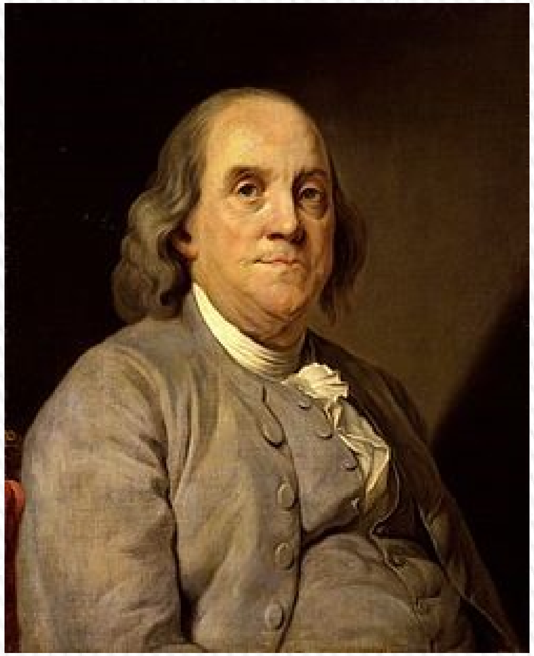
01-CARGAS,FUERZAS Y CAMPO ELÉCTRICO



Benjamin Franklin (1706-1790)

Henry Cavendish (1731-1810)

Charles-Agustin de Coulomb (1736-1806)

CARGA ELÉCTRICA: CONCEPTOS FUNDAMENTALES

La materia posee un atributo, la **carga eléctrica** que se manifiesta a través de una fuerza: la fuerza eléctrica.
La **fuerza electromagnética** es una de las 4 fuerzas fundamentales de la naturaleza

CARGA ELÉCTRICA: dos clases de carga eléctrica (q): ***positiva*** y ***negativa***.

Unidad de la magnitud carga eléctrica en el S.I.: **coulomb (C)**.

Cuantización: la carga eléctrica está cuantizada, siempre se presenta por múltiplos enteros de la **unidad fundamental de carga eléctrica e**.

La carga del electrón es: $-e$, y la del protón es $+e$.

Magnitud de e: $\mathbf{e = 1{,}6022\times10^{-19}\ C}$ ($e \approx 1{,}6 \times 10^{-19}$ C)

Para cualquier cuerpo cargado su carga q: $q = N.e$ (N un nro. entero)

Principio de conservación de la carga eléctrica: la carga se conserva, ni se crea ni se destruye.

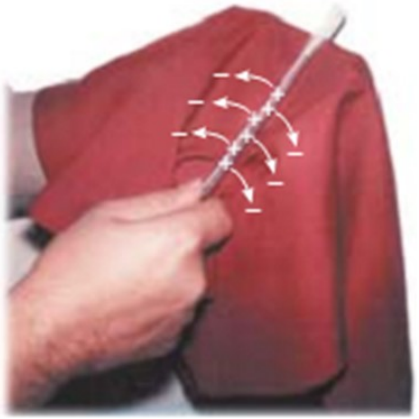
CONDUCTORES Y AISLANTES

Conductores y aislantes: modelamos materiales como **conductores,** en los que aproximadamente un electrón por átomo posee libertad de movimiento en todo el material, y en **aislantes o dieléctricos** en los que todos los electrones están ligados a los átomos próximos.
Como modelo ideal, un conductor tiene un número infinito de portadores de carga que se pueden mover muy fácilmente.

Vidrio, goma, y madera son materiales aislantes eléctricos.
Cuando estos materiales son frotados sólo la zona frotada se carga, y las partículas con carga no pueden moverse hacia otras zonas del material.

Los metales (plata, cobre, aluminio) son buenos conductores eléctricos.
Cuando están con carga en alguna pequeña zona, la carga se distribuye de inmediato en toda la superficie del material.

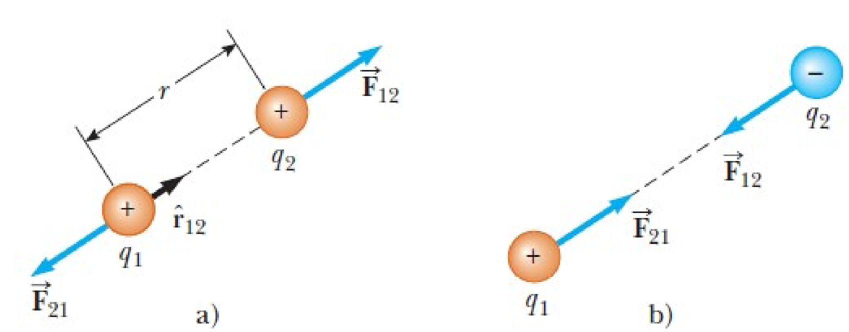
Tribolectricidad: electricidad por frotamiento, por contacto se intercambian electrones.
Varilla de vidrio frotada con seda: vidrio pierde electrones que pasan a la seda. Vidrio: +q y seda: -q.
Similarmente si frotamos: regla de plástico con el cabello
regla: - q pelo: +q



LEY DE COULOMB

La magnitud de fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales estacionarias es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.
La fuerza es de atracción si las cargas son de distinto signo, y de repulsión si son del mismo signo.

$$\bar{F}_{12} = k_E \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$



$\hat{r}$ vector unitario que apunta de q_1 a q_2.
k_E – constante de Coulomb.

