

# ANUNCIOS

Clase de consultas: por zoom los lunes a las 17:00 (antes de la clase del teórico virtual que empieza a las 18:00).  
Enlace el mismo que para el teórico virtual.





## EJEMPLO: Ejercicio 2.1.21

**Electricidad atmosférica-** Se puede realizar un modelo simple de la actividad eléctrica terrestre de la siguiente forma.

La superficie terrestre se puede considerar como un conductor, y se constata que con buen tiempo, es decir sin nubes de tormenta, existe un campo eléctrico con un valor promedio de  $120 \text{ V/m}$ , dirigido hacia el centro de la Tierra.

Este campo eléctrico no es uniforme y disminuye con la altura.

Cuando se dan las condiciones de tormenta eléctrica, este campo en la atmósfera, cercano al suelo invierte su sentido y aumenta en varios órdenes de magnitud (de  $10,0$  a  $500 \text{ kV/m}$ ).

En la atmósfera existen portadores de carga libres (iones), con una densidad no uniforme, aumentando con la altura. A partir de los  $40\text{-}60 \text{ km}$  de altura, la atmósfera tiene una conductividad suficiente como para considerarla conductora y por lo tanto equipotencial. A esta zona que comienza a esa altura y se extiende indefinidamente se le da el nombre de **electrósfera**.

La diferencia de potencial entre la superficie terrestre y la electrósfera es de  $200$  a  $500 \text{ KV}$ , con un valor medio de  $300 \text{ KV}$ ).

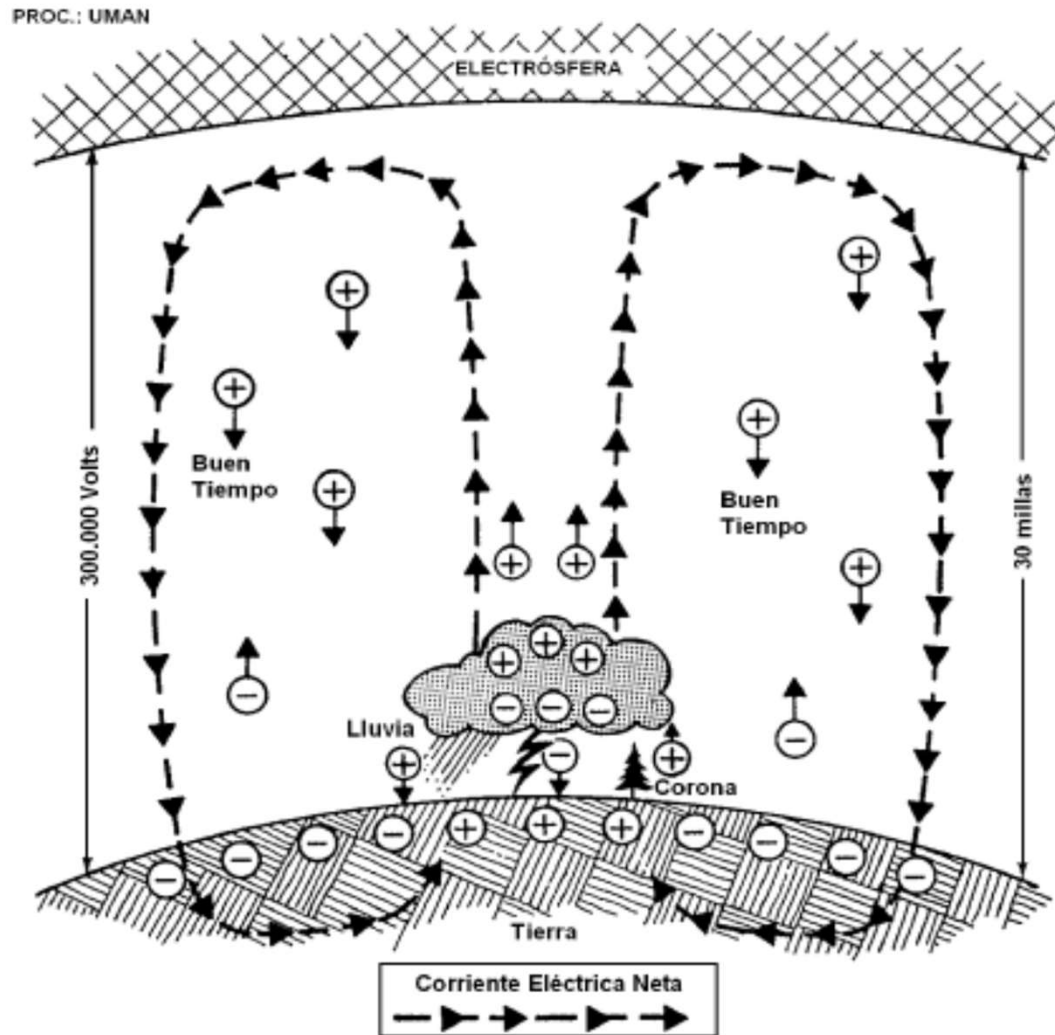
Como hay partículas cargadas en presencia de un campo eléctrico, las mismas se desplazan, produciendo una densidad de corriente  $J$  (corriente por unidad de área) con buen tiempo, como se muestra en la figura.

Esta densidad de corriente en buen tiempo se ha medido experimentalmente, y se obtiene un valor de  $J = 2,00$  a  $4,00 \text{ pA/m}^2$ .

También se sabe que cada segundo están "cayendo" entre  $40$  y  $100$  rayos a la tierra y cada uno de ellos transfiere una carga negativa promedio de  $20$  coulombs.



## EJEMPLO: Ejercicio 2.1.21



a) A partir del campo eléctrico sobre la superficie terrestre con buen tiempo, determina la densidad superficial de carga  $\sigma$ , y suponiendo que la misma es uniforme en todo el planeta, estima el valor de la carga sobre la superficie terrestre.

¿Corresponde a un exceso de cargas positivas o negativas?

b) Determina a partir de la densidad media de corriente, la intensidad total que entra sobre la superficie del planeta. A partir del valor hallado estima el tiempo que tardaría la Tierra en descargarse, suponiendo que en todo el planeta hay buen tiempo.

c) Explica por qué efectivamente no se produce dicha descarga, y se sigue manteniendo cargada.

d) Realiza un modelo de capacitor para las condiciones de buen tiempo y determina el valor de su capacitancia. ¿Podrías realizar otro modelo de capacitor para la situación de una nube de tormenta y el suelo?



