

14- FÍSICA MODERNA

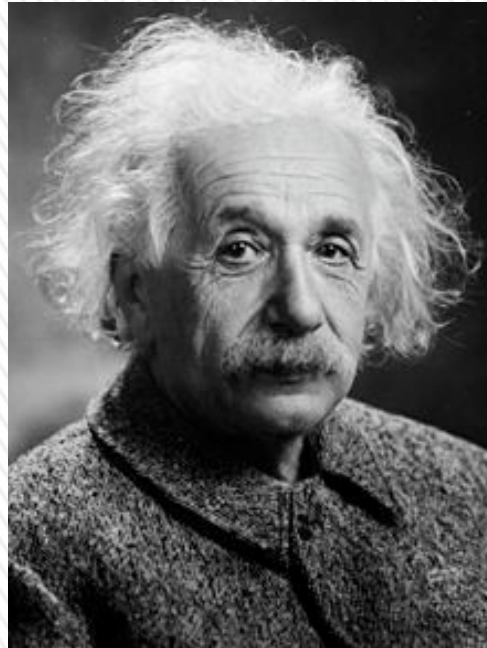


Max Planck

(1858-1947).

Nobel de Física 1918

Considerado como el fundador de la teoría cuántica (1900)



Albert Einstein

(1879-1955).

Nobel de Física 1921

Autor de la Teoría de la Relatividad,
explicación del efecto fotoeléctrico.



Louis Víctor de Broglie

(1892-1987).

Nobel de Física 1929

Ondas de materia,
descubrimiento ondulatorio del electrón.



Niels Bohr

(1885-1962).

Nobel de Física 1922

Estructura del átomo y mecánica cuántica

Cuantización de la energía y comportamiento corpuscular de las ondas electromagnéticas

Al examinar la emisión, absorción y dispersión de la radiación electromagnética (EM), se comprueba que **la energía de una onda EM está *cuantizada*: se emite y absorbe en forma de paquetes semejantes a partículas de energía definida, llamados *fonones o cuantos*.**

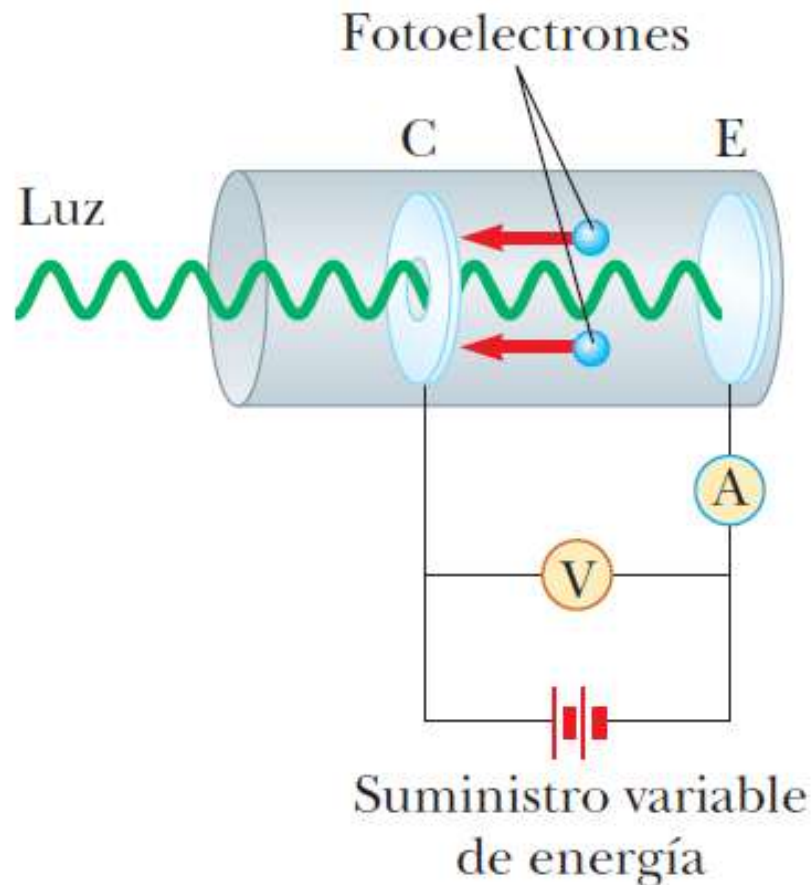
La energía de un fotón es proporcional a la frecuencia de la radiación. Para una determinada clase de átomo individual, la energía no puede tener un valor cualquiera; sólo son posibles valores discretos, llamados ***niveles de energía***.