$$k_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}987551787 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

$$k_E \approx 9{,}0 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$$

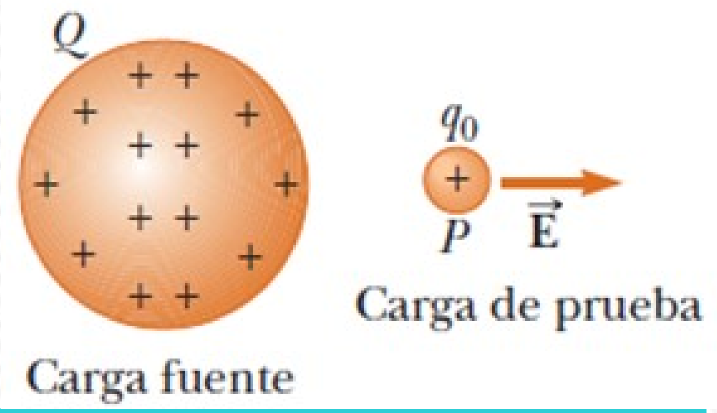
$\varepsilon_0 = 8{,}854187817 \times 10^{-12}$ $\text{C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$ (permitividad del vacío)

FUERZA COULOMBIANA:

- Es una **fuerza central** y depende del **inverso del cuadrado de la distancia.**
- Se aplica a cargas puntuales y en el vacío; si el medio no es el vacío, la intensidad de la fuerza disminuye; aparece en el denominador un factor mayor a 1 (constante dieléctrica).
- Es una fuerza **conservativa.**
- Cumple con **principios de Acción y Reacción** y con el **de Superposición.**

CAMPO ELÉCTRICO

Existe un **campo eléctrico** en la región del espacio que rodea a un objeto con carga (**carga fuente).**
Cuando otro objeto con carga (**carga de prueba)** entra en este campo**,** una **fuerza eléctrica** actúa sobre él.



Definición: Campo eléctrico (E) en un punto en el espacio es la fuerza eléctrica $\mathbf{F}_E$*, que actúa sobre una carga de prueba positiva* q_0 *colocada en ese punto, dividida entre* la carga de prueba.

Concepto desarrollado por ***Michael Faraday (1791-1867)*** en relación con las fuerzas eléctricas.

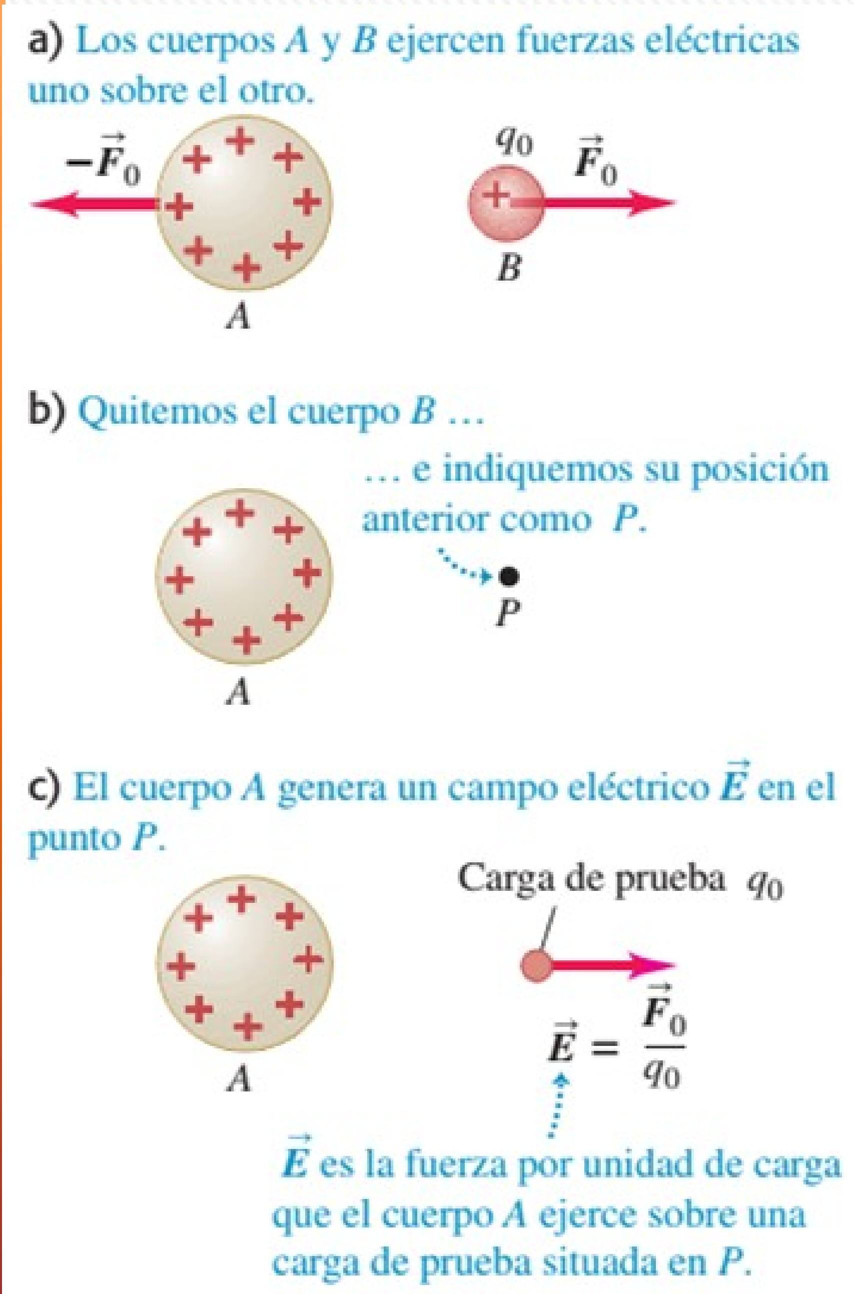
$$\overline{E} = \frac{\overline{F_E}}{q_0}$$

