energía: potencial gravitacional en una planta hidroeléctrica; química en una planta termoeléctrica que consume carbón o petróleo o atómica en una central nucleoelectrica.

Pero, **¿cómo se realiza esta conversión de la energía?**

La respuesta es un fenómeno conocido como **inducción electromagnética**.

El principio fundamental de la inducción electromagnética, es la **ley de Faraday**, que **relaciona la fem inducida con el flujo magnético variable en cualquier circuito**.

Los primeros experimento de inducción fueron realizados por 1830 por Michael Faraday y Joseph Henry.

La corriente generada se llama **corriente inducida**, y la fem correspondiente que se requiere para generarla recibe el nombre de **fem inducida**.

a) Un imán fijo NO induce una corriente en una bobina.



b) Mover el imán acercándolo o alejándolo de la bobina.

