ANUNCIOS

Primer evaluación corta habilita hasta la medianoche del sábado 14, temas: Los correspondientes a toda la Unidad 1. Recuerden que sólo se puede hacer en este periodo y el 2do. intento sólo será válido para quienes lo hicieron en este periodo.

MODIFICACIÓN EN EVALUACIONES:

De **carácter optativo** se puede mantener la forma actual de múltiple opción, donde sólo se entrega la hoja de evaluación con las respuestas marcadas.

En **ejercicios parte A** se podrá entregar con la hoja de la evaluación hojas con resolución total o parcial de los ejercicios de modo que se califique lo realizado. Estos desarrollos se corrigen sólo si el estudiante no marcó la respuesta correcta, y se le podrá otorgar entre 0 y el 80% de los puntos.

Habrá un **criterio de admisibilidad** del desarrollo entregado que dependerá de una prolijidad e inteligibilidad mínima. Si esto no se cumple, el desarrollo no será corregido.

En la corrección se valorará: la explicitación de las leyes o principios utilizados y de los modelos e hipótesis que simplifican la resolución, del desarrollo de los diferentes pasos en la resolución, del manejo de las unidades y cifras significativas, del manejo algebraico y de la realización de los cálculos.

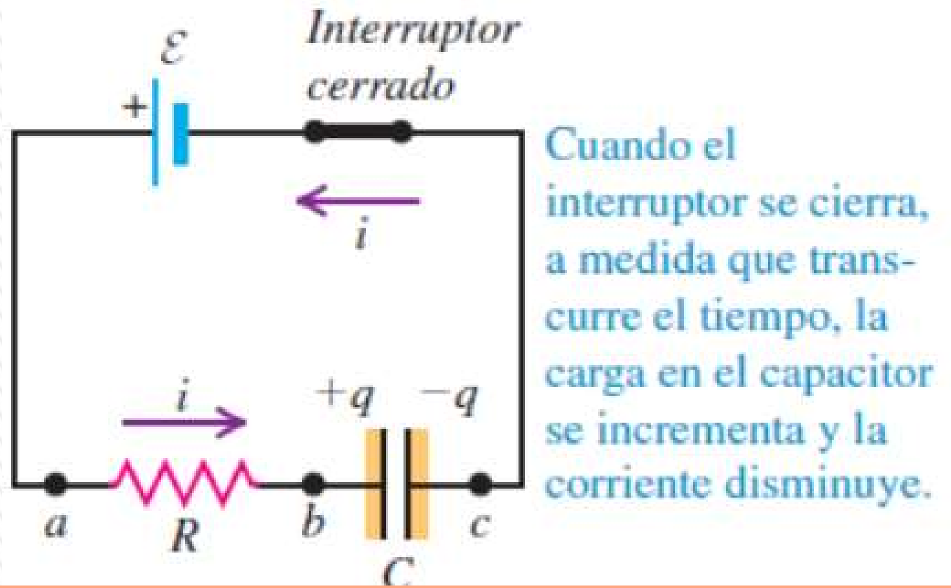
Las resoluciones de cada uno de los ejercicios deberán realizarse en hojas separadas, no podrá haber en una misma hoja la resolución de ejercicios distintos.

CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor

$$\mathcal{E} - i.R - \frac{q}{C} = 0$$

$$q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q_f\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$



Condiciones límites

t = 0: $i(0) = I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$; $q(0) = 0$