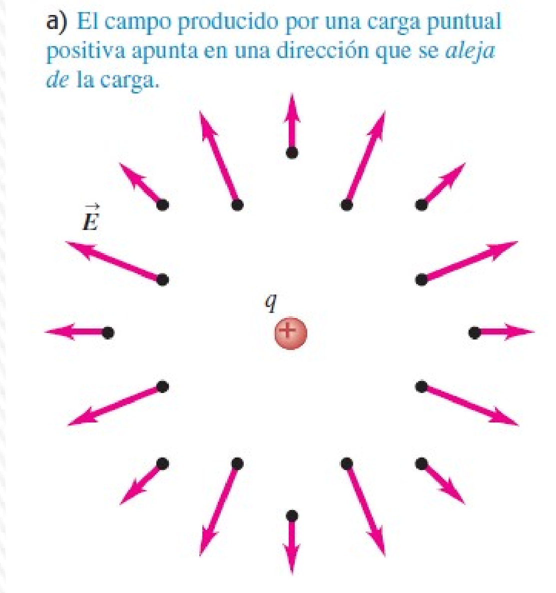
El campo eléctrico es un vector

Unidad de campo eléctrico en SI: newton/coulomb (N/C) o volt/metro (V/m)

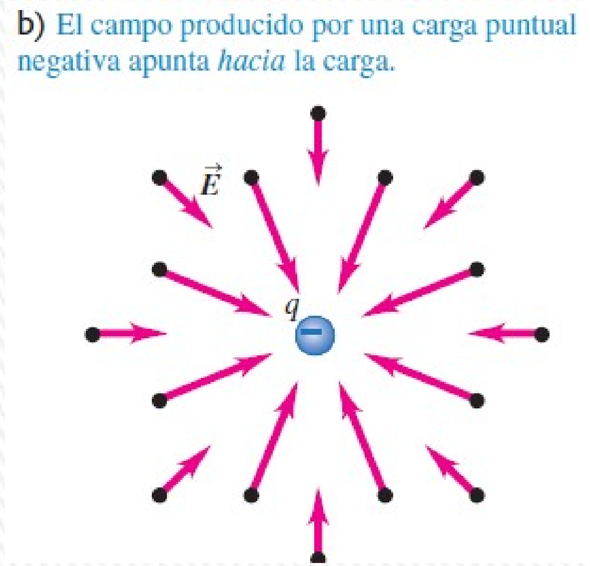
E es el campo producido por una carga o distribución de cargas sin tener en cuenta el que produce la carga de prueba.
La presencia de una carga de prueba no es necesaria para que el campo exista (sólo sirve como *detector* del campo eléctrico).
El sentido de **E**, es el de la fuerza que experimenta una carga de prueba positiva cuando es colocada en el campo.

CAMPO ELÉCTRICO





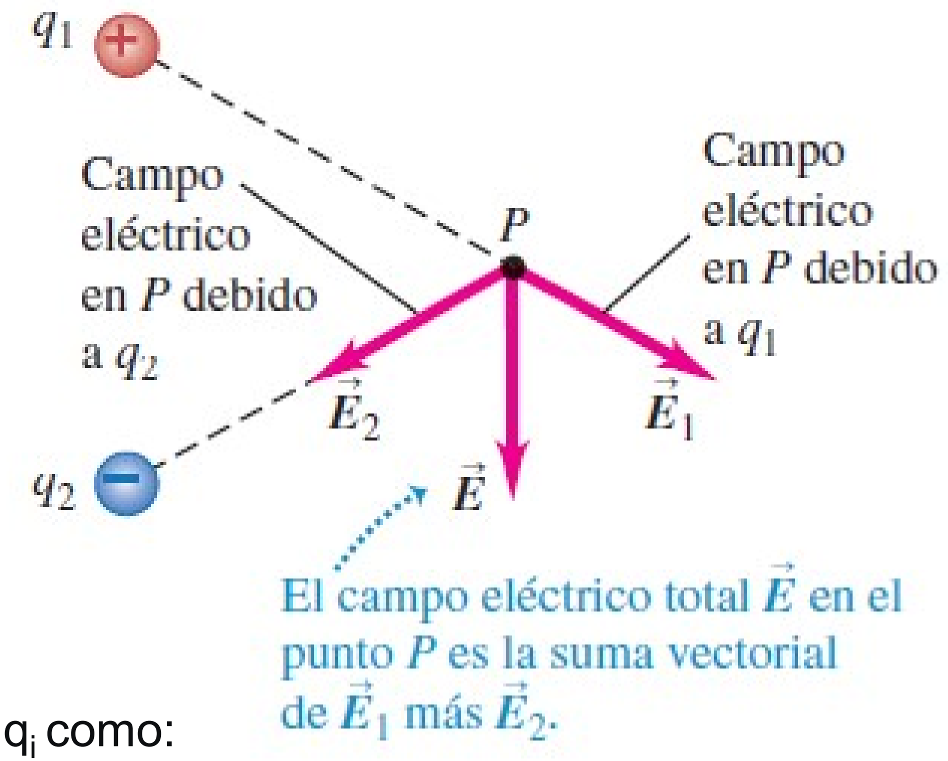
Campo creado por una carga positiva



Campo creado por una carga negativa

CAMPO ELÉCTRICO - SUPERPOSICIÓN

En cualquier punto *P, el campo* eléctrico total debido a un grupo de cargas fuente es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos de todas las cargas.
Para dos cargas tenemos:.