Esto introdujo a la ***mecánica cuántica***, *que implica cambios radicales las ideas sobre la naturaleza de la radiación EM y de la materia misma.*

Al final del siglo XIX, se especulaba que las ondas EM de frecuencias correspondientes a la luz (10^{15} Hz) podrían ser producidas por cargas eléctricas oscilantes dentro de átomos individuales.

Sin embargo, sus hipótesis no explicaban algunos resultados experimentales clave cómo: *los espectros atómicos de líneas y el efecto fotoeléctrico.*

EFEECTO FOTOELÉCTRICO



En 1887 Heinrich Hertz descubre el fenómeno: la luz que incide sobre ciertas superficies metálicas puede provocar la emisión de electrones de éstas (**fotoelectrones**).

Un tubo de vidrio al vacío, contiene una placa metálica E (**emisor**) conectado a la terminal negativa de una fuente de energía variable. Otra placa metálica, C (**colector**), se mantiene a un potencial positivo mediante la fuente de energía.

Cuando el tubo se conserva en la oscuridad, el amperímetro lee cero, lo que indica que no hay corriente en el circuito.

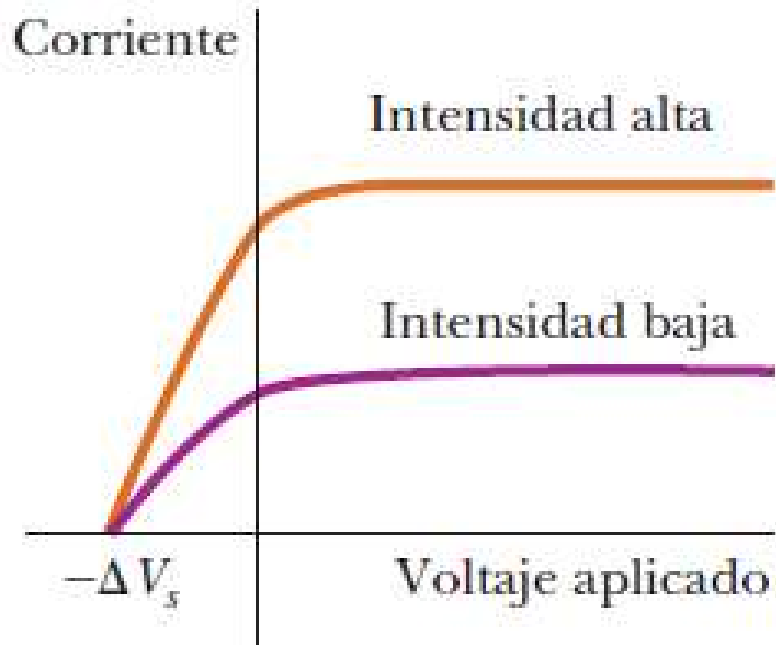
Sin embargo, cuando la placa E se ilumina con luz que tiene una λ más corta que cierta λ particular que depende del material de la placa E, el amperímetro detecta una corriente, lo que indica un flujo de cargas a través de la diferencia entre E y C. **Esta corriente surge de los fotoelectrones emitidos de la placa negativa E y recolectados en la placa positiva.**



Los diversos experimentos se pueden resumir en las dos gráficas siguientes.

EFFECTO FOTOELÉCTRICO

Resultados experimentales:



Corriente fotoeléctrica en función de la diferencia de potencial aplicada a dos intensidades de luz. La corriente aumenta al incrementar la intensidad, pero con valores altos de V llega a un nivel de saturación.

Con voltajes iguales o más negativos que V_s , en donde V_s es **el potencial de frenado**, la corriente es igual a cero.

Si V se hace suficientemente grande la corriente alcanza cierto valor de saturación. Si el voltaje se invierte, la corriente no cae a cero, lo que muestra que los electrones son emitidos con una cierta energía cinética K . Si se alcanza cierto valor V_s (**potencial de frenado**), corriente se anula. Por tanto es una medida de la **energía cinética máxima** ($K_{MÁX}$)

$$K_{MÁX} = eV_s \quad (1)$$

El valor de $K_{MÁX}$ es independiente de la intensidad luminosa I .