## EJEMPLO: Ejercicio 2.1.21

a) A partir del campo eléctrico sobre la superficie terrestre con buen tiempo, determina la densidad superficial de carga  $\sigma$ , y suponiendo que la misma es uniforme en todo el planeta, estima el valor de la carga sobre la superficie terrestre. ¿Corresponde a un exceso de cargas positivas o negativas?

Zona entre la superficie terrestre y la electrósfera.

**A partir del campo eléctrico atmosférico medio  $E_0$ , determinaremos la densidad de carga superficial  $\sigma$ .**

Considero a la superficie terrestre como un conductor plano infinito, por lo que su campo eléctrico vale:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \sigma = \epsilon_0 E_0$$

Considerando que la permitividad del aire es aproximadamente igual a la permitividad del vacío:  $\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$  y tomando un valor de  $E_0 = 120 \text{ V/m}$

**Se obtiene un valor de  $\sigma = 1,06 \times 10^{-9} \text{ C/m}^2$**

Corresponde a una carga negativa ya que el campo es entrante a la superficie terrestre.

Considerando un radio medio de la Tierra igual a  $R = 6.371 \text{ km}$  y suponiendo a la misma como una esfera uniformemente cargada con la densidad de carga  $\sigma$  anteriormente calculada, se tiene que la carga neta de la Tierra vale:

$$Q_T = (4\pi R^2)\sigma = 5,42 \times 10^5 \text{ C} \quad (\text{carga negativa})$$

$$Q_T = -5,4 \times 10^5 \text{ C} \quad (540.000 \text{ Coulombs de carga negativa})$$



## EJEMPLO: Ejercicio 2.1.21

**b)** Determina a partir de la densidad media de corriente, la intensidad total que entra sobre la superficie del planeta. A partir del valor hallado estima el tiempo que tardaría la Tierra en descargarse, suponiendo que en todo el planeta hay buen tiempo.

**c)** Explica por qué efectivamente no se produce dicha descarga, y se sigue manteniendo cargada.

**b)** Tomo como densidad de corriente el valor medio:  $J = 3,00 \times 10^{-12} \text{ A/m}^2$

La corriente total vale:  $I = J \cdot A = J \cdot 4\pi R^2 =$

$$(3,00 \times 10^{-12}) 4\pi (6,371 \times 10^6)^2 = 1,53 \times 10^3 \text{ A}$$

La carga total Q se descargaría en un tiempo t:  $t = \frac{Q}{I} = \frac{5,42 \times 10^5}{1,53 \times 10^3} = 354 \text{ s.}$

**I = 1.530 A    t = 354 s    La Tierra se descargaría en menos de 6 minutos!**

**c)** Se producen entre 40 y 100 rayos en cada segundo, que transportan una carga de -20 C.

$$I_{\text{rayos mínimo}} = \dot{n}Q = 40 \frac{1}{\text{s}} (20 \text{ C}) = 800 \text{ A}$$

$$I_{\text{rayos máxima}} = \dot{n}Q = 100 \frac{1}{\text{s}} (20 \text{ C}) = 2000 \text{ A}$$

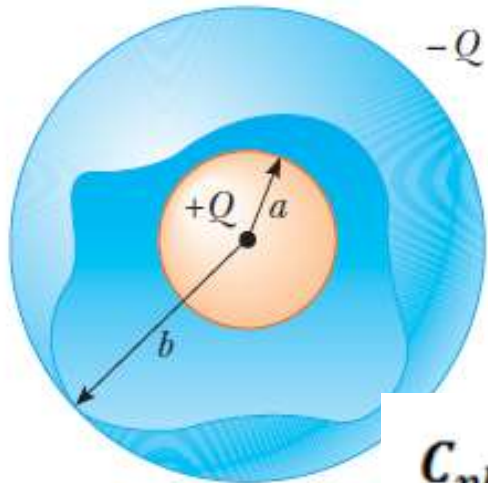
**Los rayos están transfiriendo una corriente equivalente de 800 a 2000 A hacia la Tierra que compensa la corriente de buen tiempo que "escapa" de la misma.**



## EJEMPLO: Ejercicio 2.1.21

d) Realiza un modelo de capacitor para las condiciones de buen tiempo y determina el valor de su capacitancia. ¿Podrías realizar otro modelo de capacitor para la situación de una nube de tormenta y el suelo?

d) Para buen tiempo realizo un modelo de capacitor esférico. Habíamos visto que:



$$C = \frac{ab}{k_E (b - a)}$$

$$C = \frac{ab}{k_E (b - a)} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{(b - a)} = \frac{4\pi\epsilon_0 R(R + d)}{d}$$

$$\frac{4\pi(8,85 \times 10^{-12})(6371 \times 10^3)(6421 \times 10^3)}{50 \times 10^3} = 9,10 \times 10^{-2} F$$

Si modelo a la Tierra como un capacitor plano:

$$C_{plano} = \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon \frac{4\pi R^2}{d} = (8,85 \times 10^{-12}) \frac{4\pi(6,371 \times 10^6)^2}{50 \times 10^3} = 90,3 \times 10^{-3} F$$