$$\overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{E}}_1 + \overline{\boldsymbol{E}}_2$$

Extendiéndolo para más cargas:

$$\overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{E}}_1 + \overline{\boldsymbol{E}}_2 + \cdots + \overline{\boldsymbol{E}}_n$$

Si expreso el campo que crea la carga q_i como:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_i = k_e \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\boldsymbol{r}}_i$$

El campo total valdrá:

$$\boxed{\overline{\boldsymbol{E}} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\boldsymbol{r}}_i}$$

El campo eléctrico ***E*** experimentado por una carga puntual no depende del valor de esa carga; está determinado por las cargas que producen el campo, no por la carga que lo experimenta.

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

Forma de visualizarlo: **líneas de campo eléctrico,** (Faraday),

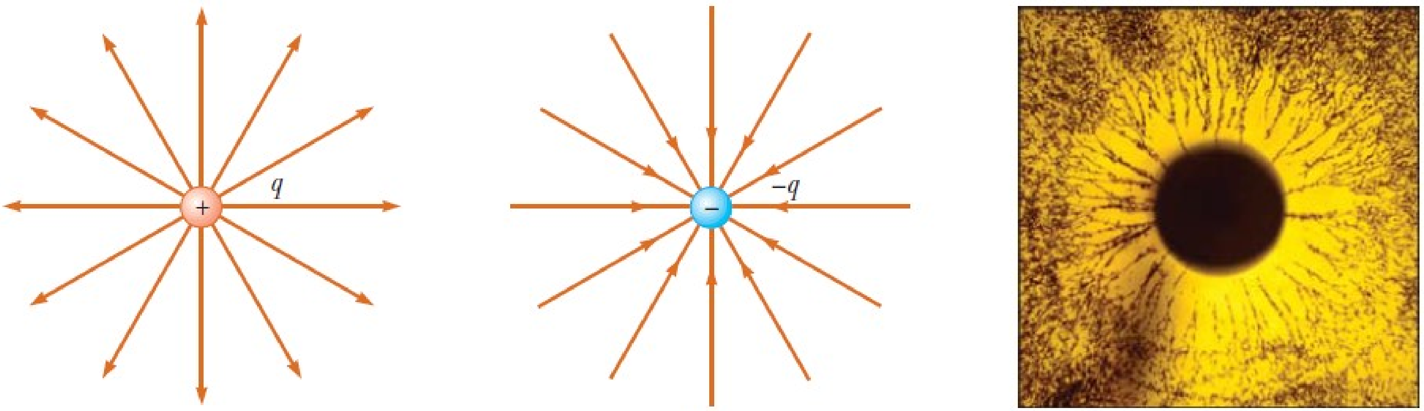
•El vector **E** del campo eléctrico es tangente a la línea del campo eléctrico en cada punto. La dirección y sentido de la línea, indicada por una punta de flecha, es igual al vector del campo eléctrico.

• El número de líneas por unidad de área que pasan a través de una superficie perpendicular a dichas líneas es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en dicha región.

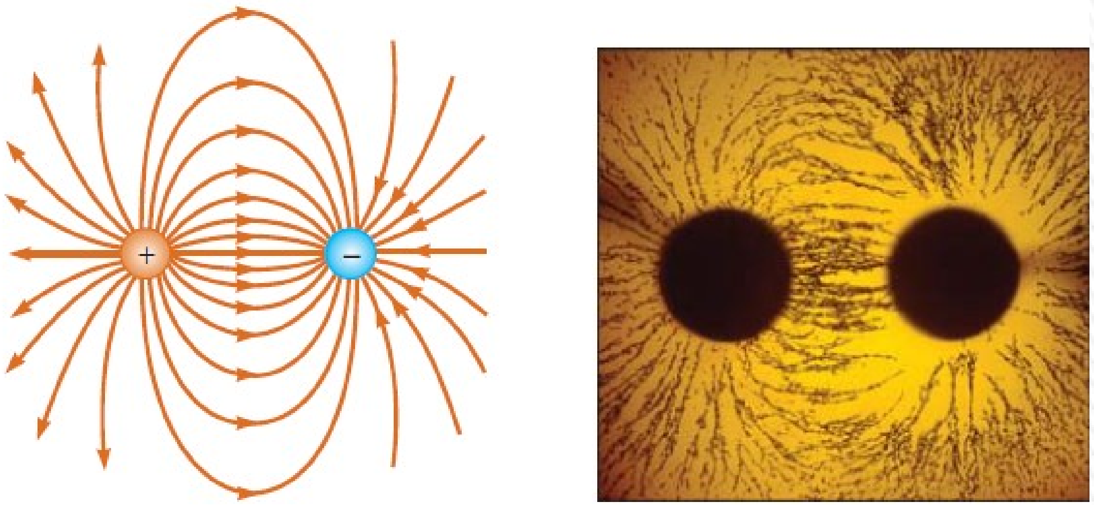
Las reglas para dibujar las líneas de un campo eléctrico son las siguientes:

1. Las líneas deben empezar en una carga positiva y terminar en una carga negativa.
2. En caso de que haya exceso en cualquier carga, algunas líneas empezarán o terminarán en el infinito.
3. El número de líneas dibujadas que salen de una carga positiva o se acercan a una carga negativa será proporcional a la magnitud de dicha carga.
4. Dos líneas de campo no se pueden cruzar.