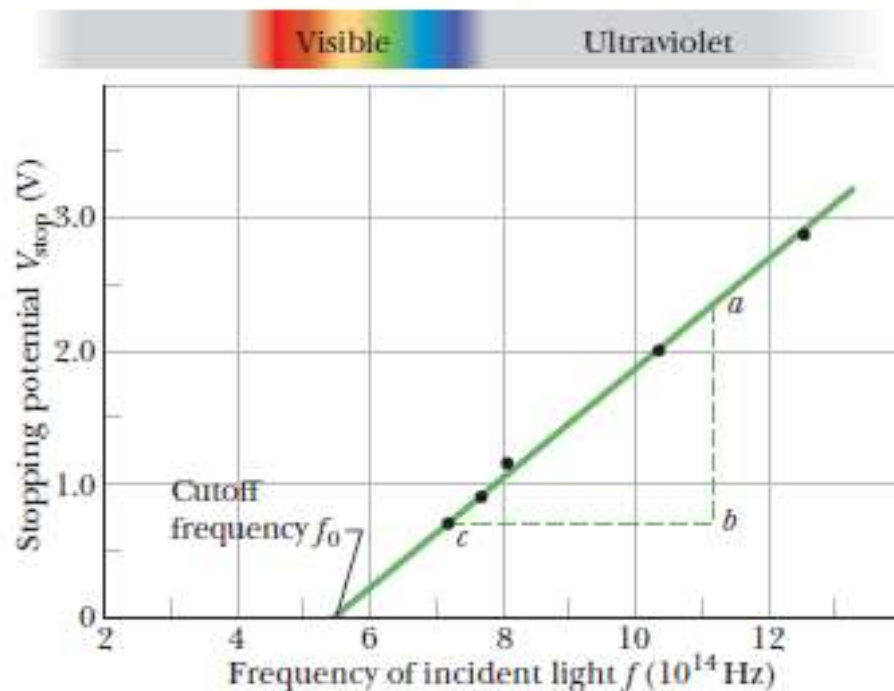


EFFECTO FOTOELÉCTRICO

Potencial retardador- frecuencia de luz incidente

Electrons can escape only if the light frequency exceeds a certain value.

The escaping electron's kinetic energy is greater for a greater light frequency.



El potencial de frenado V_{STOP} como una función de la frecuencia f de la luz incidente sobre un blanco de sodio.

Existe una frecuencia f_U , llamada **frecuencia de corte o umbral** por debajo de la cual no ocurre efecto fotoeléctrico.

Por tanto también existe una longitud de onda umbral λ_U , por encima de la cual no hay efecto fotoeléctrico.

Hechos que no puede explicar la teoría electromagnética clásica:

- 1) K_{MAX} de los electrones arrancados de la placa es independiente de la intensidad de iluminación I (V_S no depende de I).
- 2) Para frecuencias menores a f_U no ocurre el fenómeno fotoeléctrico cualquiera sea el valor de I .
- 3) Emisión casi instantánea ($< 10^{-9}$ s después de que se ilumina incluso con intensidades de luz muy bajas).
- 4) K_{MAX} de los fotoelectrones aumenta al incrementarse la frecuencia de la luz.

EFECTO FOTOELÉCTRICO

Explicación de Einstein (1905)

La luz viaja en el espacio en forma de “paquetes de onda” llamados **fotones** cuya energía está cuantizada y vale: **$E = h.f$ (2)**

Siendo **h** la **constante de Planck**: **$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$** y **$f$** la frecuencia.

Cuando el fotón incide sobre la placa, su energía se invierte:

- trabajo de extracción del electrón (**ϕ función trabajo** energía mínima necesaria para que un electrón escape de las fuerzas atractivas del metal característica del metal de la placa) y,
- proporcionarle energía cinética **K** .

Si el electrón no colisiona cuando escapa (no “hay pérdidas”) se cumple:

$$h.f = K_{MÁX} + \phi \quad (3)$$

Si se duplica la intensidad de la iluminación se duplica en número de fotones incidentes y por tanto también los electrones arrancados, lo que duplica la corriente de saturación.

El potencial de frenado ($V_S \approx K_{MÁX}$) es independiente del número de fotones, y por tanto de la intensidad de iluminación **I** .

$$h.f = eV_S + \phi \qquad V_S = (h.f / e) - (\phi / e)$$

$$h.f = \frac{h.c}{\lambda} = K_{MÁX} + \phi = e.V_S + \phi$$

$$h.c = 1240 \text{ eV.nm}$$

$$h.f_u = \phi$$



FOTONES Y ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

El efecto fotoeléctrico y otros fenómenos muestran que cuando la radiación electromagnética interactúa con la materia, se comporta como si estuviera compuesta de partículas:

con energía $E = hf$ y cantidad de movimiento $p = h/\lambda$.

La luz se describe en términos de fotones con cierta energía y cantidad de movimiento.