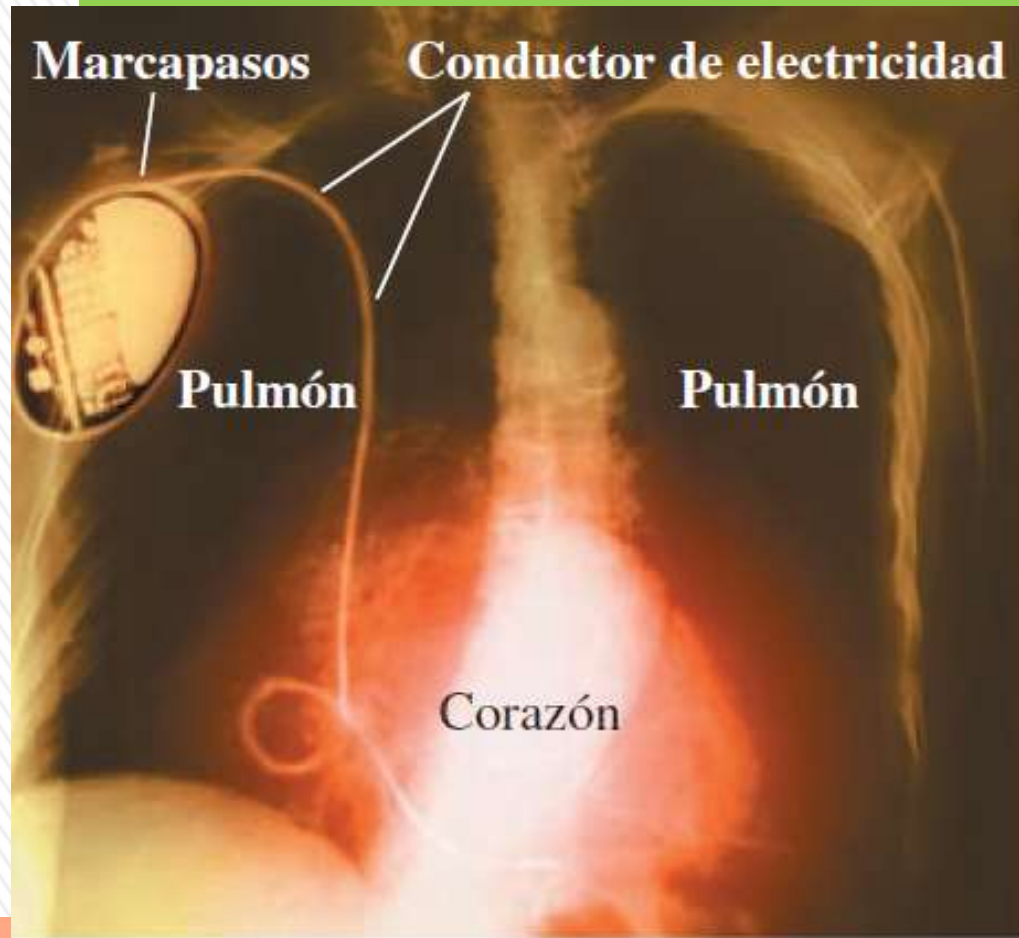
Con ambos modelos obtengo que la capacitancia vale aprox.:  **$C = 9,0 \times 10^{-2} F$**

Sin embargo, esto es una sólo una estimación, considerando que el medio entre las placas es aislante, lo cual sabemos que no lo es, ya que hay una corriente continua entre las placas...

La ventaja del modelo plano, es que me permite usarlo para la situación de mal tiempo, ya que la tormenta es local.

Podemos usar los datos correspondiente a la tormenta: valor del campo eléctrico, distancia de la nube a la superficie, área de la nube...

## 9 - CIRCUITOS RC



**Marcapasos y capacitores** La radiografía muestra un marcapasos implantado en un paciente con problemas en el nódulo sinoatrial, la parte del corazón que genera la señal eléctrica que provoca los latidos del corazón. El circuito del marcapasos contiene una batería, un capacitor y un interruptor controlado por computadora.

Para mantener los latidos regulares, el interruptor descarga el capacitor una vez por segundo y envía un pulso eléctrico al corazón. Luego, el interruptor se abre para permitir la recarga del capacitor para el siguiente pulso.



# CIRCUITOS RC

En los circuitos en que las fem y las resistencias son **constantes** (no varían con el tiempo), los potenciales, corrientes y potencias también son independientes del tiempo.

Pero en la carga o descarga de un capacitor se tiene una situación en la que las corrientes, los voltajes y las potencias **cambian con el tiempo**.

Muchos dispositivos incorporan circuitos en los que un capacitor se carga y descarga consecutivamente: semáforos intermitentes, luces de emergencia de los automóviles y unidades de flash electrónico, marcapasos...

Realizaremos algunos desarrollos matemáticos: planteamiento de una ecuación diferencial para un circuito RC y la resolveremos, con carácter demostrativo.

El uso de estos métodos matemáticos no serán requeridos en las evaluaciones.





# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor

Circuito con resistor y capacitor en serie:

## **circuito R-C.**

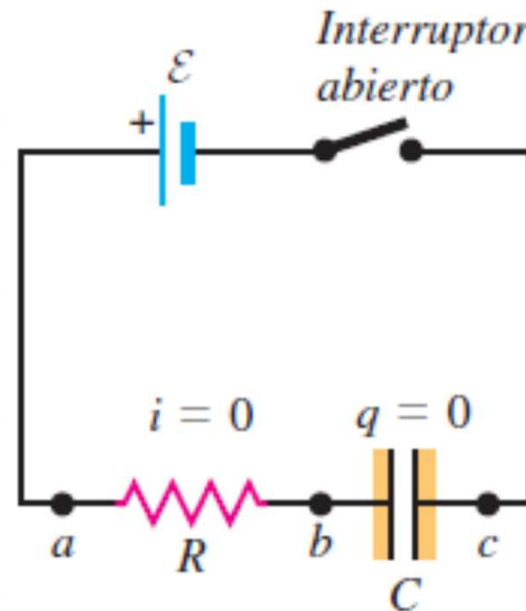
Batería ideal fem  $\mathcal{E}$  constante ( $r=0$ ) y se desprecia la resistencia de todos los conductores de conexión, salvo el resistor  $R$ . Inicialmente capacitor descargado, en  $t=0$ , cierro el interruptor.

Circula la corriente alrededor y comienza a cargar el capacitor.