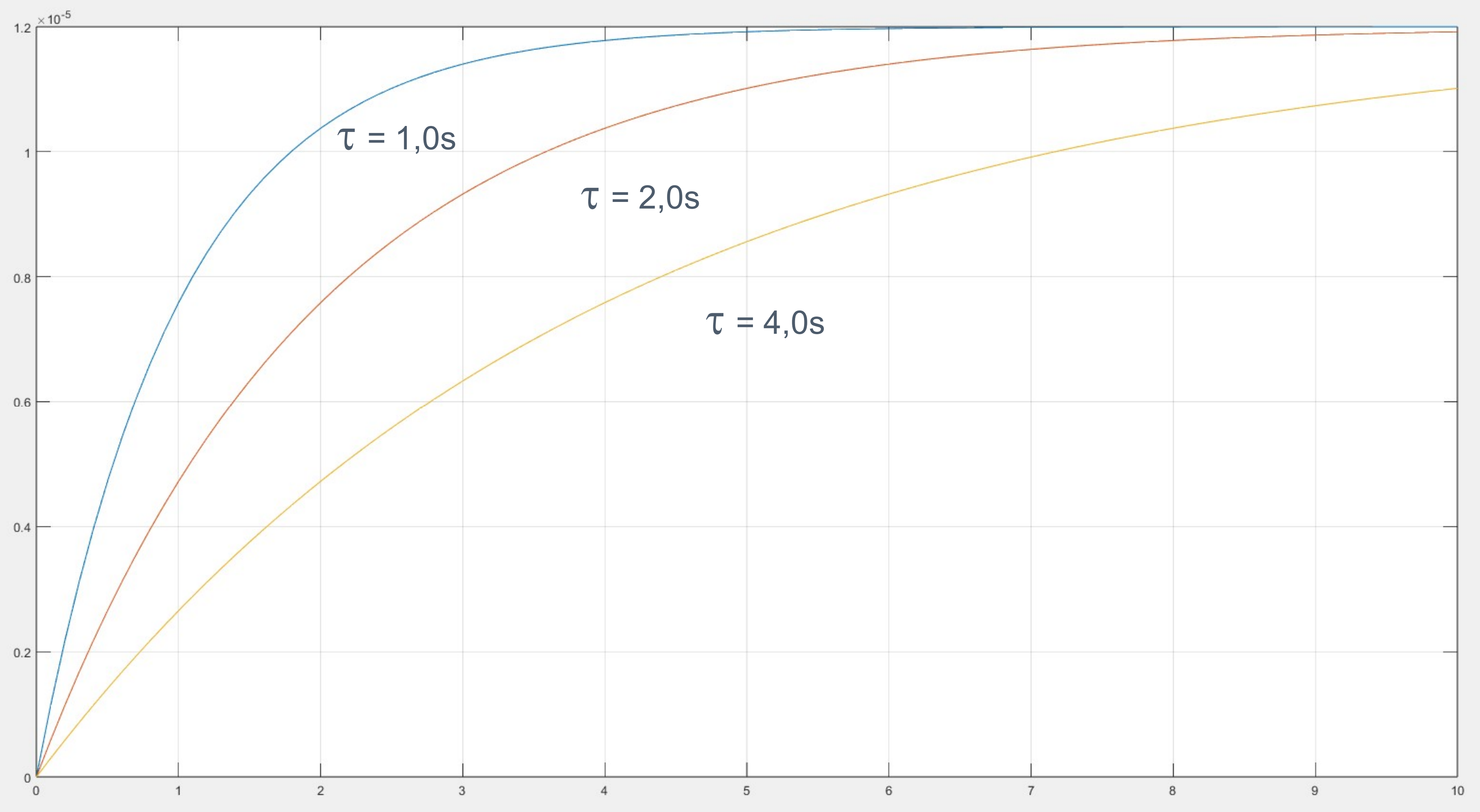
$t = \infty$: $i(\infty) = 0$; $q(\infty) = Q_f = \mathcal{E}R$

En un circuito cuando tengo un capacitor totalmente descargado el mismo se comporta como un cable, mientras que cuando está totalmente cargado actúa como un interruptor abierto.

El término *RC recibe el nombre* de **constante de tiempo o tiempo de relajación** del circuito: $\tau = RC$

En un intervalo de tiempo 2τ la corriente desciende a $i(2\tau) = I_0 e^{-2} = 0{,}135 I_0$;
en 3τ : $i(3\tau) = I_0 e^{-3} = 0{,}0498 I_0$
en 10τ : $i(10\tau) = I_0 e^{-10} = 4{,}54\times10^{-5} I_0$

