

## 02-CARGAS, FUERZAS Y CAMPO ELÉCTRICO



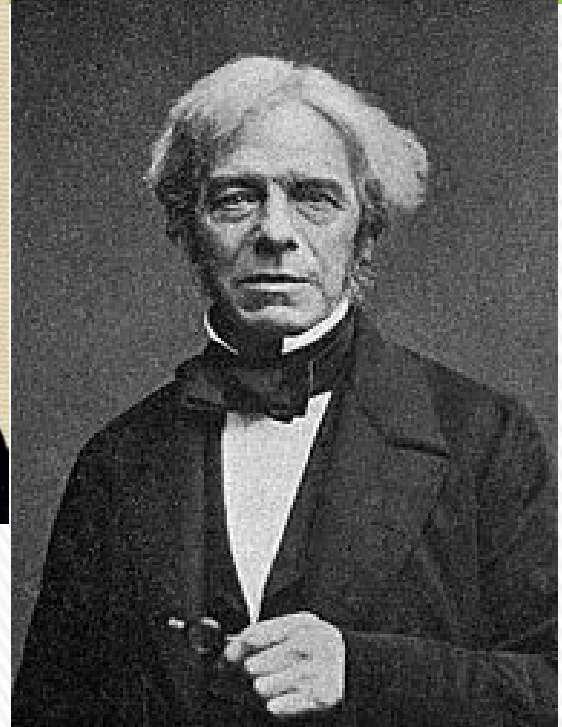
**Benjamin Franklin  
(1706-1790)**



**Henry Cavendish  
(1731-1810)**



**Charles-Agustin  
de Coulomb  
(1736-1806)**

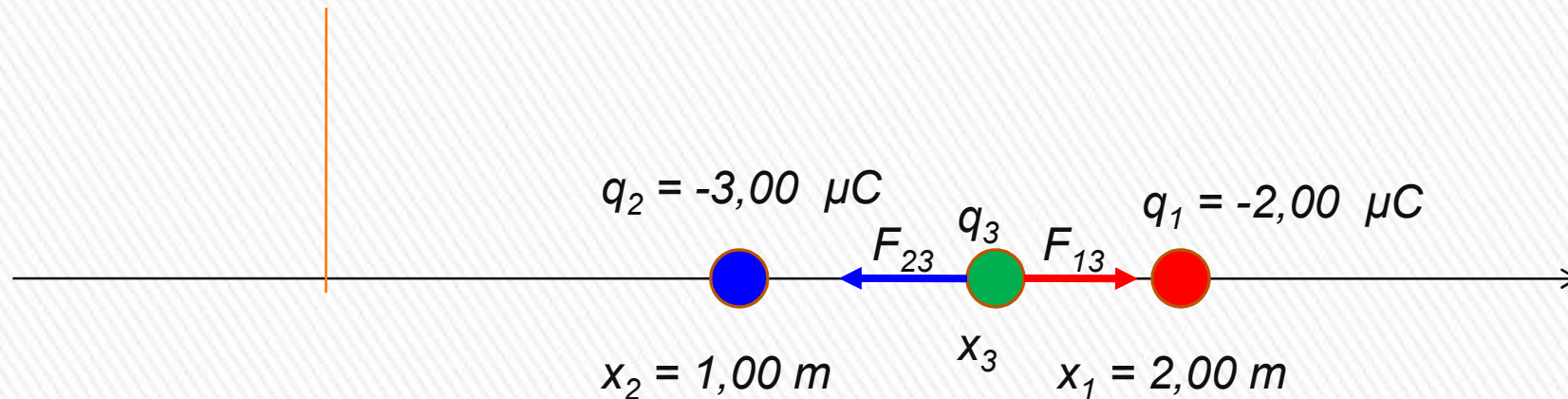


**Michael Faraday  
(1791-1867)**



## Ejercicio 1.1.1

Tres cargas puntuales están a lo largo del eje  $x$ . Una carga  $q_1 = -2,00 \mu\text{C}$  está en  $x = 2,00 \text{ m}$  y una carga  $q_2 = -3,00 \mu\text{C}$  está en  $x = 1,00 \text{ m}$ .  
¿En dónde debe colocarse una tercera carga positiva  $q_3$ , de modo que la **fuerza resultante sobre ella sea cero**?



¿En qué parte debo ubicar a  $q_3$ , a la izquierda de  $q_2$ , entre  $q_2$  y  $q_1$  o a la derecha de  $q_1$ ?

¿Podría no estar sobre el eje  $x$ ?

¿Estará más cerca de  $q_2$  o  $q_1$ ?

Para que la fuerza resultante sobre  $q_3$  sea nula:  $F_{13} = F_{23}$

$$k_E \frac{q_1 q_3}{(x_1 - x_3)^2} = k_E \frac{q_2 q_3}{(x_3 - x_2)^2} \quad \frac{q_1}{(x_1 - x_3)^2} = \frac{q_2}{(x_3 - x_2)^2} \quad q_1 (x_3 - x_2)^2 = q_2 (x_1 - x_3)^2$$



## Ejercicio 1.1.1

$$q_1(x_3 - x_2)^2 = q_2(x_1 - x_3)^2 \quad x_3 = x \quad \begin{array}{l} q_1 = -2,00 \text{ } \mu\text{C}; x_1 = 2,00 \text{ m} \\ q_2 = -3,00 \text{ } \mu\text{C}; x_2 = 1,00 \text{ m} \end{array}$$

$$-2,0 \times 10^{-6} (x - 1,00)^2 = -3,0 \times 10^{-6} (2,00 - x)^2$$

$$2(x - 1)^2 = 3(2 - x)^2 \quad 2(x^2 - 2x + 1) = 3(4 - 4x + x^2)$$

$$2x^2 \quad 4x \quad | \quad 2 = 12 \quad 12x \quad | \quad 3x^2$$

$$x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(10)}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{2} = \begin{cases} 6,4495 \\ 1,5505 \end{cases}$$