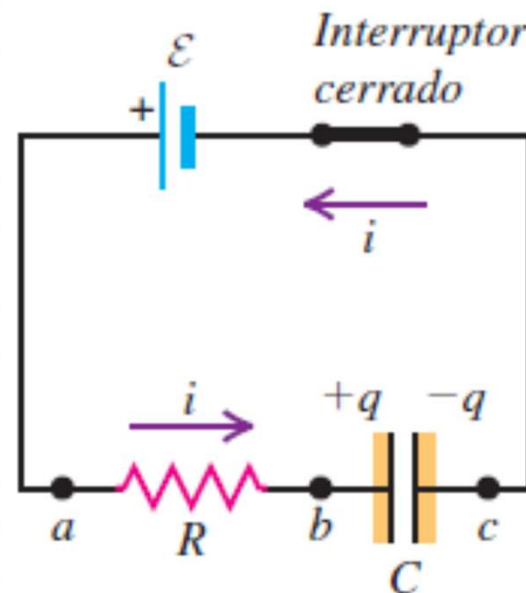
Como el capacitor en  $t=0$  está descargado, la diferencia de potencial  $v_{bc}=0$ , y el voltaje  $v_{ab}$  a través del resistor  $R$  es igual a la fem  $\mathcal{E}$ ; y la corriente inicial a través del resistor,  $I_0 = v_{ab}/R = \mathcal{E}/R$ .

Es decir que en  $t=0$  el capacitor se comporta como un cable (conductor perfecto).

a) Capacitor descargado al principio



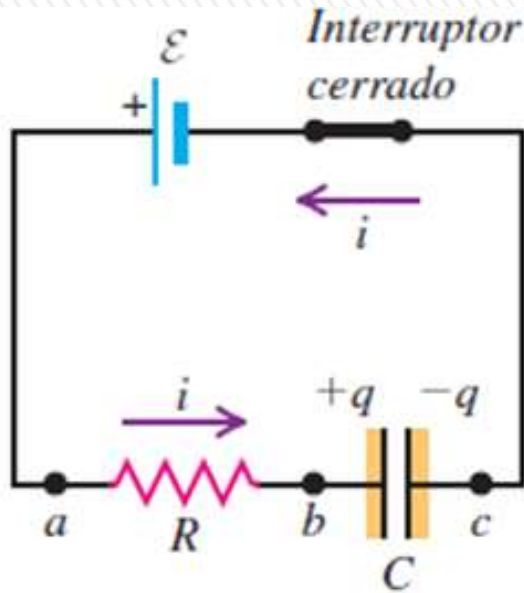
b) Carga del capacitor



Cuando el interruptor se cierra, a medida que transcurre el tiempo, la carga en el capacitor se incrementa y la corriente disminuye.



# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor



A medida que el capacitor se carga, su voltaje  $v_{bc}$  aumenta, mientras que el voltaje del resistor  $v_{ab}$ , disminuye, cumpliéndose siempre que:  $\mathcal{E} = v_{ab} + v_{bc}$ .

Sea  $q$  la carga del capacitor e  $i$  la corriente del circuito, en un instante genérico mientras se carga el capacitor.

Luego de un cierto tiempo, el capacitor se termina de cargar,  $i = 0$ , por lo que  $v_{ab} = i.R = 0$ , y  $v_{bc} = \mathcal{E}$ .

Las diferencias de potencial instantáneas valen:  $v_{ab} = i.R$  y  $v_{bc} = q/C$ .

Con la regla de Kirchhoff de las mallas, se obtiene

$$\mathcal{E} - i.R - \frac{q}{C} = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

En  $t = 0$  (interruptor cerrado), capacitor descargado:  $q = 0$ , por lo que la corriente *inicial* vale  $I_0 = \mathcal{E}/R$ .

A medida que la  $q$  aumenta,  $q/RC$  crece y la carga del capacitor  $q$  tiende a su valor final ( $Q_f$ ), la corriente  $i$  disminuye y finalmente se vuelve cero. Cuando  $i = 0$ :

$$Q_f = \mathcal{E}C \quad \text{no depende de } R$$





# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

Vamos a resolver esta ecuación diferencial

Como:  $i = \frac{dq}{dt}$  se tiene que:  $\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC} = -\frac{1}{RC}(q - C\mathcal{E}) \quad \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{dt}{RC}$

Para integrar ambos miembros cambio las variables de integración a  $q'$  y  $t'$  y uso  $q$  y  $t$  para los límites superiores, los límites inferiores son  $q = 0$  y  $t = 0$ :

$$\int_0^q \frac{dq'}{q' - \mathcal{E}C} = - \int_0^t \frac{1}{RC} dt' = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt' \quad \ln(q' - \mathcal{E}C) \Big|_0^q = -\frac{t'}{RC} \Big|_0^t$$

$$\ln\left(\frac{q - \mathcal{E}C}{-\mathcal{E}C}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{q - \mathcal{E}C}{-\mathcal{E}C} = e^{-\frac{t}{RC}} \quad q - \mathcal{E}C = -\mathcal{E}C e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q = \mathcal{E}C - \mathcal{E}C e^{-\frac{t}{RC}} \quad q(t) = \mathcal{E}C \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Circuito R-C,  
con capacitor  
cargándose:

Diagram illustrating the charging of a capacitor in an RC circuit. The equation shown is:

$$q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) = Q_f(1 - e^{-t/RC})$$

Labels and arrows indicate the components and variables:

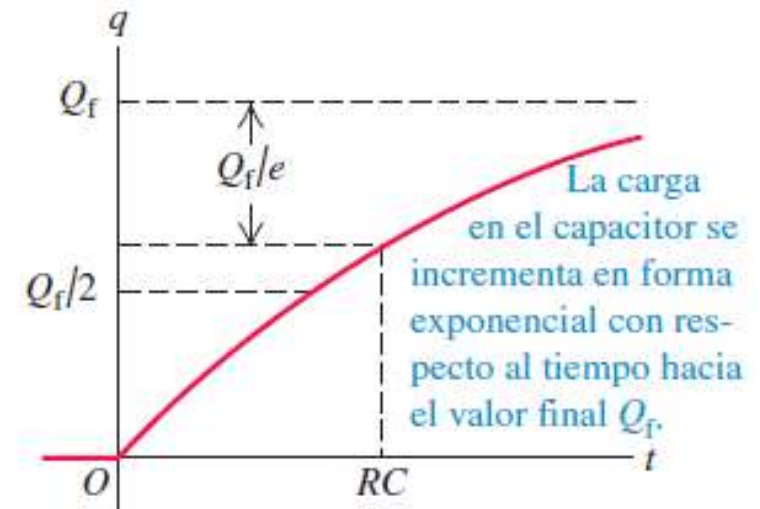
- Carga del capacitor** (Charge of the capacitor) points to  $q$ .
- Capacitancia** (Capacitance) points to  $C$ .
- Carga final del capacitor =  $C\mathcal{E}$**  (Final charge of the capacitor) points to  $Q_f$ .
- fem de la batería** (EMF of the battery) points to  $\mathcal{E}$ .
- Tiempo transcurrido desde el cierre del interruptor** (Time elapsed since the switch was closed) points to  $t$ .
- Resistencia** (Resistance) points to  $R$ .



# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor

$$q(t) = \mathcal{E}C \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = Q_f \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

La carga del capacitor comienza en cero y poco a poco se acerca al valor final  $Q_f = C\mathcal{E}$ .

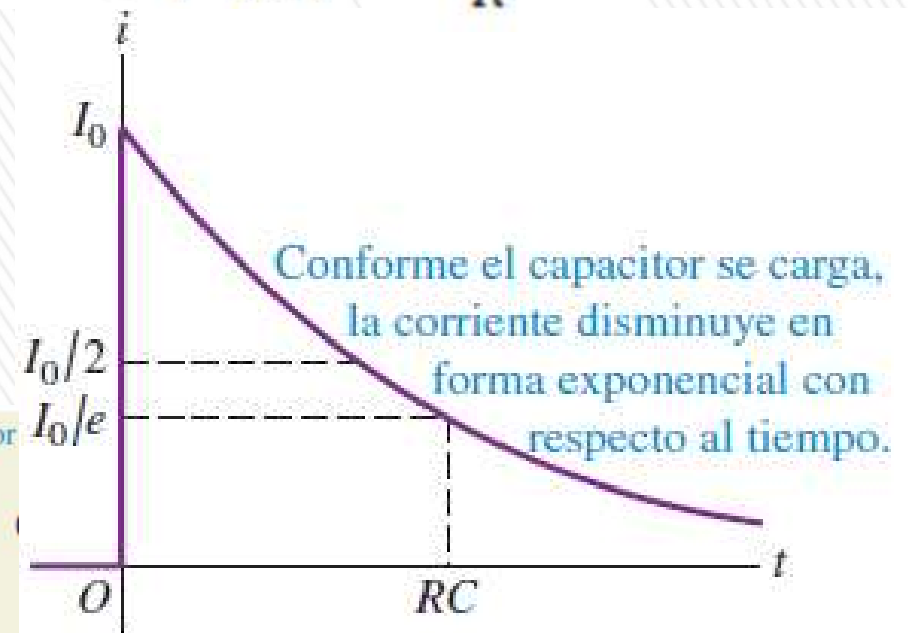


La corriente instantánea  $i$  es la derivada con respecto al tiempo:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \mathcal{E}C \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \right) = \mathcal{E}C \left( -e^{-\frac{t}{RC}} \right) \left( -\frac{1}{RC} \right) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Cuando el interruptor se cierra ( $t = 0$ ), la corriente pasa de cero a su valor inicial  $I_0 = \mathcal{E}/R$ ; después de eso, tiende gradualmente a cero.



Circuito R-C, capacitor que se carga:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}$$

Corriente    fem de la batería    Tiempo transcurrido desde el cierre del interruptor    Corriente inicial =  $\mathcal{E}/R$

Tasa de cambio de la carga del capacitor    Resistencia    Capacitancia



# CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor

**Constante de tiempo** - Después de un tiempo igual a  $RC$  ( $t=RC$ ):

$$i(t = RC) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{RC}{RC}} = I_0 e^{-1} = I_0 \frac{1}{e}$$

$$q(t = RC) = Q_f \left(1 - e^{-\frac{RC}{RC}}\right) = Q_f (1 - e^{-1}) = Q_f \left(1 - \frac{1}{e}\right)$$

la corriente ha disminuido a  $1/e$  (alrededor de 0,368) de su valor inicial, y la carga del capacitor ha alcanzado  $(1 - 1/e) = 0,632$  de su valor final  $Q_f = C\mathcal{E}$ .

Por lo tanto, el producto  $RC$  es una medida de la rapidez con que se carga el capacitor.

El término  $RC$  recibe el nombre de **constante de tiempo o tiempo de relajación** del circuito, y se denota con  $\tau$ :

$$\tau = RC$$

Cuando  $\tau$  es pequeña, el capacitor se carga con rapidez; cuando es grande, el proceso de carga toma más tiempo.

Si la resistencia es pequeña, es fácil que fluya la corriente y el capacitor se carga rápido.

Si  $R$  está en ohms y  $C$  en farads,  $\tau$  está en segundos.

En un intervalo de tiempo  $2\tau$  la corriente desciende a  $i(2\tau) = I_0 e^{-2} = 0,135 I_0$ ;

en  $3\tau$ :  $i(3\tau) = I_0 e^{-3} = 0,0498 I_0$

en  $10\tau$ :  $i(10\tau) = I_0 e^{-10} = 4,54 \times 10^{-5} I_0$



# CIRCUITOS RC – Descarga de un capacitor

Ahora tengo el capacitor con *una* carga  $Q_0$ , y retiro la batería.

Cuando cierro el interruptor, supongo que  $t = 0$ .  
 $q = Q_0$ .

El capacitor se descarga a través del resistor y su carga disminuye finalmente a cero.