La luz y otras ondas electromagnéticas exhiben efectos de interferencia y de difracción, que son entendibles solo mediante una interpretación ondulatoria.

Hay que **aceptar ambos modelos y admitir que no es posible describir la naturaleza verdadera de la luz en función de ninguna concepción clásica única.**

El modelo de partícula y el modelo ondulatorio de la luz se complementan.



EJEMPLO

El emisor de un tubo fotoeléctrico tiene una longitud de onda umbral de 6000 Å. Calcular la longitud de onda de la luz incidente si el potencial de frenado para esta luz es de 2,50 V.

Datos: $\lambda_U = 6000 \text{ Å} = 600 \text{ nm}$ $V_s = 2,50 \text{ eV}$

La función de trabajo ϕ cumple que: $\phi = hf_U = \frac{hc}{\lambda_U}$

$$\phi = hf_U = \frac{hc}{\lambda_U} = \frac{1240}{600} = 2,067 \text{ eV}$$

$$K_{MÁX} = eV_s = 2,50 \text{ eV}$$

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = K_{MÁX} + \phi \quad \lambda = \frac{hc}{K_{máx} + \phi} = \frac{1240}{2,50 + 2,067} = 271,53 \text{ nm}$$

$$\lambda = 272 \text{ nm}$$



PROPIEDADES ONDULATORIAS DE LA MATERIA

A nivel macroscópico todas las observaciones pueden ser interpretadas considerando una explicación ondulatoria o una explicación a través de partículas, pero a nivel microscópico esta distinción no es tan clara.

Todavía más desconcertante que el comportamiento corpuscular de la radiación es el hecho que bajo ciertas condiciones las partículas... **¡exhiben características ondulatorias!**

En 1923 Louis de Broglie postuló que **ya que los fotones tienen a la vez características ondulatorias y de partículas, es posible que todas las formas de la materia tengan ambas propiedades.**

Según De Broglie, los electrones, igual que la luz, tienen una naturaleza dual partícula-onda, lo que era una idea en extremo revolucionaria que en esas fechas no tenía ninguna confirmación experimental.

La cantidad de movimiento de un fotón puede ser expresada de la forma:
por tanto se cumple que $\lambda = h/p$.

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

*De Broglie sugirió que las partículas que tengan una cantidad de movimiento p tienen una longitud de onda característica (**longitud de onda de De Broglie**) dada por la misma expresión: $\lambda = h/p$.*

$p = mv$ es la magnitud de la cantidad de movimiento de una partícula de masa m y de rapidez v

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$



PROPIEDADES ONDULATORIAS DE LA MATERIA

Longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Además, en analogía con los fotones, De Broglie postuló que las partículas obedecen la relación de Einstein $E = hf$, donde E es la energía total de la partícula. En tal caso, la frecuencia de una partícula es

$$f = \frac{E}{h}$$

La naturaleza dual de la materia resulta evidente en estas dos últimas ecuaciones, ya que cada una contiene a la vez conceptos de partículas (p y E) y cantidades ondulatorias (λ y f).

Si se consideran efectos relativistas:

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

El experimento Davisson-Germer en 1927 confirmó la hipótesis de De Broglie al demostrar que los electrones que se dispersan de cristales forman un patrón de difracción.

Posteriormente: se observó difracción de neutrones, protones y otras partículas.



PROPIEDADES ONDULATORIAS DE LA MATERIA

Ejemplo: a) Comparar la λ de De Broglie para un electrón ($m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$) que se mueve con una velocidad igual a $1,00 \times 10^7 \text{ m/s}$, con la de una pelota de béisbol de $0,145 \text{ kg}$ de masa que se lanza a $45,0 \text{ m/s}$.

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{(9,11 \times 10^{-31})(1,00 \times 10^7)} = 7,28 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\lambda_b = \frac{h}{m_b v} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{(0,145)(45,0)} = 1,02 \times 10^{-34} \text{ m}$$

La longitud de onda del electrón corresponde a la de los rayos X en el espectro electromagnético. La pelota de béisbol, en contraste, tiene una longitud de onda mucho menor que cualquier abertura a través de la cual posiblemente pudiera pasar la pelota, de modo que no se podrían observar efectos de difracción.

DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

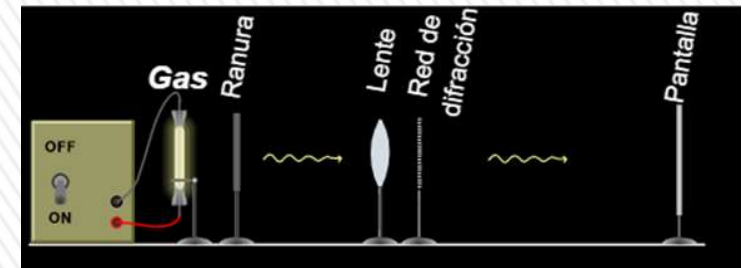
La luz, normalmente considerada como una onda, presenta propiedades corpusculares cuando interacciona con la materia, mientras que los electrones, considerados partículas, presentan propiedades ondulatorias. Todos los fenómenos (electrones, átomos, luz, sonido, etc.) tienen características tanto de ondas como partículas.

Conceptos partículas y ondas clásicas no describen adecuadamente comportamiento de ningún fenómeno.

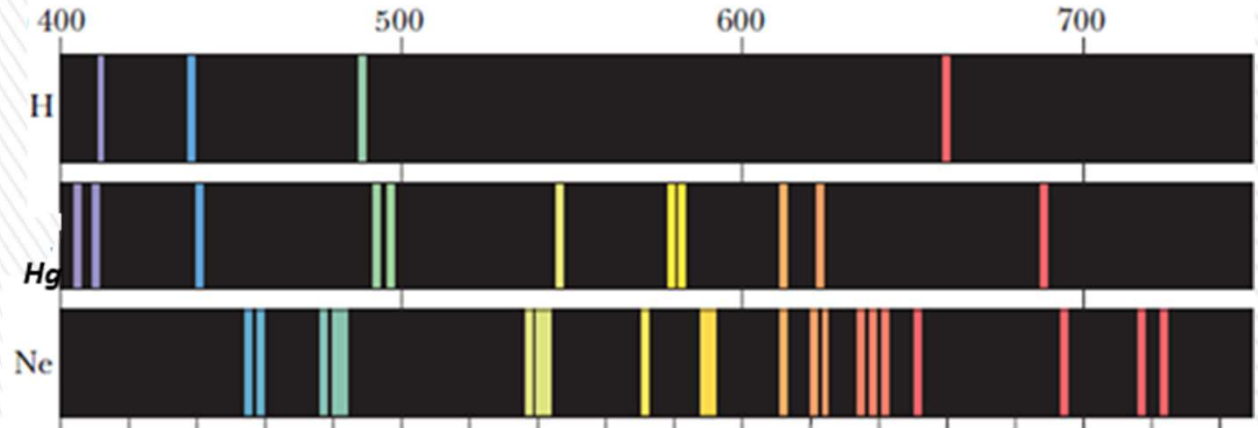
Se debe adoptar la dualidad onda-partícula.

ESPECTROS ATÓMICOS

Si en un tubo de vidrio vacío se llena con hidrógeno (u otro gas) a baja presión y entre los electrodos metálicos del tubo se aplica un voltaje lo suficientemente grande como para producir una corriente eléctrica en el gas, el tubo emite luz que tiene un color que depende del gas en el interior.



Cuando la luz emitida se analiza con un espectrómetro, se ven líneas brillantes tenues y cada una tiene una longitud de onda (λ) o color diferente. Esta serie de líneas espectrales se llama **espectro de emisión**. Las λ contenidas en los espectros son características del elemento que emite la luz.



El **espectro de emisión del hidrógeno** incluye 4 líneas prominentes que ocurren a estas λ : 656,3 nm; 486,1 nm; 434,1 nm y 410,2 nm.

En 1885, Johann Balmer descubrió que las longitudes de onda de éstas y de líneas menos prominentes pueden describirse mediante una simple ecuación empírica.

$$\lambda = 364,6 \frac{m^2}{m^2 - 4}$$

$$m = 3, 4, 5, 6, \dots$$

En 1888 se alcanzó una fórmula general para espectros de varios elementos (Rydberg).

Para caso del hidrógeno era: $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ son enteros tal que $n_1 > n_2$

R_H constante de Rydberg para el hidrógeno con $R_H = 1,0973732 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

Para $n_1 = 1$ y n_2 a partir de 2 se obtiene la serie Lyman, para $n_1 = 2$ y n_2 a partir de 3 la serie Balmer...

Esta ecuación no podía ser explicada a través de la física clásica, recién pudo explicarse a través del modelo del átomo de Bohr.

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Bohr (1913) modelo semi-clásico (**modelo de Bohr**): determina *niveles de energía del hidrógeno ajustándose a los valores determinados a partir de los espectros.*

Modelo planetario de Rutherford:

¿Qué mantenía a los electrones con carga negativa a distancias relativamente grandes ($\approx 10^{-10}$ m) del núcleo tan pequeño ($\approx 10^{-14}$ m) con carga positiva, a pesar de su atracción electrostática?