CIRCUITOS RC – Carga de un capacitor



CIRCUITOS RC – Descarga de un capacitor

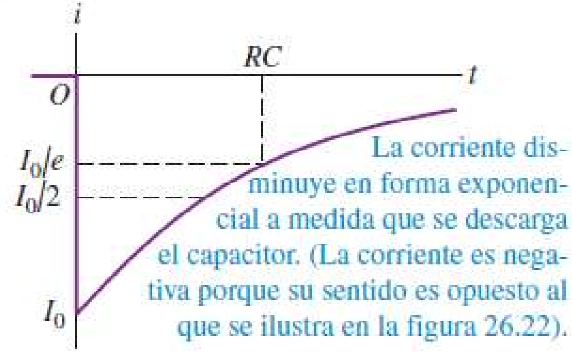
$$0 - iR - \frac{q}{C} = 0 \qquad i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$$

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

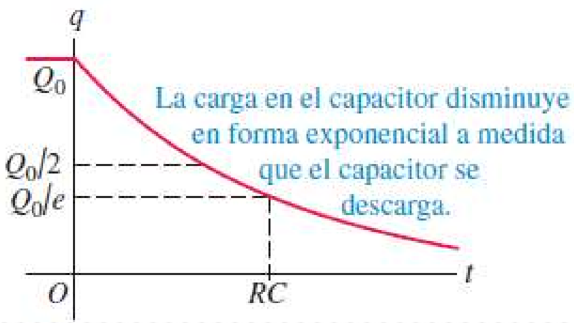
$$i(t) = -\mathrm{I}_0 e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{Q_0}{\mathrm{RC}} e^{-\frac{t}{RC}}$$

t = 0, q =Q_0*,* corriente inicial es $I_0 = -Q_0/RC$.

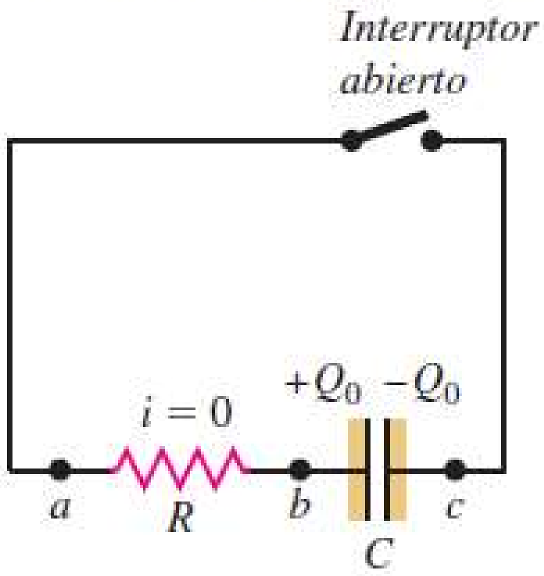
a) Gráfica de la corriente contra el tiempo para un capacitor en descarga



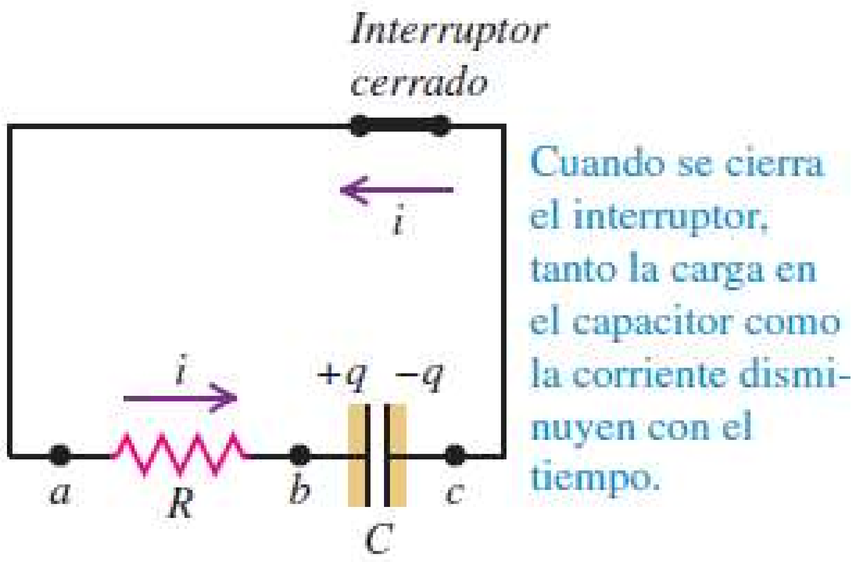
b) Gráfica de la carga del capacitor contra el tiempo para un capacitor en descarga



