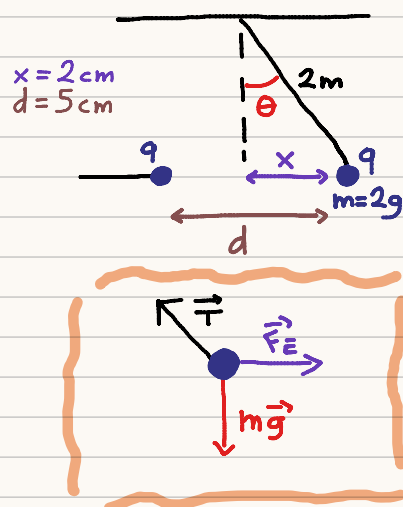


1.6:



a) ¿Que fuerzas actúan sobre la bolita en el extremo de la cuerda? Re: Peso, tensión y la fuerza eléctrica.

La fuerza eléctrica viene dada por,

$$\vec{F}_q = \frac{k_E q^2}{d^2} \hat{x}$$

La fuerza gravitatoria es,

$$\vec{F}_g = -mg \hat{y}$$

La tensión tiene componente en $\hat{x}$ y en $\hat{y}$,

$$\vec{T} = -T_x \hat{x} + T_y \hat{y} = -|\vec{T}| \sin \theta \hat{x} + |\vec{T}| \cos \theta \hat{y}$$

Ahora, aplicamos la condición de equilibrio: la fuerza total es 0.

$$x) \frac{k_E q^2}{d^2} - |\vec{T}| \sin \theta = 0 \Rightarrow \frac{k_E q^2}{d^2} = |\vec{T}| \sin \theta \quad (1)$$

$$y) |\vec{T}| \cos \theta - mg = 0 \Rightarrow mg = |\vec{T}| \cos \theta \quad (2)$$

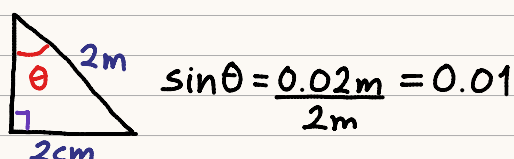
Divido (1) entre (2) para eliminar $|\vec{T}|$,

$$\frac{\frac{k_E q^2}{d^2}}{mg} = \frac{|\vec{T}| \sin \theta}{|\vec{T}| \cos \theta} \Rightarrow \frac{k_E q^2}{mg d^2} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{k_E q^2}{mg d^2} = \tan \theta$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{mg d^2 \tan \theta}{k_E}$$

¿Perdí a alguien en este paso?

Calculo el ángulo por trigonometría:



Como el ángulo es chico $\tan \theta \approx \sin \theta$.

$$\Rightarrow q^2 = \frac{mg d^2 \sin \theta}{k_E}$$

Tomamos la raíz cuadrada y tenemos q , pero hay que tener cuidado con un detalle. La fuerza eléctrica no cambia si las dos cargas son positivas o negativas, osea que ambos casos son soluciones a nuestro problema.

$$\Rightarrow q = \pm \sqrt{\frac{mgd^2 \sin \theta}{k_E}} \approx \pm 7.38 \times 10^{-9} \text{ C}$$

1.1.9:

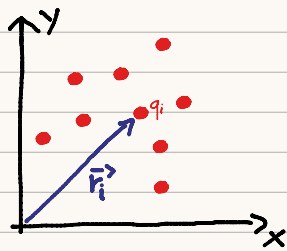
a)

El módulo del momento dipolar es $p=qd$ y si la carga es e y p es conocido, podemos calcular la distancia,

$$d = \frac{p}{e} \approx 3.13 \times 10^{-11} \text{ m}$$

b)

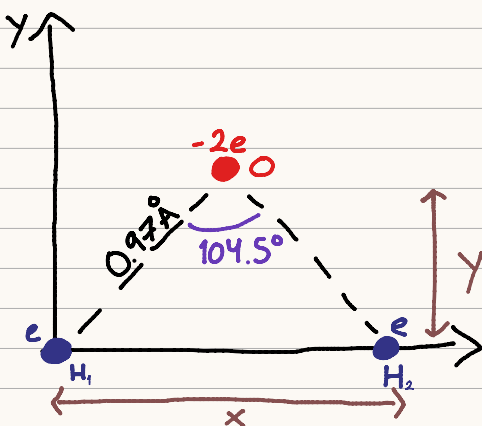
Se puede generalizar el momento dipolar $\vec{p}$ para un conjunto de cargas q_i en posiciones $\vec{r}_i$.



Entonces $\vec{p}$ viene dado por,

$$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$$

En nuestro caso:

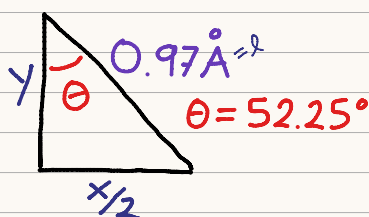


$$\vec{r}_H = 0$$

$$\vec{r}_H = x \hat{i}$$

$$\vec{r}_O = \frac{x}{2} \hat{i} + y \hat{j}$$

Debemos hallar x e y .