Rutherford sugirió que quizá los electrones *giraban en órbitas* en torno al núcleo, justo como los planetas giran alrededor del Sol.

Según la teoría electromagnética clásica, toda carga que acelera (ya sea oscilante o giratoria) irradia ondas electromagnéticas y *la frecuencia de las ondas electromagnéticas emitidas debe ser igual a la frecuencia de revolución.* Si los electrones irradian energía, sus rapidez angular cambiarían en forma continua, y emitirían un espectro *continuo y no los espectros de líneas que se observan en realidad.*

Bohr hace una propuesta revolucionaria: **un electrón en un átomo puede moverse en torno al núcleo en ciertas órbitas estables, circulares, sin emitir radiación**, al contrario de las predicciones de la teoría electromagnética clásica



MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Combina: teoría cuántica original de Planck, concepto de Einstein de fotón, modelo planetario de Rutherford y la mecánica newtoniana.

4 postulados revolucionarios:

1. El electrón se mueve en órbitas circulares alrededor del protón bajo la influencia de fuerza eléctrica coulombiana de atracción.
2. Sólo ciertas **órbitas del electrón son estables**. Cuando está en alguno de estos **estados estacionarios**, **el electrón no emite energía en forma de radiación**.
3. La radiación se emite por el átomo cuando el electrón hace una transición de una órbita inicial más energética a una órbita de menor energía.

La frecuencia f del fotón emitido está dada por: $E_i - E_f = hf$ ($E_i > E_f$)

Un fotón incidente puede ser absorbido por el átomo, pero sólo si fotón tiene una energía igual exactamente a la diferencia entre energía de un estado permitido del átomo y un estado de energía superior. Una vez ocurrida la absorción, el fotón desaparece y el átomo hace una transición al estado de energía superior.

4. Radio de la órbita permitida- la circunferencia de la órbita de un electrón debe contener un número entero de longitudes de onda de De Broglie: $2\pi.r = n.\lambda$, y como la longitud de onda de De Broglie de un electrón es $\lambda = h/(m_e v)$, por lo que se cumple $m_e v.r = h/2\pi$.

Esta ecuación se puede expresar a través del **momento angular orbital del electrón L que es igual a un múltiplo entero de $\hbar = h/2\pi$**



MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

$$L_n = m_e v_n r_n = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}$$

$n = 1, 2, 3, \dots$; m_e masa del electrón, v_n la rapidez del electrón en su órbita y r_n radio orbital.

Cada valor de n corresponde a un valor permitido del radio de la órbita, r_n , y una rapidez v_n correspondiente.

El valor de n para cada órbita se llama **número cuántico principal de la órbita**.

Con estos postulados se obtienen los siguientes resultados

Radio de las órbitas:
$$r_n = \epsilon_0 \frac{h^2}{\pi m_e e^2} n^2$$

$$a_0 = \epsilon_0 \frac{h^2}{\pi m_e e^2} = 0,0529 \text{ (nm)}$$

El radio más pequeño corresponde a $n=1$.

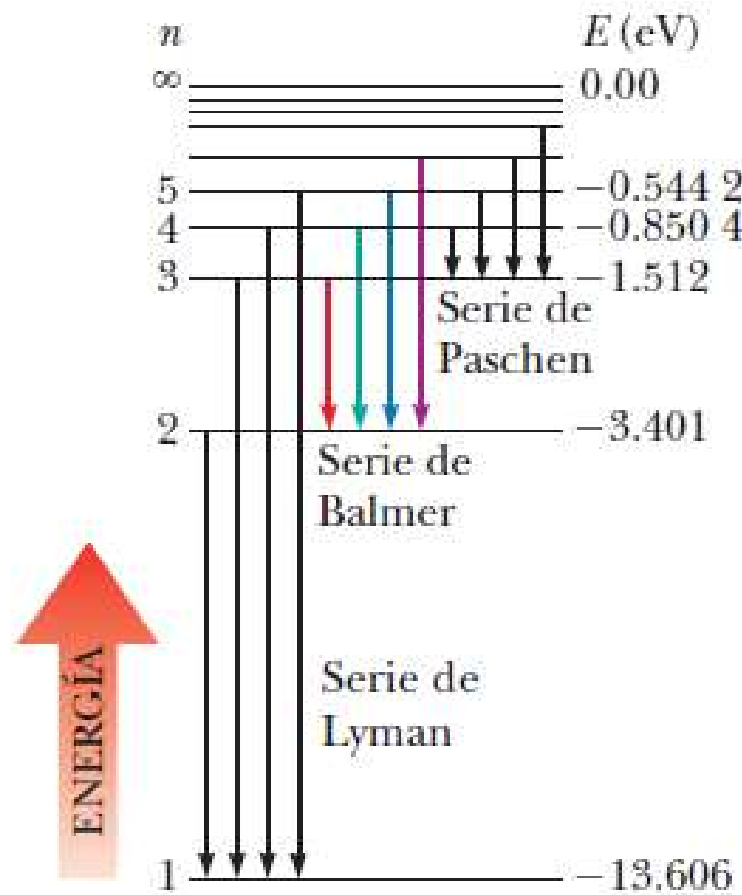
Se representa con a_0 a este radio mínimo, que se conoce como **radio de Bohr**