Como vimos x debe estar entre 1,00 y 2,00 m

$$x_3 = 1,55 \text{ m}$$



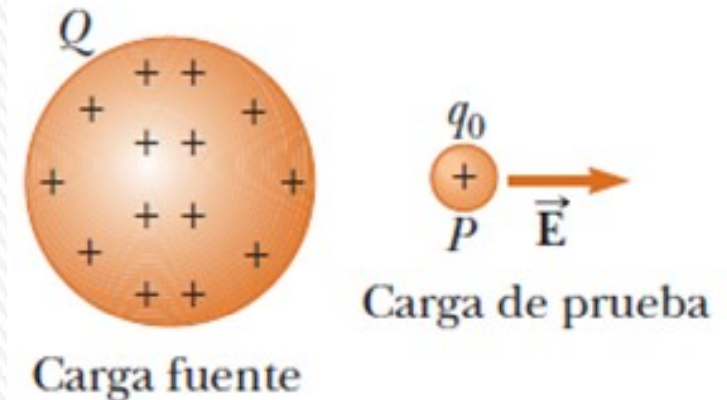
# CAMPO ELÉCTRICO

La Tierra produce un **campo gravitatorio** que ejerce una fuerza (atracción gravitatoria) sobre nosotros que actúan a través del espacio a pesar de no existir contacto físico entre los objetos que interactúan.

El campo gravitacional  $\mathbf{g}$  se define como la fuerza gravitacional  $\mathbf{F}_g$  que actúa sobre una partícula de prueba de masa  $m$  dividida entre esa masa:  $\mathbf{g} = \mathbf{F}_g/m$ .

Existe un **campo eléctrico** en la región del espacio que rodea a un objeto con carga (**carga fuente**).

Cuando otro objeto con carga (**carga de prueba**) entra en este campo, una **fuerza eléctrica** actúa sobre él.



**Definición: Campo eléctrico ( $\mathbf{E}$ )** en un punto en el espacio es la fuerza eléctrica  $\mathbf{F}_E$ , que actúa sobre una carga de prueba positiva  $q_0$  colocada en ese punto, dividida entre la carga de prueba.

El concepto de campo fue desarrollado por **Michael Faraday** (1791-1867) en relación con las fuerzas eléctricas.

$$\overline{\mathbf{E}} = \frac{\overline{\mathbf{F}_E}}{q_0}$$

El campo eléctrico es un vector

# CAMPO ELÉCTRICO

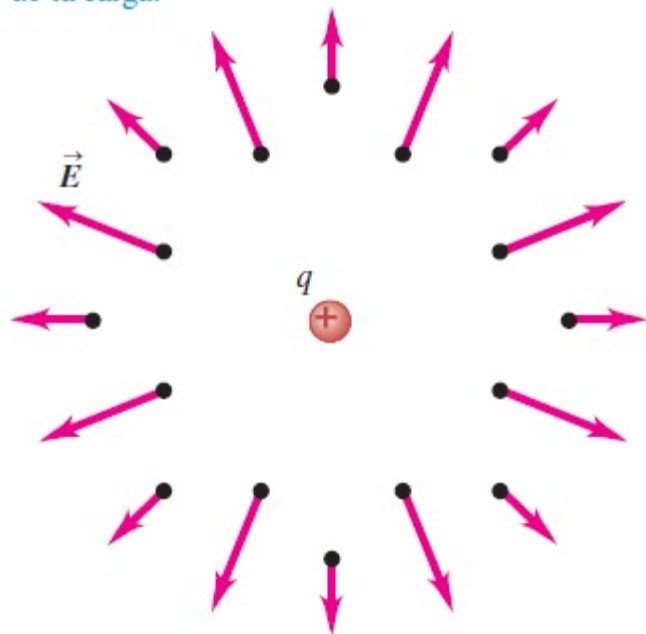
Unidad de campo eléctrico en SI: newton/coulomb (N/C) o volt/metro (V/m)

**ATENCIÓN:**  $\mathbf{E}$  es el campo producido por una carga o distribución de cargas sin tener en cuenta el que produce la carga de prueba.

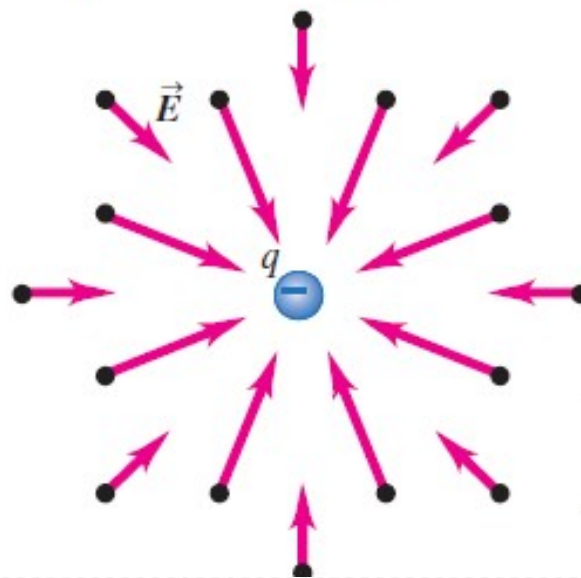
La presencia de la carga de prueba sólo sirve como *detector* del campo eléctrico.

El sentido de  $\mathbf{E}$ , es el de la fuerza que experimenta una carga de prueba positiva cuando es colocada en el campo.

a) El campo producido por una carga puntual positiva apunta en una dirección que se *aleja* de la carga.



b) El campo producido por una carga puntual negativa apunta *hacia* la carga.



Campo  $\mathbf{E}$  que crea una carga puntual  $q$  a una distancia  $r$ :

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$\hat{r}$  es el versor radial saliente a la carga



# CAMPO ELÉCTRICO - SUPERPOSICIÓN

En cualquier punto  $P$ , el campo eléctrico total debido a un grupo de cargas (fuentes) es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos de todas las cargas.  
Para dos cargas tenemos:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Extendiéndolo para más cargas:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

Si expreso el campo que crea la carga  $q_i$  como:

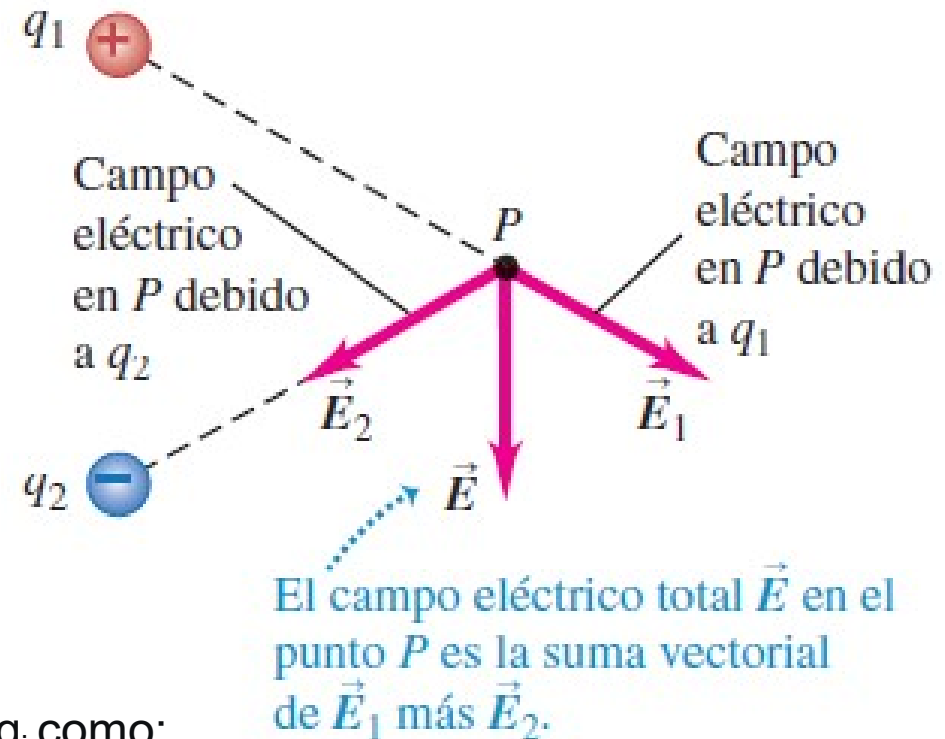
$$\vec{E}_i = k_e \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

El campo total valdrá:

$$\vec{E} = k_E \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k_E \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + \dots + k_E \frac{q_n}{r_n^2} \hat{r}_n$$

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

El campo eléctrico  $\vec{E}$  experimentado por una carga puntual no depende del valor de esa carga; está determinado por las cargas que producen el campo, no por la carga que lo experimenta.



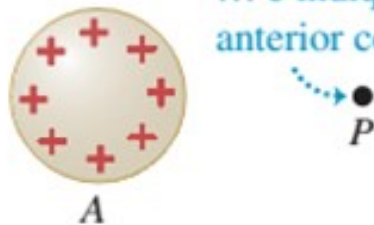
# CAMPO ELÉCTRICO

a) Los cuerpos  $A$  y  $B$  ejercen fuerzas eléctricas uno sobre el otro.

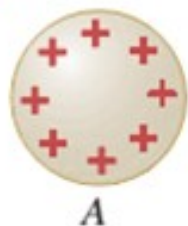


b) Quitemos el cuerpo  $B$  ...

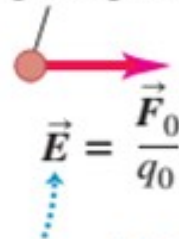
... e indiquemos su posición anterior como  $P$ .



c) El cuerpo  $A$  genera un campo eléctrico  $\vec{E}$  en el punto  $P$ .



Carga de prueba  $q_0$



$\vec{E}$  es la fuerza por unidad de carga que el cuerpo  $A$  ejerce sobre una carga de prueba situada en  $P$ .

Si conozco el campo eléctrico en un punto, puedo hallar la fuerza que actúa sobre una carga que coloque allí.

No es necesario conocer el valor ni la posición de las cargas que crean el campo.

**Ejemplo:** un ion  $\text{Na}^+$  tiene una carga igual a  $q = e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

Si el campo en una membrana celular es  $10^6 \text{ N/C}$ , la fuerza sobre el ion vale  $F = q \cdot E$

$$F = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) \cdot (10^6 \text{ N/C}) = 1,6 \times 10^{-13} \text{ N}$$

## ATENCIÓN:

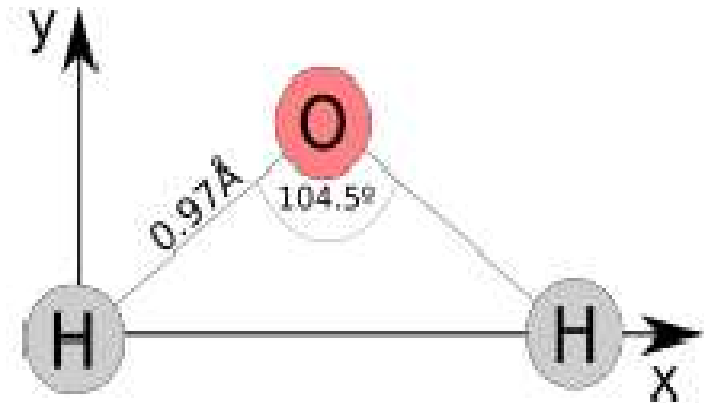
Siempre suponemos que la carga de prueba no perturba la distribución original de las cargas que crean el campo eléctrico.

## Ejemplo: ejercicio 1.1.2

La molécula de agua ( $\text{H}_2\text{O}$ ) está compuesta por un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno como se muestra en la figura. El ángulo formado por los enlaces O-H es de  $104,5^\circ$  y la distancia entre el átomo de oxígeno y uno de hidrógeno es de  $0,97 \text{ \AA}$ .

Encuentre la fuerza neta ejercida por los dos átomos de hidrógeno sobre el átomo de oxígeno. Asuma que cada hidrógeno tiene una carga  $+e$  y el oxígeno una carga  $-2e$ .

**b)** Encuentre el campo eléctrico neto causado por los dos átomos de hidrógeno en el punto donde se encuentra el oxígeno (ignore la presencia del oxígeno).