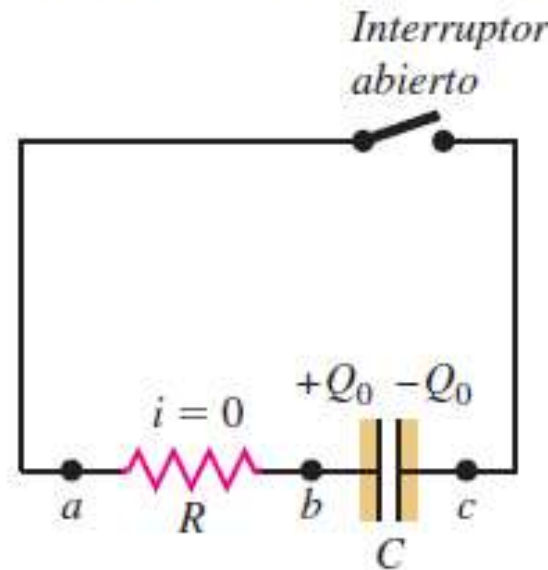
La regla de Kirchhoff de las mallas da la ecuación anterior pero con  $\mathcal{E} = 0$ :

$$0 - iR - \frac{q}{C} = 0 \quad i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$$

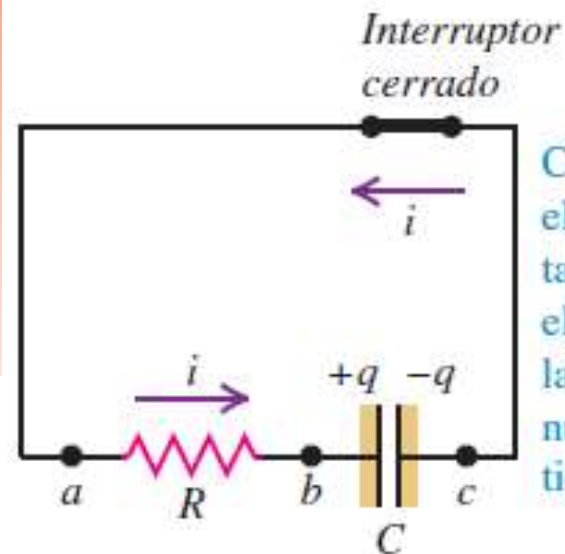
La corriente  $i$  ahora es negativa:  
la carga positiva  $q$  ahora sale de la placa izquierda del capacitor, por lo que la corriente va en sentido opuesto al que se ilustra en la figura.

En  $t = 0$ ,  $q = Q_0$ , corriente inicial es  $I_0 = -Q_0/RC$ .

a) Capacitor inicialmente cargado



b) Descarga del capacitor



Cuando se cierra el interruptor, tanto la carga en el capacitor como la corriente disminuyen con el tiempo.



# CIRCUITOS RC – Descarga de un capacitor

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$$

Para obtener  $q$  como función del tiempo se reordena la ecuación, de nuevo se cambian los nombres de las variables a  $q$  y  $t$ , y se procede a integrar, los límites para  $q'$  son ahora de  $Q_0$  a  $q$ .

$$\int_{Q_0}^q \frac{dq'}{q'} = \frac{1}{RC} \int_0^t dt' \quad \ln \frac{q}{Q_0} = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

La corriente instantánea  $i$  es la derivada de esta con respecto al tiempo:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left( Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \right) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \left( -\frac{1}{RC} \right) = -\frac{\mathcal{E}C}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = -\frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$



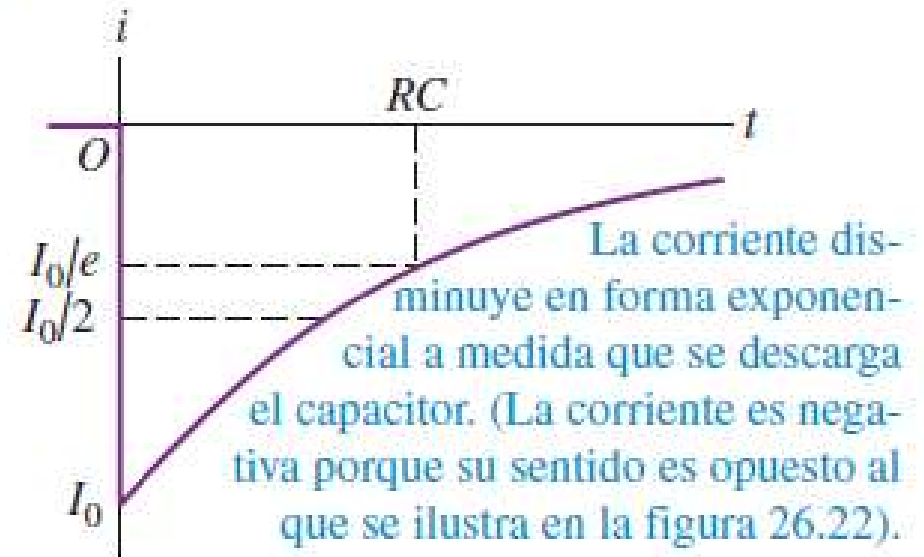


# CIRCUITOS RC – Descarga de un capacitor

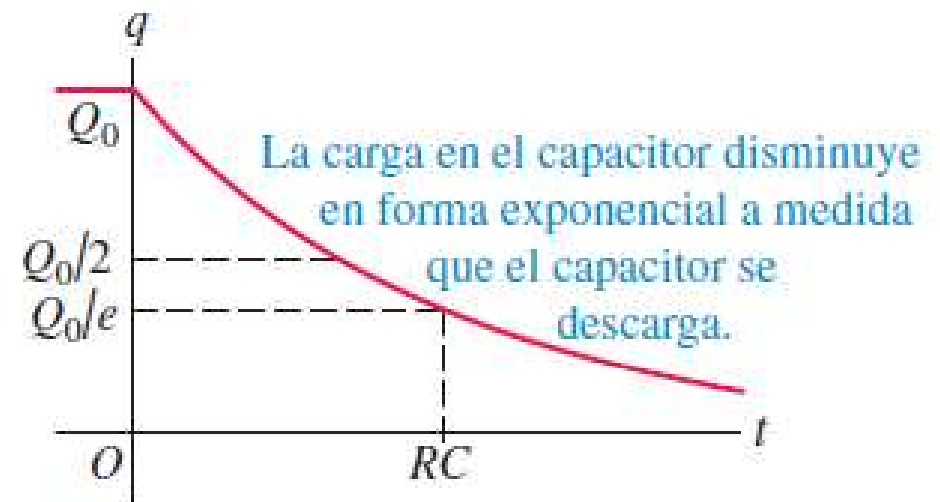
Gráficas de la corriente y la carga; ambas cantidades tienden a cero en forma exponencial con respecto al tiempo.