a) Capacitor inicialmente cargado

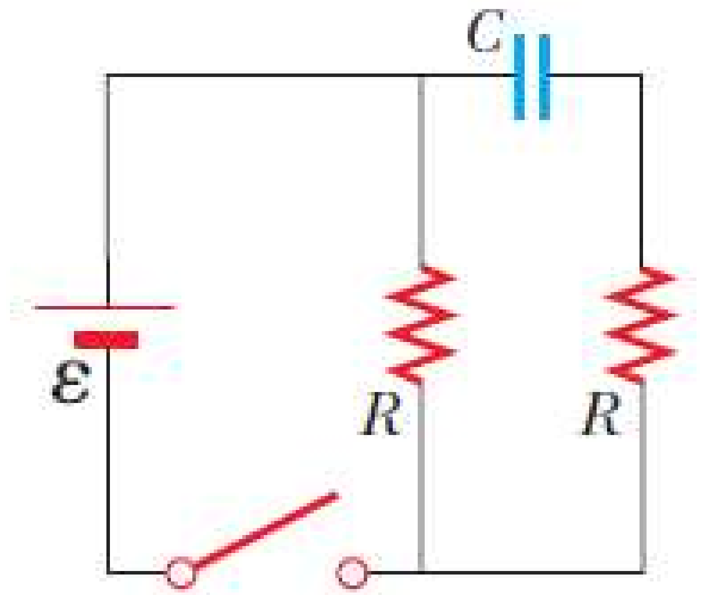


b) Descarga del capacitor



PREGUNTA RÁPIDA (QUICK QUIZ)

Considere el circuito de la figura y suponga que la batería no tiene resistencia interna.



i) **Justo después de cerrar el interruptor, ¿cuál es la corriente** en la batería?

a) 0,

b) $\mathcal{E}/2R$,

c) $2\mathcal{E}/R$,

d) $\mathcal{E}/R$,

e) *imposible de determinar.*

ii) Después de **un tiempo muy largo**, ¿cuál es la corriente en la batería? Elija entre las mismas opciones

i) c) $2\varepsilon/R$

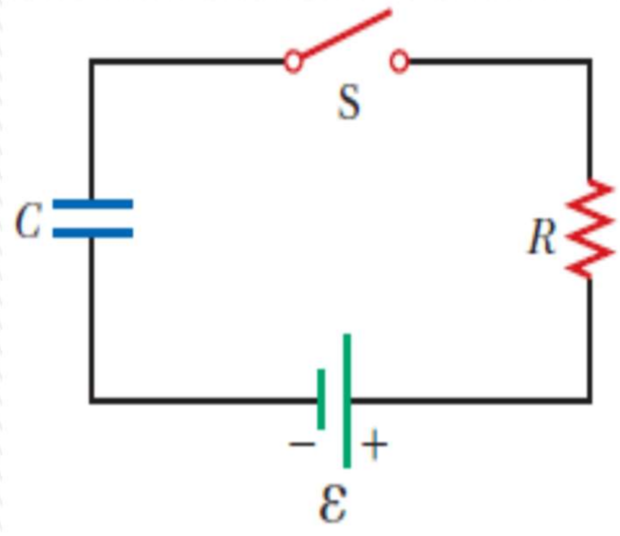
Justo después de que se ha cerrado el interruptor, no existe carga en el capacitor. Mientras el capacitor comienza a cargarse, existe corriente en ambas ramas del circuito, por lo que la mitad derecha del circuito es equivalente a dos resistencias *R en paralelo, es decir, una resistencia equivalente de ½* R.

ii), d) ε/R . Después de mucho tiempo, el capacitor se carga por completo y la corriente en la rama derecha disminuye hasta cero. Ahora la corriente existe sólo en una resistencia *R a través* de la batería