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO



a) b) c)



a) b)

Líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales de igual magnitud y de signo opuesto.
El número de líneas que salen de la carga positiva es igual al número que termina en la carga negativa.
Pequeñas partículas suspendidas en aceite se alinean con el campo eléctrico.

DISTRIBUCIONES DE CARGAS CONTINUAS

Para poder calcular los campos que crean cuerpos extensos cargados, usando integrales, se puede modelar el sistema de cargas como si fuera continua y considerar diferenciales de carga.
Si la carga se distribuye en una línea, sobre una superficie o a través de un volumen se usan las **densidades de carga**.
Distribución de carga lineal λ (lambda) - carga por unidad de longitud (C/m): varilla larga cargada.
Densidad de carga superficial σ (sigma) - carga por unidad de área, en C/m^2: plano cargado.
Densidad de carga volumétrica ρ (rho) carga por unidad de volumen, C/m^3.

Esto nos permite calcular los campos que crean cuerpos macroscópicos cargados (barras, cilindros, discos, esferas), mediante integración de un diferencial de campo eléctrico: d**E**.

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} \qquad dq = \begin{cases} \lambda dx \\ \sigma dA \\ \rho dV \end{cases}$$

dx- diferencial de línea
dA- diferencial de área
dV- diferencial de volumen

Si se distribuyen uniformemente:

$$\lambda = \frac{Q}{l} \qquad \sigma = \frac{Q}{A} \qquad \rho = \frac{Q}{V}$$

CAMPO ELÉCTRICO DEBIDO A DISTRIBUCIONES DE CARGAS

El campo eléctrico total debido a dos o más cargas es la suma de sus campos individuales, esta superposición pueden hacer que la variación del campo total con la distancia no sea estrictamente como $1/r^2$ (como el de una carga puntual.), sino que puede variar como: $1/r^3$, $1/r$ *ó* incluso ser constante.

Estos campos se pueden obtener a través de integración de la expresión del diferencial del campo eléctrico d***E*** que crea un diferencial de carga dq:

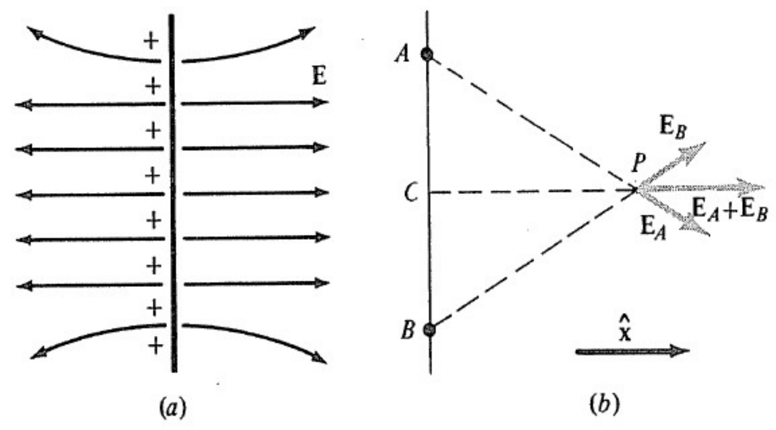
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

O mediante la **ley de Gauss.**
Métodos que no veremos en este curso, pero usaremos los resultados que se obtienen.
Veamos los resultados de dos importantes:
•campo creado por un plano cargado
•Campo creado por una esfera cargada

CAMPO DE UN PLANO CARGADO UNIFORMEMENTE

Campo creado por un plano infinito: es constante en módulo y dirección.

Al ser de dimensiones infinitas, para determinar el campo en P, siempre hay cargas en posiciones simétricas de modo que el campo resultante es perpendicular al mismo.
Esto no es cierto si las dimensiones no son infinitas.



Sin embargo, los campos de estas cargas desapareadas y distantes no tienen importancia si P se halla próximo al plano y no está muy cerca de algún extremo. Se prueba que su magnitud vale:

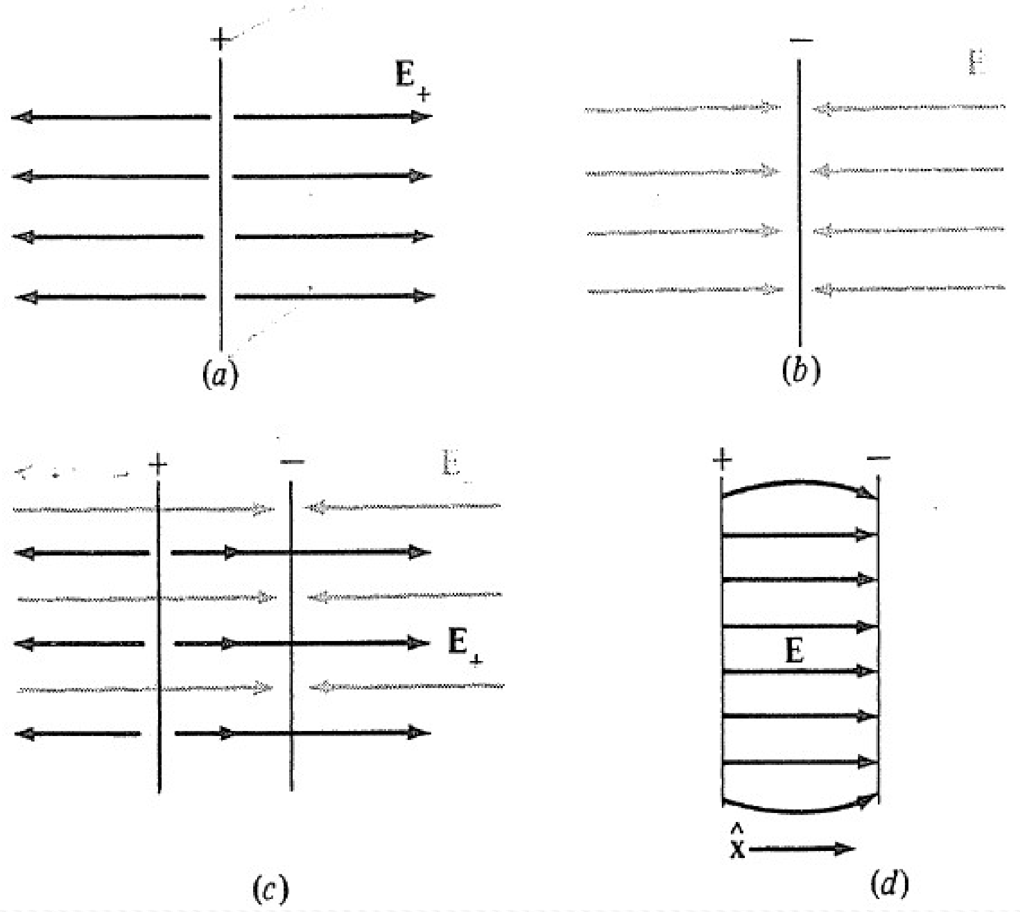
$$\overline{E} = 2\pi k_E \frac{Q}{A}\,\hat{x} = 2\pi k_E \sigma\,\hat{x} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{x}$$

Campo constante (no varía con la distancia al plano considerado) y perpendicular al mismo

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{\mathbf{n}}$$

forma habitual de expresar el campo creado por un plano infinito con una densidad de carga superficial σ y donde el versor perpendicular al plano es $\hat{n}$

CAMPO DE DOS PLANOS CARGADO UNIFORMEMENTE



Consideremos ahora dos planos de área A y que tengan cargas iguales pero de signo opuesto +Q y Q. Los campos se suman en la región entre los planos y se cancelan en el resto del espacio.

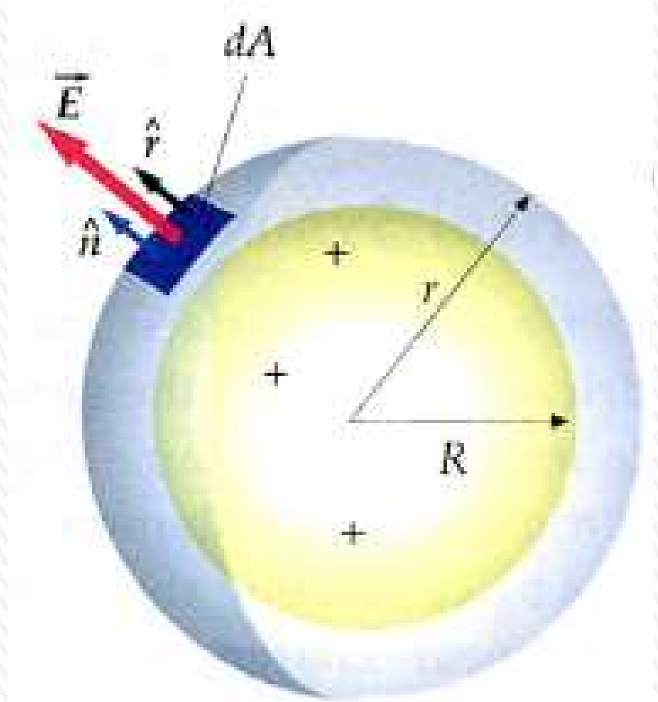
Por tanto, entre los campos (con la aproximación mencionada anteriormente):

$$\overline{\boldsymbol{E}} = 4\pi k_E \frac{Q}{A}\,\hat{\boldsymbol{x}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\hat{\boldsymbol{x}}$$

CAMPO CREADO POR UNA ESFERA CARGADA

Esfera de radio R cargada con carga q.