Rapidez orbital:
$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h n}$$

Energía del electrón en la órbita n :

$$E_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8n^2 h^2} = -\frac{13,606 \text{ eV}}{n^2}$$

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO



$$E_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8n^2 h^2} = -\frac{13,606 \text{ eV}}{n^2}$$

Sólo las energías que satisfagan esta ecuación están permitidas.

Nivel energía más bajo: **estado fundamental o base**, tiene $n=1$ y $E_1 = -13,606 \text{ eV}$.

El siguiente nivel de energía, el **primer estado excitado**, tiene $n=2$ y una energía $E_2 = E_1/2^2 = -3,401 \text{ eV}$.

La figura muestra un diagrama de niveles de energía que muestra las energías de dichos estados estacionarios y los correspondientes números cuánticos.

El nivel superior, que corresponde a $E = 0$ y $n \rightarrow \infty$, representa el estado para el cual el electrón se libera por completo del átomo. En este estado las energías cinética y potencial del electrón son ambas cero, lo cual significa que el electrón está en reposo infinitamente lejos del protón.

La energía mínima requerida para ionizar el átomo (esto es, para removerlo por completo del electrón) se llama **energía de ionización**.

La **energía de ionización** para el hidrógeno es $13,6 \text{ eV}$ (otro logro del modelo).

MODELO DE BOHR DEL ÁTOMO DE HIDRÓGENO

Como la frecuencia f de la radiación emitida en el salto del electrón está dado por: $E_i - E_f = hf$; a partir de la expresión para la energía de los distintos estados cuánticos y de acuerdo al 3er. postulado de Bohr, si el electrón salta de una órbita n_i a una n_f , es decir de una órbita exterior a una interior, emite un fotón de frecuencia f dada por

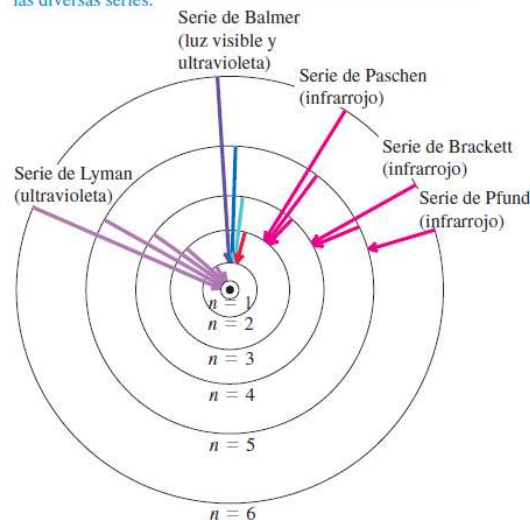
$$f = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8h^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (n_f < n_i)$$

Para convertir esta ecuación en una análoga a la ecuación de Rydberg, sustituimos $f = c/\lambda$ y dividimos ambos lados por c , y obtenemos

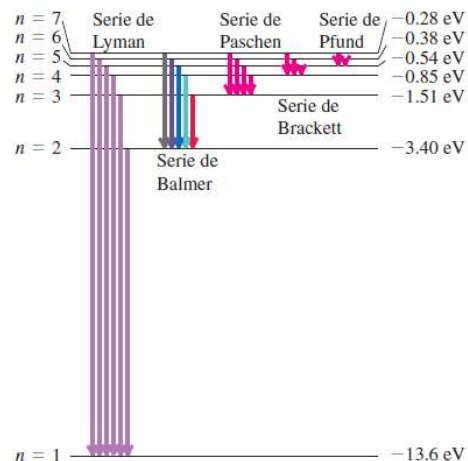
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{f}{c} = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8ch^2} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad R_H = \frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e e^4}{8ch^2}$$

Al sustituir los valores de las constantes se comprueba que este valor teórico para la constante de Rydberg está en excelente concordancia con el valor derivado experimentalmente.

a) Órbitas "permitidas" de un electrón para el modelo de un átomo de hidrógeno, según Bohr (no está a escala). Las flechas indican las transiciones causantes de algunas de las líneas de las diversas series.



b) Diagrama de niveles de energía para el hidrógeno; muestra algunas transiciones correspondientes a las diversas series.