El módulo de la fuerza que uno de los hidrógenos ejerce sobre el átomo de oxígeno, está dado por la ley de Coulomb:

$$F = k_E \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

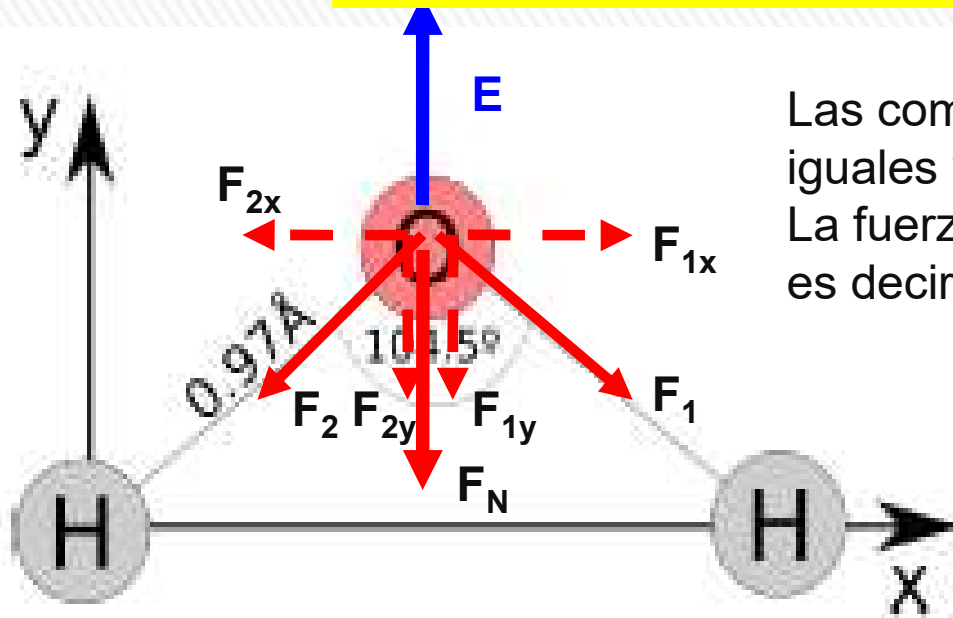
$$F = 2(8,988 \times 10^9) \frac{(1,602 \times 10^{-19})^2}{(0,97 \times 10^{-10})^2} = 4,903 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$k_E \frac{|-2e||e|}{r^2} = 2k_E \frac{e^2}{r^2}$$

Las dos fuerzas tienen igual módulo, pero las debemos sumar vectorialmente



## Ejemplo: ejercicio 1.1.2



Las componentes horizontales ( $F_{1x}$ ,  $F_{2x}$ ) son iguales y opuestas, se cancelan entre sí.  
La fuerza neta, será entonces igual a  $F_{1y} + F_{2y}$  es decir:  $F_N = 2F_{1y} = 2F_1 \cos(\theta/2)$

$$F_N = 2F_1 \cos(\theta/2) = 2(4,903 \times 10^{-8}) \cos(104,5^\circ/2) = 6,00 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_N = 6,0 \times 10^{-8} \text{ N}$$

(vertical hacia abajo)

b) Si conozco la fuerza, puedo calcular el campo como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

El módulo vale:  $E = \frac{F}{q} = \frac{6,00 \times 10^{-8} \text{ N}}{2 \times 1,602 \times 10^{-19}} = 1,87 \times 10^{11} \text{ N/C}$

El campo eléctrico entonces vale  $E = 1,9 \times 10^{11} \text{ N}$  (vertical hacia arriba)

# LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

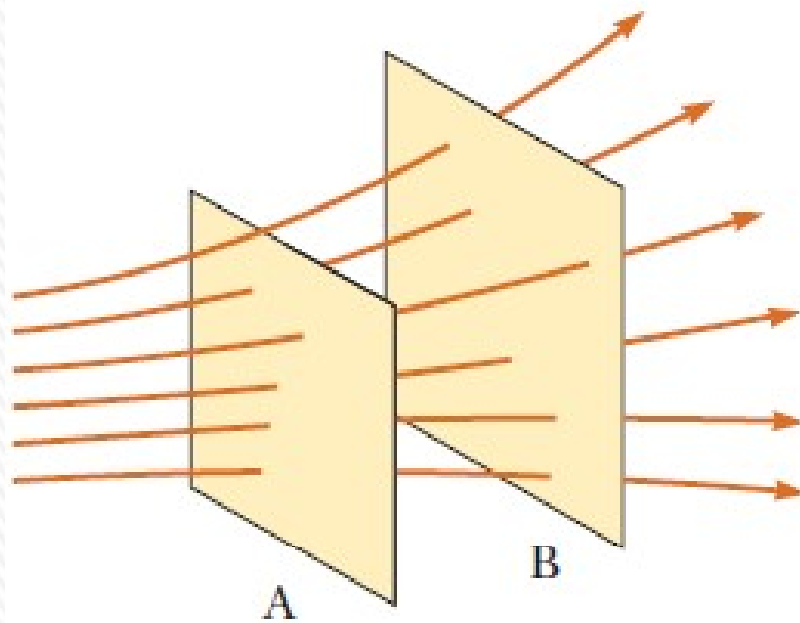
Forma de visualizarlo: **líneas de campo eléctrico**, (Faraday).

- El vector  $\mathbf{E}$  del campo eléctrico es tangente a la línea del campo eléctrico en cada punto. La dirección y sentido de la línea, indicada por una punta de flecha, es igual al vector del campo eléctrico.
- El número de líneas por unidad de área que pasan a través de una superficie perpendicular a dichas líneas es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en dicha región.