Si la carga se distribuye uniformemente en el volumen (como en un no conductor) entonces hay una densidad de carga volumétrica ρ constante

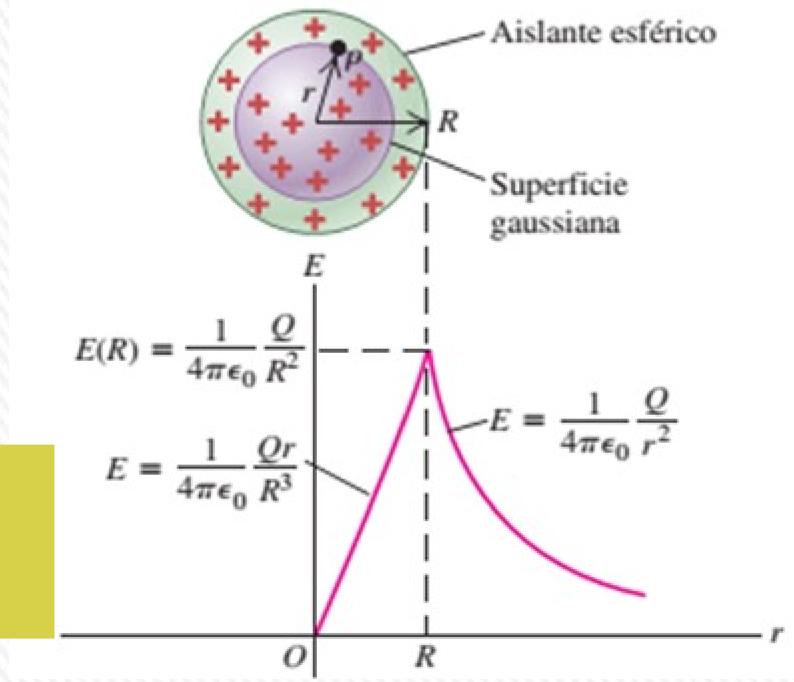


1) Para r > R

$$\overline{\boldsymbol{E}}(r) = k_E \frac{q}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}}$$

2) Para r < R

$$\overline{\boldsymbol{E}}(r) = k_E \frac{qr}{R^3}\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}\hat{\boldsymbol{r}}$$



Si la esfera es conductora, el campo en el exterior es el mismo, y en el interior es nulo.

El campo eléctrico de una esfera cargada para r > R, es el mismo que el de una carga puntual q ubicada en su centro

Ejemplo 1.01

El electrón y el protón de un átomo de hidrógeno están separados (en promedio) por una distancia de aproximadamente $5{,}3\times10^{-11}$ m. Encuentre las magnitudes de la fuerza eléctrica y la fuerza gravitacional entre las dos partículas, y la relación entre ellas.

Datos: magnitudes de la carga del electrón y del protón. $e = 1{,}602\times10^{-19}$ C
Constante de Coulomb: $k_e = 8{,}988\times10^{9}$ N.m²/C²
Masa del protón: $m_p = 1{,}67\times10^{-27}$ kg; masa del electrón: $m_e = 9{,}11\times10^{-31}$ kg
Constante de gravitación universal: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N.m²/kg²

De acuerdo a la ley de Coulomb:

$$F_e = k_e \frac{|e||-e|}{r^2} = (8.99\times10^{9}\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2})\frac{(1.60\times10^{-19}\ \mathrm{C})^2}{(5.3\times10^{-11}\ \mathrm{m})^2} = \boxed{8.2\times10^{-8}\ \mathrm{N}}$$

De acuerdo a la ley de gravitación universal:

$$F_g = G\frac{m_e m_p}{r^2} = (6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg^2})\frac{(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})(1.67\times10^{-27}\ \mathrm{kg})}{(5.3\times10^{-11}\ \mathrm{m})^2} = \boxed{3.6\times10^{-47}\ \mathrm{N}}$$

La relación $F_e/F_g \approx 2\times10^{39}$.

Pregunta rápida 1

Dos cargas puntuales, A y B, están separadas una distancia **d**.
A tiene una **carga 2Q** y una **masa 2m**,
mientras que **B** tiene una **carga Q** y una **masa m**.
Respecto a la relación entre las magnitudes de las fuerzas que se ejercen entre sí, y las magnitudes de las aceleraciones que experimentan, podemos decir que:

A) Tanto las fuerzas como las aceleraciones son iguales.
B) Las fuerzas son iguales, pero la aceleración que experimenta A es mayor que la de B.
C) Las fuerzas son son iguales, pero la aceleración que experimenta B es mayor que la de A.
D) Las aceleraciones son iguales, pero la fuerza que se ejerce sobre A es mayor que la que se ejerce sobre B.
E) Las aceleraciones son iguales, pero la fuerza que se ejerce sobre B es mayor que la que se ejerce sobre A.
F) Tanto las fuerzas como las aceleraciones son distintas.

Opción correcta: C.
Por el principio de acción y reacción las fuerzas deben tener la misma magnitud, como la masa de B es menor que la de A, tendrá mayor aceleración.

Pregunta rápida 2

Dos cargas puntuales se atraen mutuamente con una fuerza eléctrica de magnitud F.
Si **una carga se reduce a la mitad de su valor original** y la **distancia entre las cargas se triplica**,
¿cuál es la magnitud resultante de la fuerza eléctrica entre ellas?