EJEMPLO: ejercicio 2.1.18

Considere el circuito *RC* en serie de la figura en el cual R = 1,00 MΩ, C = 5,00 μF y ε= 30,0 V. Encuentre:

a) la constante de tiempo del circuito;
b) la máxima carga en el capacitor después de que se cierra el interruptor;
c) la carga en el capacitor y la corriente que circula 10,0 s después de cerrar el interruptor,
d) el tiempo que demora en alcanzar el capacitor el 75% de la carga máxima.



a) Constante de tiempc $\tau = RC$ =(1,00×10⁶ Ω) (5,00×10⁻⁶ F) **= 5,00 s**

b) Carga máxima $Q = \varepsilon C$ = (30,0V) (5,00×10⁻⁶ F)= 150×10⁻⁶ C =150 μC

Q = 150 μC

c) Carga como función del tiempo:

$$q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = (150\ \mu C)\left(1 - e^{-\frac{10,0}{5,00}}\right) = 129,70\ \mu C$$

q(t =10,0 s) = 130 μC

Corriente como función del tiempo: $I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{30,0}{1,00 \times 10^6} e^{-\frac{10,0}{5,00}} =$

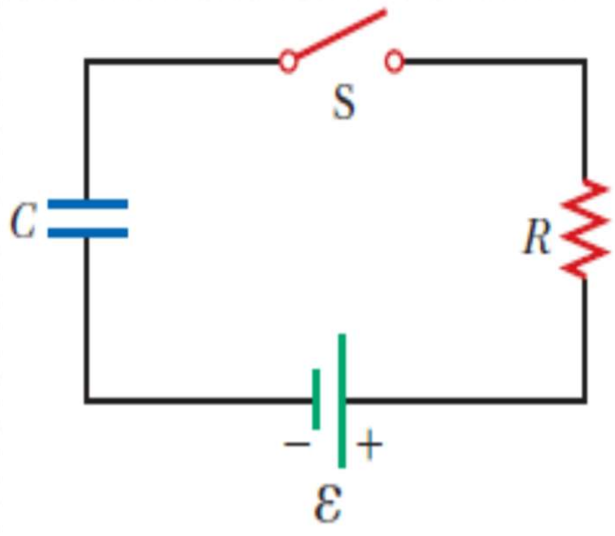
$$= (3,00 \times 10^{-5}) e^{-2} = 4,06\ \mu A$$

***I (t* =10 s)= 15,0 μA**

EJEMPLO: ejercicio 2.1.18

Considere el circuito *RC* en serie de la figura en el cual *R* = 1,00 MΩ, *C* = 5,00 μF y *ε*= 30,0 V. Encuentre:

a) la constante de tiempo del circuito;
b) la máxima carga en el capacitor después de que se cierra el interruptor;
c) la carga en el capacitor y la corriente que circula 10,0 s después de cerrar el interruptor,
d) el tiempo que demora en alcanzar el capacitor el 75% de la carga máxima.



d) Carga como función del tiempo: $q(t) = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$$\frac{3}{4}Q_f = Q_f\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad \frac{3}{4} = \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \qquad \frac{1}{4} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

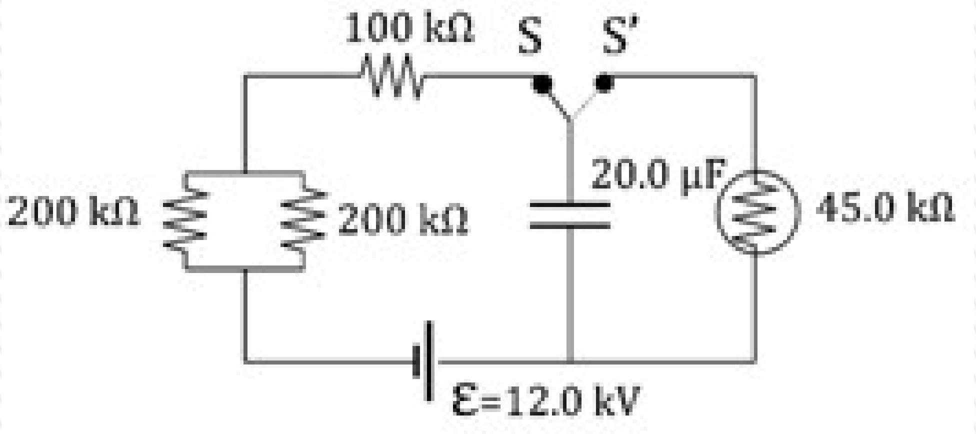
$$\ln\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{t}{RC} \qquad -\ln\left(\frac{1}{4}\right) = \ln\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \ln(4) \qquad \ln(4) = \frac{t}{RC}$$