Las líneas en la parte visible del espectro de hidrógeno (de Balmer) surgen cuando el electrón salta de la órbita 3era., 4ta. o incluso superior, a la 2da. órbita. La teoría de Bohr predice exitosamente las longitudes de onda de todas las líneas espectrales observadas del hidrógeno

Modelo de Bohr se puede extender a otros átomos de un electrón: helio simplemente ionizado (He^+), el litio doblemente ionizado (Li^{+2}), etc.: **átomos hidrogenoides**.

La carga nuclear es Ze , con Z número atómico (cantidad de protones del núcleo). El efecto de Z en el análisis anterior es remplazar Ze^2 donde quiera que aparezca e^2 . Los radios de las órbitas r_n se *vuelven* menores por un factor de Z , y los niveles de energía E_n se multiplican por Z^2 .

$$r_n = \frac{1}{n^2} \frac{a_0}{Z} \quad E_n = -\frac{1}{\epsilon_0^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8n^2 h^2}$$

Limitaciones del modelo

- 1) No es adecuado para espectros de átomos más complejos y no explica detalles sutiles del espectro del hidrógeno (líneas que no únicas sino que c/u es un grupo de líneas muy cercanas entre sí).
- 2) El electrón en un átomo de hidrógeno no se mueve en un círculo plano alrededor del núcleo, sino que describe una esfera.
- 3) La cantidad de momento angular del átomo en el estado fundamental es cero y no \hbar .
- 4) Un electrón que se mueve en una de las órbitas circulares de Bohr forma un circuito de corriente, y debería producir un momento magnético. Sin embargo, un átomo de hidrógeno en su nivel fundamental *no tiene momento magnético* debido a su movimiento orbital.

No tuvieron éxito los intentos de modelar átomos con dos o más electrones.



Este modelo fue sustituido por otro más complejo...un **“modelo cuántico”**

EJEMPLO: Ejercicio 6.2.4

La energía de un átomo de hidrógeno es $E_n = -13,6/n^2$ eV, donde n es un número entero que identifica el nivel de energía.

- a) ¿Qué energía del fotón se necesita para excitar el electrón del hidrógeno desde el estado base ($n=1$) hasta el nivel $n=2$?
- b) ¿Cuál es la mayor frecuencia de fotón que puede emitir el átomo de hidrógeno?
- c) ¿Qué podemos decir de la menor frecuencia de fotón que puede emitir el átomo de hidrógeno?

$$a) \Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{13,606}{2^2} - \left(-\frac{13,606}{1^2}\right) = 13,606 - \frac{13,606}{4} = 10,2045 \text{ eV}$$

$$\Delta E = 10,2 \text{ eV}$$

- b) Mayor frecuencia del fotón emitido corresponde a una transición de $n = \infty$ a $n = 1$, y cuya energía corresponde a la de ionización: $13,606 \text{ eV} = 13,606 \times 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$.

$$f = \frac{E}{h} = \frac{13,606 \times 1,602 \times 10^{-19}}{6,62607 \times 10^{-34}} = 3,2896 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$f = 3,29 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

- c) La menor frecuencia es cero, ya que para n suficientemente grande podemos hacer la diferencia entre las energías de dos estados cuánticos tan pequeña como se quiera.



EJEMPLO: Ejercicio 6.2.6

Calcular el potencial bajo el cual debe acelerarse un electrón de forma que éste adquiera una longitud de onda de De Broglie de $1,0 \text{ \AA}$.

Datos: $\lambda_B = 1,0 \text{ \AA}$ $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

A partir de la ecuación de De Broglie $p = \frac{h}{\lambda_B} = \frac{6,626 \times 10^{-34}}{1,0 \times 10^{-10}} = 6,626 \times 10^{-24} \text{ kg.m/s}$

Considero que la energía potencial eléctrica es igual a la energía cinética

$$e \cdot \Delta V = K = \frac{p^2}{2m}$$

$$\Delta V = \frac{p^2}{2me} = \frac{(6,626 \times 10^{-24})^2}{2(9,11 \times 10^{-31})(1,602 \times 10^{-19})} = 150 \text{ V}$$

$$\Delta V = 0,15 \text{ KV}$$