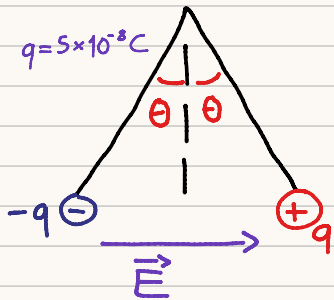
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = l \sin \theta \approx 0.77 \text{ \AA} \Rightarrow x \approx 1.54 \text{ \AA} \\ y = l \cos \theta \approx 0.59 \text{ \AA} \end{cases}$$

Calculamos $\vec{p}$,

$$\vec{p} = e\vec{r}_{H_1} + e\vec{r}_{H_2} - 2e\vec{r}_O = e \cdot 0 + ex\hat{x} - 2e\left(\frac{x}{2}\hat{x} + y\hat{y}\right) = \cancel{e}x\hat{x} - \cancel{e}x\hat{x} - 2ey\hat{y}$$

$$= -2ey\hat{y} \simeq -1.9 \times 10^{-29} \text{ Cm } \hat{y}$$

1.1.13:



Queremos hallar $|\vec{E}|$ tal que $\theta = 10^\circ$.

Para ello aplicamos la condición de equilibrio. La tensión tiene componentes,

$$\vec{T} = -T_x\hat{x} + T_y\hat{y} = -|\vec{T}|\sin\theta\hat{x} + |\vec{T}|\cos\theta\hat{y}$$

, y la fuerza eléctrica entre las cargas es,

$$\vec{F}_q = -\frac{k_E q^2}{d^2} \hat{x}$$

Ahora, la condición de equilibrio, tenemos:

$$x) \quad qE - |\vec{T}|\sin\theta - \underbrace{\frac{k_E q^2}{d^2}}_{F_q} \Rightarrow |\vec{T}|\sin\theta = qE - \frac{k_E q^2}{d} \quad (1)$$

$$y) \quad |\vec{T}|\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow |\vec{T}|\cos\theta = mg \quad (2)$$

Si divido (1) entre (2), obtengo,

$$\frac{|\vec{T}|\sin\theta}{|\vec{T}|\cos\theta} = \frac{qE - F_q}{mg} \Rightarrow \underbrace{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}_{\tan\theta} = \frac{qE - F_q}{mg} \Rightarrow mg\tan\theta = qE - \frac{k_E q^2}{d^2} \Rightarrow qE = mg\tan\theta + \frac{k_E q^2}{d^2}$$

$$\Rightarrow E = \frac{mg\tan\theta}{q} + \frac{k_E q}{d^2} \simeq 4.42 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Antes de hacer 1.1.8, introducimos una herramienta matemática necesaria: el desarrollo de Taylor.

Desarrollo de Taylor:

Supongamos que conozco el valor de una función $f(x)$ en un punto x_0 y también conocemos el valor de algunas derivadas $\{f'(x), f''(x), \dots\}$.

Ahora, quiero estimar $f(x)$ para $x = x_0 + \varepsilon$, con $\varepsilon \ll 1$, en español: "x está muy cerca de x_0 ". Got it?

Bajo estas hipótesis, el teorema de Taylor me dice que:

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x-x_0)^n$$

A efectos prácticos, en general nos quedamos con,

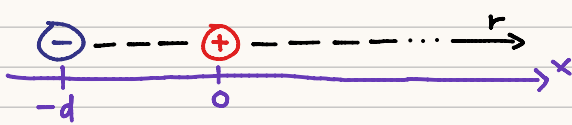
$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)(x-x_0)^2}{2}$$

A veces es necesario

Practico 1:

1.1.8:

El ejercicio nos plantea que hallemos el campo eléctrico de un dipolo en 2 situaciones, hagámoslo en el caso de un punto lejano en la dirección que une las cargas...



El campo eléctrico en r vendrá dado por,

$$\vec{E}(r) = \frac{k_E q}{r_+^2} \hat{r}_+ - \frac{k_E q}{r_-^2} \hat{r}_-$$

$$\Rightarrow \vec{E}(r) = k_E q \left(\frac{1}{(r-x_+)^2} - \frac{1}{(r-x_-)^2} \right) \hat{\lambda} = k_E q \hat{\lambda} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r+d)^2} \right)$$

veamos esto...

$$\bullet \frac{1}{(r+d)^2} = \frac{1}{\left(r + \frac{rd}{r}\right)^2} = \frac{1}{r^2(1+\frac{d}{r})^2} = \frac{1}{r^2(1+z)^2}$$

z es un número, es adimensional!!!

$$\Rightarrow \vec{E}(r) = k_E q \hat{\lambda} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r^2(1+z)^2} \right) = \frac{k_E q}{r^2} \hat{\lambda} \left(1 - \frac{1}{(1+z)^2} \right)$$

Como r es un punto lejano $z \ll 1$ y podemos usar Taylor con $x_0 = 0$:

$$\frac{1}{(1+z)^2} \approx 1 - 2z$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{E}(r) &= \frac{k_E q \hat{\lambda}}{r^2} [1 - (1 - 2z)] = \frac{k_E q \hat{\lambda}}{r^2} (1 - 1 + 2z) = \frac{2k_E q}{r^2} z \hat{\lambda} = \frac{2k_E q}{r^2} \frac{d}{r} \hat{\lambda} \\ &= \frac{2k_E q d}{r^3} \hat{\lambda} = \frac{2k_E p}{r^3} \hat{\lambda} \end{aligned}$$

Falta el 1.1.5 que hizo Sofia en el práctico del 29/8.