En un circuito cuando tengo un capacitor totalmente descargado el mismo se comporta como un cable, mientras que cuando está totalmente cargado actúa como un interruptor abierto.

a) Gráfica de la corriente contra el tiempo para un capacitor en descarga



b) Gráfica de la carga del capacitor contra el tiempo para un capacitor en descarga





# CIRCUITO RC BALANCE ENERGÍA

*Mientras el capacitor se carga, la tasa instantánea a la que la batería entrega energía al circuito es  $P = \mathcal{E}i$ .*

*La tasa instantánea a la que la energía eléctrica se disipa en el resistor es  $i^2R$ , y la tasa a la que la energía se almacena en el capacitor es  $iv_{bc} = iq/C$ :*

$$\mathcal{E}i = i^2R + \frac{iq}{C}$$

*Esto significa que de la potencia suministrada por la batería, una parte se disipa en el resistor y otra parte se almacena en el capacitor.*

*Energía total suministrada por la batería durante la carga del capacitor: igual a la fem  $\mathcal{E}$  de la batería multiplicada por el total de la carga  $Q_f$ , o  $\mathcal{E} \cdot Q_f$ . La energía total almacenada en el capacitor es  $Q_f \mathcal{E}/2$ .*

*Así, exactamente la mitad de la energía suministrada por la batería se almacena en el capacitor, y la otra mitad se disipa en el resistor.*

*Esta división a la mitad de la energía no depende de  $C$ ,  $R$  o  $\mathcal{E}$ .*

*Estos resultados se pueden verificar en detalle tomando la integral con respecto al tiempo de cada una de las cantidades de potencia.*

## PREGUNTA RÁPIDA (QUICK QUIZ)

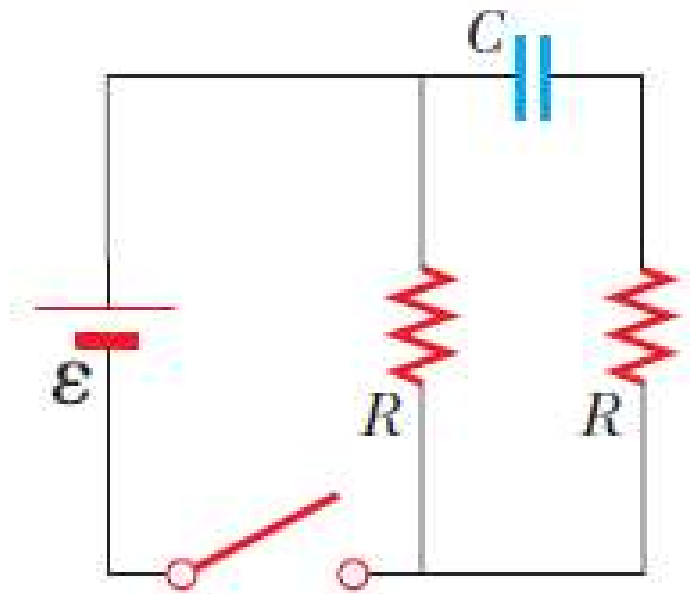
Considere el circuito de la figura y suponga que la batería no tiene resistencia interna.

i) **Justo después de cerrar el interruptor, ¿cuál es la corriente en la batería?**

- a) 0,
- b)  $\mathcal{E}/2R$ ,
- c)  $2\mathcal{E}/R$ ,
- d)  $\mathcal{E}/R$ ,
- e) *imposible de determinar.*

ii) **Después de un tiempo muy largo,** ¿cuál es la corriente en la batería? Elija entre las mismas opciones

ii), d)  $\mathcal{E}/R$  . Después de mucho tiempo, el capacitor se carga por completo y la corriente en la rama derecha disminuye hasta cero. Ahora la corriente existe sólo en una resistencia  $R$  a través de la batería



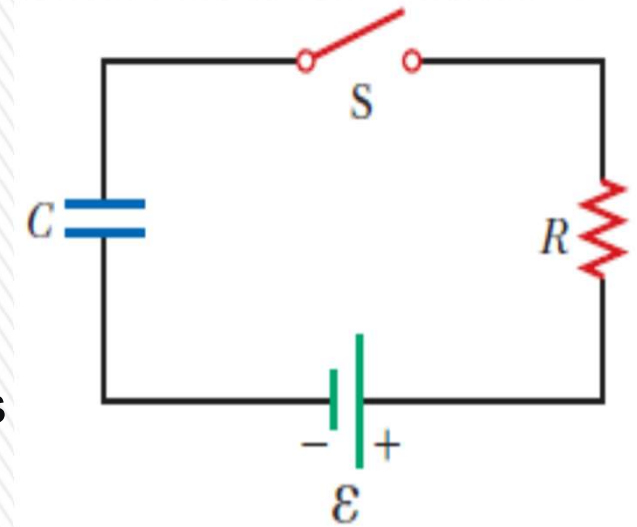
i) **c)  $2\mathcal{E}/R$**

Justo después de que se ha cerrado el interruptor, no existe carga en el capacitor. Mientras el capacitor comienza a cargarse, existe corriente en ambas ramas del circuito, por lo que la mitad derecha del circuito es equivalente a dos resistencias  $R$  en paralelo, es decir, una resistencia equivalente de  $\frac{1}{2} R$ .



## EJEMPLO: ejercicio 2.1.18

Considere el circuito  $RC$  en serie de la figura en el cual  $R = 1,00 \text{ M}\Omega$ ,  $C = 5,00 \text{ }\mu\text{F}$  y  $\varepsilon = 30,0 \text{ V}$ . Encuentre:



- a) la constante de tiempo del circuito;
- b) la máxima carga en el capacitor después de que se cierra el interruptor;
- c) la carga en el capacitor y la corriente que circula 10,0 s después de cerrar el interruptor,
- d) el tiempo que demora en alcanzar el capacitor el 75% de la carga máxima.

a) Constante de tiempo  $\tau = RC = (1,00 \times 10^6 \text{ }\Omega)(5,00 \times 10^{-6} \text{ F}) = 5,00 \text{ s}$

b) Carga máxima  $Q = \varepsilon C = (30,0 \text{ V})(5,00 \times 10^{-6} \text{ F}) = 150 \times 10^{-6} \text{ C} = 150 \text{ }\mu\text{C}$