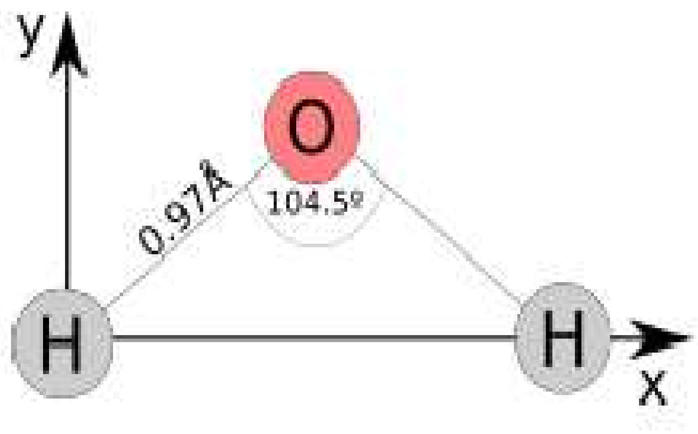
A) 3F/4 B) F/6 C) F/6 D) F/12 E) 4F/3 F) F/18

$$F = k_E \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

$$F' = k_E \frac{q' q_2}{d'^2} = k_E \frac{(q_1/2) q_2}{(3d)^2} = k_E \frac{(q_1) q_2}{(2)(9)(d)^2} = \frac{1}{18} k_E \frac{q_1 q_2}{d^2} = \frac{F}{18}$$

Ejemplo: ejercicio 1.1.2

La molécula de agua (H_2O) está compuesta por un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno como se muestra en la figura. El ángulo formado por los enlaces O-H es de 104,5° y la distancia entre el átomo de oxígeno y uno de hidrógeno es de 0,97 Å.



Encuentre la fuerza neta ejercida por los dos átomos de hidrógeno sobre el átomo de oxígeno. Asuma que cada hidrógeno tiene una carga +*e* y el oxígeno una carga -2*e*.

b) Encuentre el campo eléctrico neto causado por los dos átomos de hidrógeno en el punto donde se encuentra el oxígeno (ignore la presencia del oxígeno).

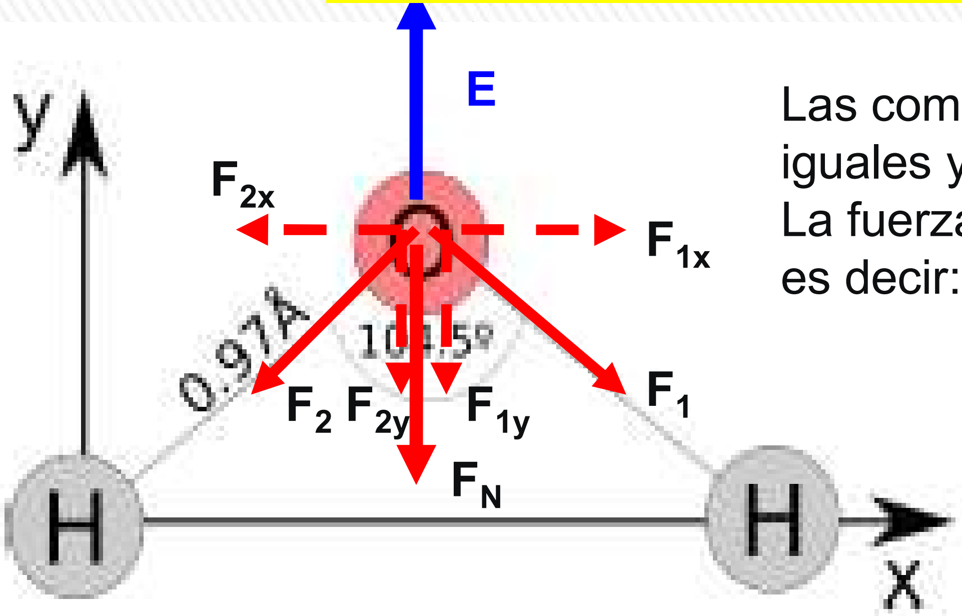
El módulo de la fuerza que uno de los hidrógenos ejerce sobre el átomo de oxígeno, está dado por la ley de Coulomb:

$$F = k_E \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad k_E \frac{|-2e||e|}{r^2} = 2k_E \frac{e^2}{r^2}$$

$$F = 2(8{,}988 \times 10^9)\frac{(1{,}602 \times 10^{-19})^2}{(0{,}97 \times 10^{-10})^2} = 4{,}903 \times 10^{-8}\ N$$

La dos fuerzas tienen igual módulo, pero las debemos sumar vectorialmente

Ejemplo: ejercicio 1.1.2



Las componentes horizontales (F_{1x}, F_{2x}) son iguales y opuestas, se cancelan entre sí.
La fuerza neta, será entonces igual a F_{1y}+ F_{2y} es decir: $F_N = 2F_{1y} = 2F_1\cos(\theta/2)$

$$F_N = 2F_1 \cos(\theta/2) = 2(4{,}903 \times 10^{-8}) \cos(104{,}5°/2) = 6{,}00 \times 10^{-8}\ N$$

F_N = 6,0×10^{-8} N (vertical hacia abajo)

b) Si conozco la fuerza, puedo calcular el campo como: $\overline{\boldsymbol{E}} = \dfrac{\overline{\boldsymbol{F}}}{q}$

El módulo vale: $E = \dfrac{F}{q} = \dfrac{6{,}00 \times 10^{-8}\ N}{2 \times 1{,}602 \times 10^{-19}} = 1{,}87 \times 10^{11}\ N/C$

El campo eléctrico entonces vale ***E* = 1,9×10^{11} N (vertical hacia arriba)**