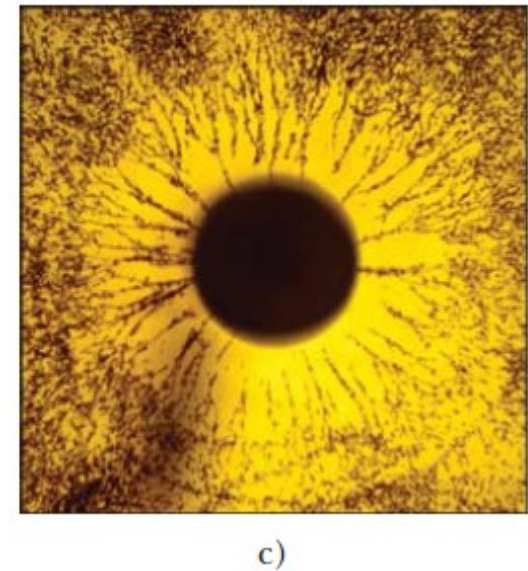
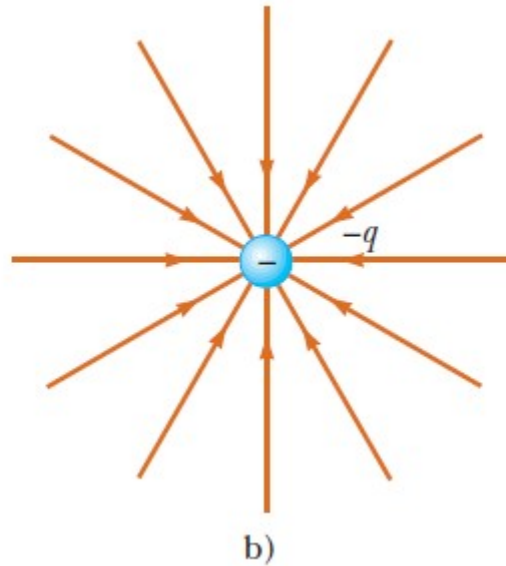
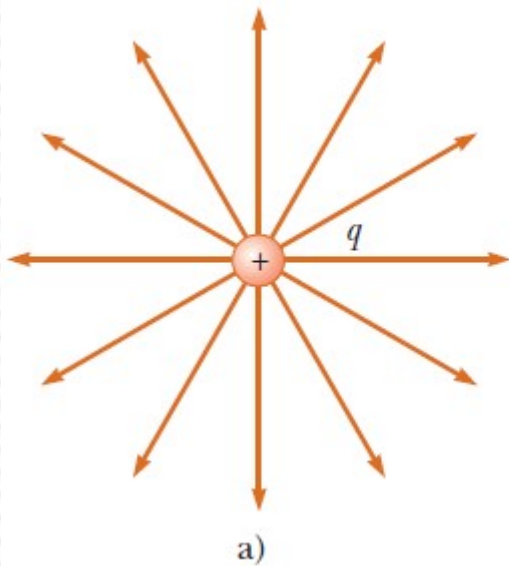
Las reglas para dibujar las líneas de un campo eléctrico son las siguientes:

1. Las líneas deben empezar en una carga positiva y terminar en una carga negativa.
2. En caso de que haya exceso en cualquier carga, algunas líneas empezarán o terminarán en el infinito.
3. El número de líneas dibujadas que salen de una carga positiva o se acercan a una carga negativa será proporcional a la magnitud de dicha carga.
4. Dos líneas de campo no se pueden cruzar.

# LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

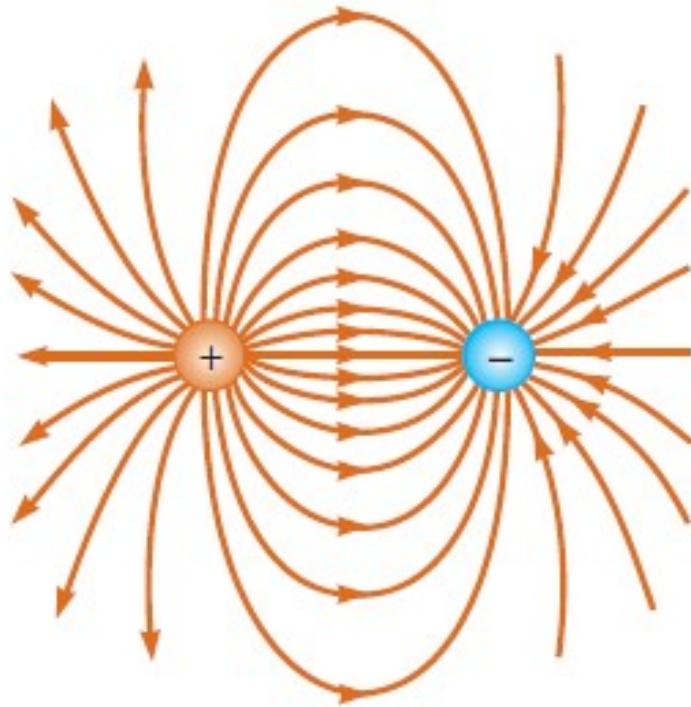


Líneas de campo eléctrico que atraviesan dos superficies.  
La magnitud del campo es mayor en la superficie A que en la B.

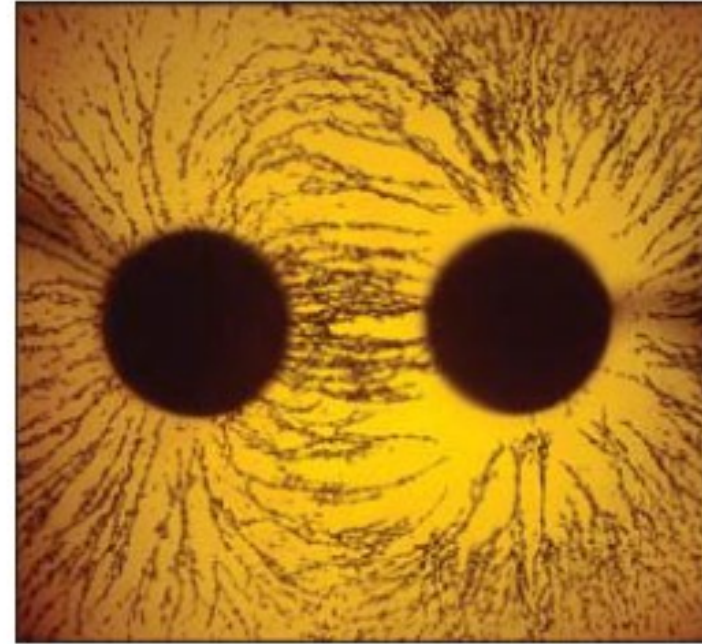




## LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO



a)



b)

a) Líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales de igual magnitud y de signo opuesto (un dipolo eléctrico). El número de líneas que salen de la carga positiva es igual al número que termina en la carga negativa.

b) Pequeñas partículas suspendidas en aceite se alinean con el campo eléctrico.

## Ejemplo: ejercicio 1.1.4

Un electrón y un protón se colocan separadamente en reposo a medio camino entre dos placas metálicas de cargas opuestas.