**$Q = 150 \text{ }\mu\text{C}$**

c) Carga como función del tiempo:

$$q(t) = Q \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) = (150 \text{ }\mu\text{C}) \left( 1 - e^{-\frac{10,0}{5,00}} \right) = 129,70 \text{ }\mu\text{C}$$

**$q(t=10,0 \text{ s}) = 130 \text{ }\mu\text{C}$**

Corriente como función del tiempo:  $I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{30,0}{1,00 \times 10^6} e^{-\frac{10,0}{5,00}} =$

$$= (3,00 \times 10^{-5}) e^{-2} = 4,06 \text{ }\mu\text{A}$$

**$I(t=10 \text{ s}) = 15,0 \text{ }\mu\text{A}$**

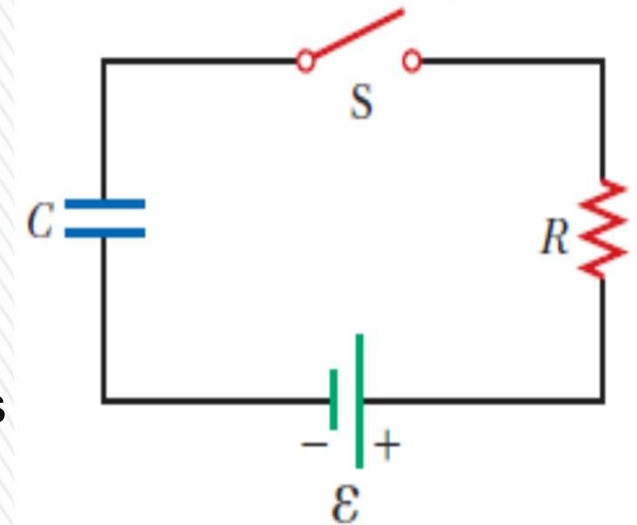


## EJEMPLO: ejercicio 2.1.18

Considere el circuito  $RC$  en serie de la figura en el cual  $R = 1,00 \text{ M}\Omega$ ,  $C = 5,00 \text{ }\mu\text{F}$  y  $\varepsilon = 30,0 \text{ V}$ .

Encuentre:

- a) la constante de tiempo del circuito;
- b) la máxima carga en el capacitor después de que se cierra el interruptor;
- c) la carga en el capacitor y la corriente que circula  $10,0 \text{ s}$  después de cerrar el interruptor,
- d) el tiempo que demora en alcanzar el capacitor el 75% de la carga máxima.



d) Carga como función del tiempo:  $q(t) = Q \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$

$$\frac{3}{4} Q_f = Q_f \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$\frac{3}{4} = \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$\frac{1}{4} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$-\ln\left(\frac{1}{4}\right) = \ln\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \ln(4)$$

$$\ln(4) = \frac{t}{RC}$$

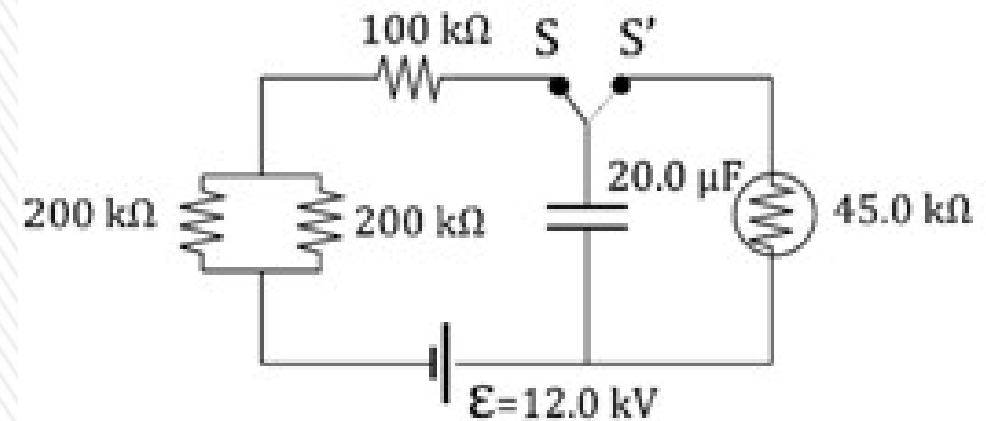
$$t = -RC \ln\left(\frac{1}{4}\right) = RC \ln(4) = 5,00 \ln(4) = 6,93 \text{ s}$$

$$t = 6,93 \text{ s}$$



## EJEMPLO: ejercicio 2.1.19- Examen febrero 2023

Considere el circuito de la figura. Inicialmente el interruptor está conectado en la posición S, cerrando la rama izquierda del circuito. Se enciende la batería que provee un voltaje  $\mathcal{E} = 12,0 \text{ kV}$  y se carga el capacitor de capacitancia  $C = 20,0 \mu\text{F}$  durante  $t = 8,00 \text{ s}$ . Luego, se desconecta el interruptor y se conecta a la posición S', cerrando así la rama derecha del circuito. Al cabo de  $t' = 1,50 \text{ s}$ , ¿qué corriente circula por la lamparita de resistencia  $R = 45,0 \text{ k}\Omega$ ?



Carga del capacitor en  $t = 8,00 \text{ s}$   $q(t) = \mathcal{E}C \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{eq}C}} \right)$

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 100 + \frac{200 \times 200}{200 + 200} = 200 \text{ k}\Omega$$

$$q(t) = \mathcal{E}C \left( 1 - e^{-\frac{t}{R_{eq}C}} \right) = (12.000)(20,0 \times 10^{-6}) \left( 1 - e^{-\frac{8,00}{(2,00 \times 10^5)(20,0 \times 10^{-6})}} \right) = 0,20752 \text{ C}$$

Esta es la carga  $Q$  que tiene el capacitor cuando se cambia de posición el interruptor.

La corriente que va a circular por la lamparita de resistencia  $R$  en  $t' = 1,50 \text{ s}$  está dada por:

$$i(t') = \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t'}{RC}} = \frac{0,20752}{45000(20 \times 10^{-6})} e^{-\frac{1,50}{(45000)(20 \times 10^{-6})}} = 0,0436 \text{ A}$$

$$i(t') = 43,6 \text{ mA}$$