- a) ¿Cómo se acelerarán el electrón y el protón?
- b) ¿Cuál de las dos partículas adquiere mayor velocidad antes de chocar contra una de las placas?
- c) ¿Cuál de las dos partículas adquiere mayor energía cinética antes de chocar contra una de las placas?

a) Las placas cargadas con cargas opuestas crean un campo eléctrico. Si despreciamos los efectos de borde podemos aproximar al campo como uniforme, dirigido desde la placa positiva hacia la negativa.

El electrón, con carga negativa, será atraído hacia la placa positiva, por tanto la aceleración estará dirigida hacia la placa positiva.

El protón, con carga positiva y mayor masa que el electrón, será atraído hacia la placa negativa, por tanto tendrá una aceleración dirigida hacia la placa negativa, pero su magnitud será menor que la del electrón:  $a_p < a_e$





## Ejemplo: ejercicio 1.1.4

b) ¿Cuál de las dos partículas adquiere mayor velocidad antes de chocar contra una de las placas?

Como el campo es uniforme, la fuerza y la aceleración serán constantes.

Como parten del reposo entonces la rapidez final será:  $v = a \cdot t$  y

$$d = \frac{1}{2} a t^2 \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \quad v = a \cdot t = a \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{2ad}$$

Como recorren la misma distancia y la aceleración del electrón es mayor, entonces la velocidad final del electrón será también mayor.

c) ¿Cuál de las dos partículas adquiere mayor energía cinética antes de chocar contra una de las placas?

Por el teorema trabajo-energía, la variación de la energía cinética es igual al trabajo neto.

Como las magnitudes de las fuerzas y los desplazamientos son iguales, el trabajo sobre cada partícula será igual.

Por tanto la variación de la energía cinética será igual y como parten del reposo, las energías cinéticas finales son iguales.



# DIPOLO ELÉCTRICO

**Dipolo eléctrico:** par de cargas puntuales de igual magnitud y signos opuestos (una carga  $+q$  y otra  $-q$ ) *separadas por una distancia  $d$  pequeña* (ó  $2a$  ó  $l$  según la diferente bibliografía).

Muchos sistemas físicos, desde las moléculas hasta las antenas se pueden describir como dipolos eléctricos.

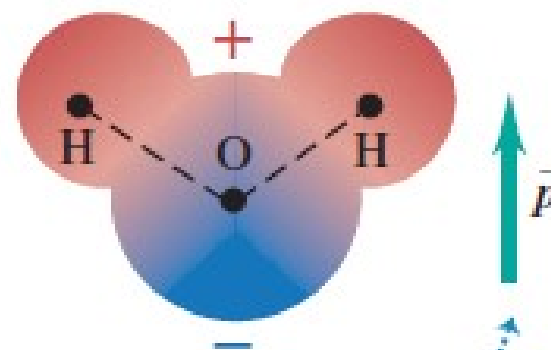
*Molécula de agua ( $H_2O$ )*, se comporta como un dipolo eléctrico.

Si bien es eléctricamente neutra; los enlaces químicos dentro de la molécula ocasionan un desplazamiento de la carga: hay una carga neta negativa en el extremo del oxígeno de la molécula, y una carga neta positiva en el extremo de los hidrógenos, formando así un dipolo eléctrico.

El efecto es equivalente a un desplazamiento de cargas de apenas  $4 \times 10^{-11}$  m.

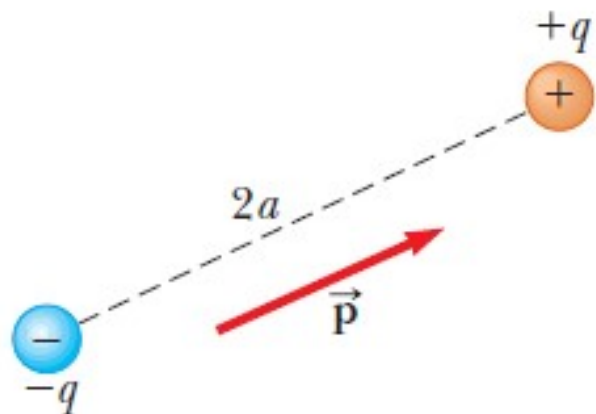
Las consecuencias de este desplazamiento son profundas; el agua es un magnífico solvente para las sustancias iónicas como las sales porque la molécula de agua es un dipolo eléctrico .

a) Una molécula de agua, con la carga positiva en color rojo, y la carga negativa en azul



El momento dipolar eléctrico  $\vec{p}$  está dirigido del extremo negativo al extremo positivo de la molécula.

# DIPOLO ELÉCTRICO



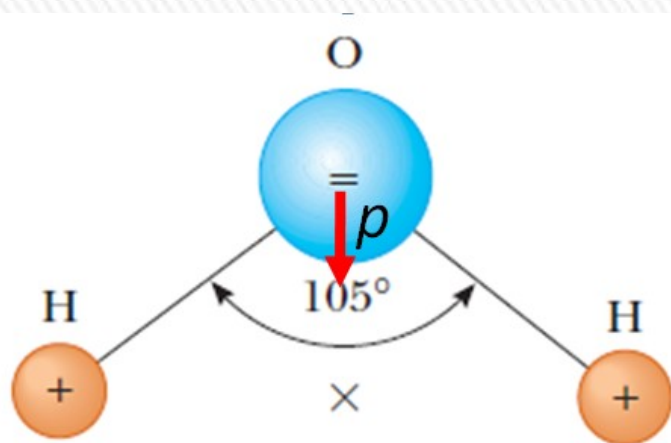
**Dipolo eléctrico** formado por dos cargas de magnitudes iguales y signos opuestos separados por una distancia  $2a$ .

El **momento del dipolo eléctrico  $p$**  (momento dipolar) está orientado desde  $-q$  hacia  $+q$ .

$$p = 2aq = ql$$

***El dipolo eléctrico es un buen modelo de muchas moléculas.***

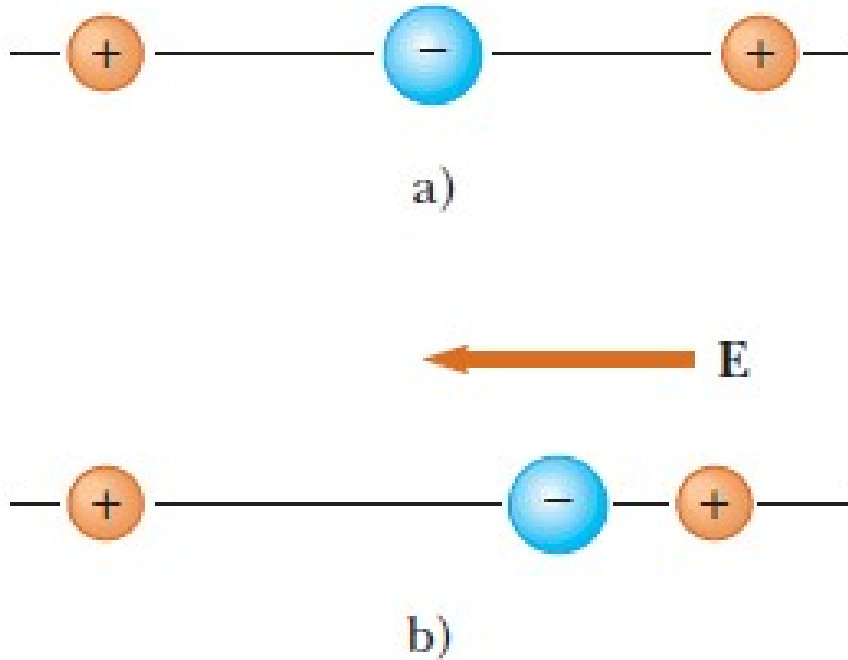
Los átomos y moléculas neutros se comportan como dipolos cuando se colocan en un campo eléctrico externo.



La molécula de agua,  $\text{H}_2\text{O}$ , tiene una polarización permanente debido a su geometría no lineal. El centro de la distribución de la carga positiva está en el punto  $\times$ .

El campo eléctrico que crea un dipolo para distancias grandes es proporcional a  $p$  y decrece como  $1/r^3$ .

# DIPOLO ELÉCTRICO



a) Una **molécula lineal simétrica no tiene una polarización permanente.**

Pero puede ser inducida colocando la molécula en un campo eléctrico: si tenemos un campo que se dirige hacia la izquierda:

b) Un campo eléctrico externo induce una polarización en la molécula (**polarización inducida**).

En la figura el centro de la distribución de cargas positivas se desplaza hacia la izquierda en relación con su posición inicial, y que el centro de la distribución de cargas negativas se desplazara hacia la derecha.

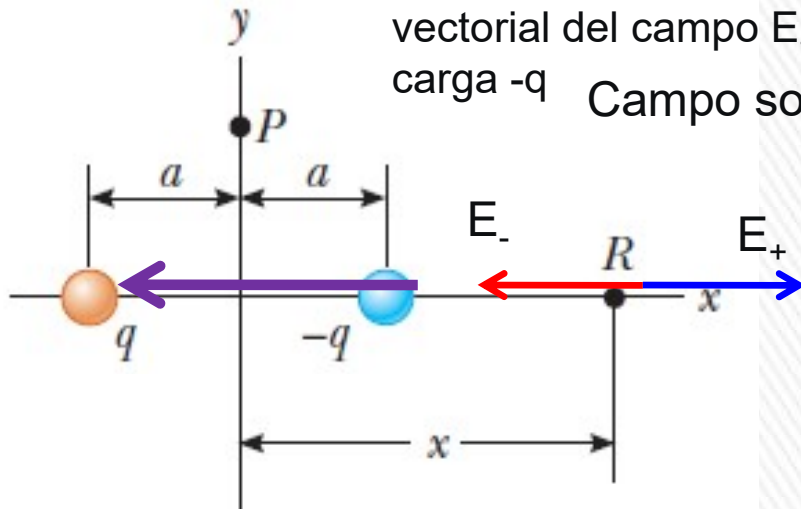
Esta **polarización inducida** es el efecto predominante en la mayor parte de los materiales que se utilizan como dieléctricos en los capacitores



## EJEMPLO- Ejercicio 1.1.8

Para un dipolo hallar el campo eléctrico en un punto distante sobre la recta que une a las cargas y en un punto distante sobre la recta que pasa por el centro del dipolo y es perpendicular a la recta que une a las cargas.

Uso el principio de superposición: el campo del dipolo será la suma vectorial del campo  $E_+$  que crea la carga  $+q$  más el campo  $E_-$  que crea la carga  $-q$ . Campo sobre R (considero que  $x \gg a$ ).  $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$



$$E = E_+ - E_- = k_E \frac{q}{(x+a)^2} - k_E \frac{q}{(x-a)^2}$$

$$E = k_E \frac{q(x-a)^2 - q(x+a)^2}{(x+a)^2(x-a)^2} = k_E \frac{-4axq}{(x^2 - a^2)^2}$$

$$E = -4k_E \frac{axq}{(x^2 - a^2)^2} \approx -4k_E \frac{axq}{x^4} = -4k_E \frac{aq}{x^3} = -2k_E \frac{p}{x^3}$$

$$\vec{E}(x) = 2k_E \frac{\vec{p}}{x^3}$$

$$E = k_E \frac{q(x-a)^2 - q(x+a)^2}{(x+a)^2(x-a)^2} = k_E \frac{q(x^2 - 2ax + a^2) - q(x^2 + 2ax + a^2)}{(x^2 + 2ax + a^2)(x^2 - 2ax + a^2)}$$

$$= k_E q \frac{x^2 - 2ax + a^2 - (x^2 + 2ax + a^2)}{x^4 - 2ax^3 + a^2x^2 + 2ax^3 - 4a^2x^2 + 2a^3x + a^2x^2 - 2a^3x + a^4}$$

$$= k_E q \frac{x^2 - 2ax + a^2 - (x^2 + 2ax + a^2)}{x^4 - 2a^2x^2 + a^4} = k_E q \frac{-4ax}{(x^2 - a^2)^2}$$

# DIPOLO ELÉCTRICO

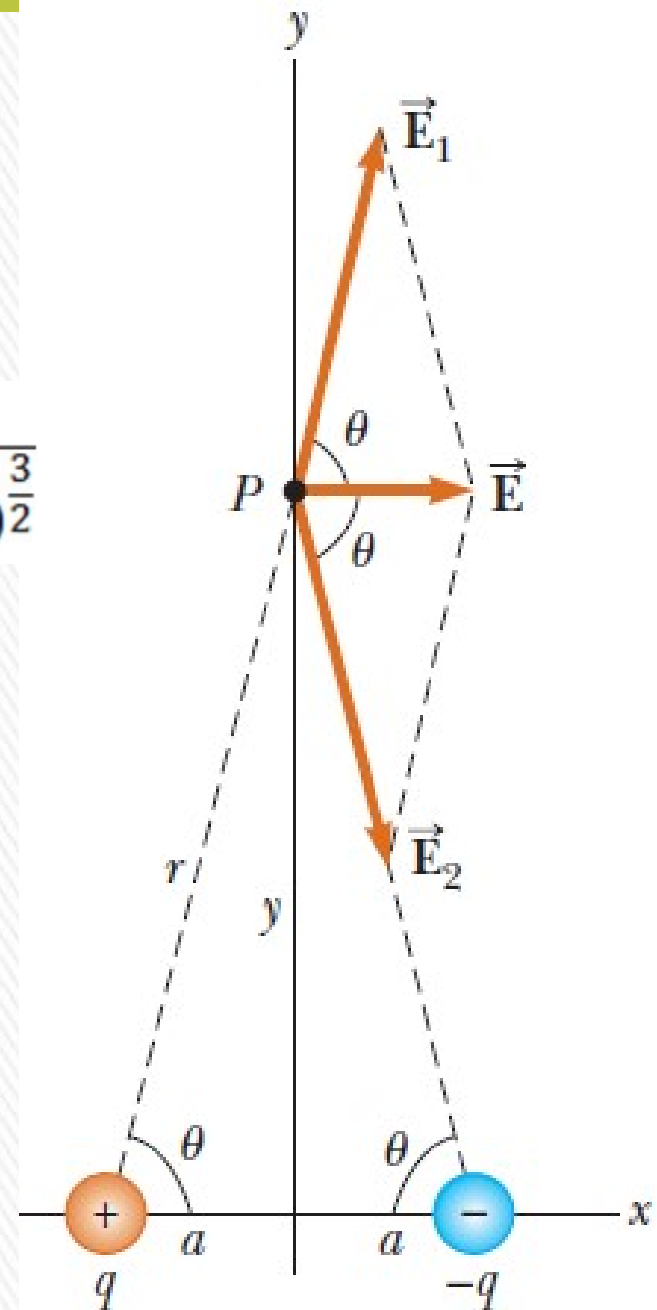
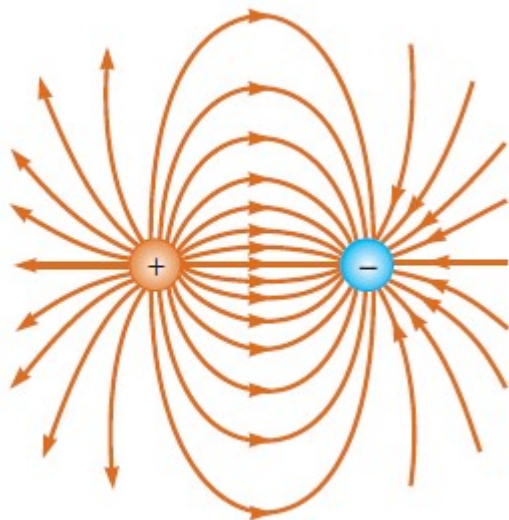
Campo sobre el punto P .

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 2E_+ \cos \theta \hat{i}$$

$$E_+ = k_E \frac{q}{y^2 + a^2} \quad \cos \theta = \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

$$E = 2k_E \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}} = 2k_E \frac{qa}{(y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = 2k_E \frac{qa}{(y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \cong 2k_E \frac{qa}{y^3} = k_E \frac{p}{y^3}$$





# DISTRIBUCIONES DE CARGAS CONTINUAS

Para calcular campos que crean cuerpos extensos cargados, por ejemplo usando integrales, se puede modelar el sistema de cargas como si fuera continuo y entonces debemos considerar diferenciales de carga.

Si la carga se distribuye en una línea, sobre una superficie o a través de un volumen se usan las **densidades de carga**.

**Distribución de carga lineal  $\lambda$**  (lambda) - carga por unidad de longitud  $\lambda = \frac{Q}{l}$  (C/m), varilla larga cargada. Si la distribución es uniforme:

**Densidad de carga superficial  $\sigma$**  (sigma) - carga por unidad de área, en C/m<sup>2</sup>: plano cargado. Si la distribución es uniforme:  $\sigma = \frac{Q}{A}$

**Densidad de carga volumétrica  $\rho$**  (rho) carga por unidad de volumen, C/m<sup>3</sup>. Si la distribución es uniforme:  $\rho = \frac{Q}{V}$

Con esto podemos calcular los campos que crean cuerpos macroscópicos cargados (barras, cilindros, discos, esferas), mediante integración de un diferencial de campo eléctrico:  $d\mathbf{E}$  creado por un diferencial de carga  $dq$ .

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \quad dq = \begin{cases} \lambda dx \\ \sigma dA \\ \rho dV \end{cases}$$

$dx$ - diferencial de línea  
 $dA$ - diferencial de área  
 $dV$ - diferencial de volumen



# CAMPO ELÉCTRICO DEBIDO A DISTRIBUCIONES DE CARGAS

El campo eléctrico total debido a dos o más cargas es la suma de sus campos individuales, esta superposición pueden hacer que la variación del campo total con la distancia no sea estrictamente como  $1/r^2$  (como el de una carga puntual.), sino que puede variar como:  $1/r^3$ ,  $1/r$  ó incluso ser constante.

Estos campos se pueden obtener a través de integración de la expresión del diferencial del campo eléctrico  $d\mathbf{E}$  que crea un diferencial de carga  $dq$ :

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2}$$

O mediante la **ley de Gauss**.

Métodos que no veremos en este curso, pero usaremos los resultados que se obtienen.

Veamos los resultados de dos importantes:

- campo creado por un plano cargado
- Campo creado por una esfera cargada