$$t = -RC\ln\left(\frac{1}{4}\right) = RC\ln(4) = 5{,}00\ln(4) = 6{,}93\ s$$

***t* = 6,93 s**

EJEMPLO: ejercicio 2.1.19- Examen febrero 2023

Considere el circuito de la figura. Inicialmente el interruptor está conectado en la posición S, cerrando la rama izquierda del circuito. Se enciende la batería que provee un voltaje $\mathcal{E} = 12{,}0\ kV$ y se carga el capacitor de capacitancia C = 20,0μF durante t = 8,00s. Luego, se desconecta el interruptor y se conecta a la posición S', cerrando así la rama derecha del circuito. Al cabo de t'= 1,50 s, ¿qué corriente circula por la lamparita de resistencia R = 45,0 kΩ ?



Carga del capacitor en t= 8,00 s $q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-\frac{t}{R_{eq}C}}\right)$

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2+R_3} = 100 + \frac{200 \times 200}{200 + 200} = 200\ k\Omega$$

$$q(t) = \mathcal{E}C\left(1 - e^{-\frac{t}{R_{eq}C}}\right) = (12.000)(20{,}0 \times 10^{-6})\left(1 - e^{-\frac{8{,}00}{(2{,}00\times10^{5})(20{,}0\times10^{-6})}}\right) = 0{,}20752\ C$$

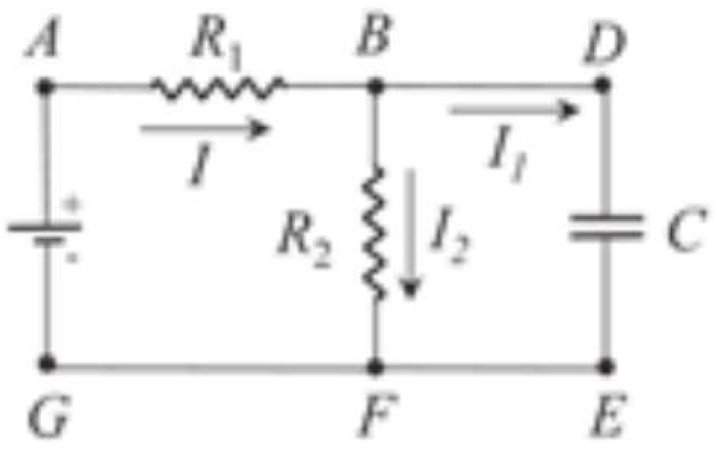
Esta es la carga Q que tiene el capacitor cuando se cambia de posición el interruptor.

La corriente que va a circula por la lamparita de resistencia R en t'= 1,50 s está dada por:

$i(t') = \frac{Q}{RC}e^{-\frac{t'}{RC}} = \frac{0{,}20752}{45000(20\times10^{-6})}e^{-\frac{1{,}50}{(45000)(20\times10^{-6})}} = 0{,}0436$ A

i(t') = 43,6 mA

Carga de un capacitor con pérdidas



Capacitor C se carga a través de una resistencia R_1, pero existe una derivación, debida a la resistencia R_2, a través de la cual circula parte de la intensidad que fluye por el circuito, modelo que se usará para describir la conducción del impulso nervioso en los axones de las neuronas.

Ec. nodo B: $I = I_1 + I_2 = \frac{dq}{dt} + I_2$

Malla GABDEFG: $\mathcal{E} - IR_1 - \frac{q}{C} = 0$

Malla BDEFB: $\frac{q}{C} - I_2 R_2 = 0$

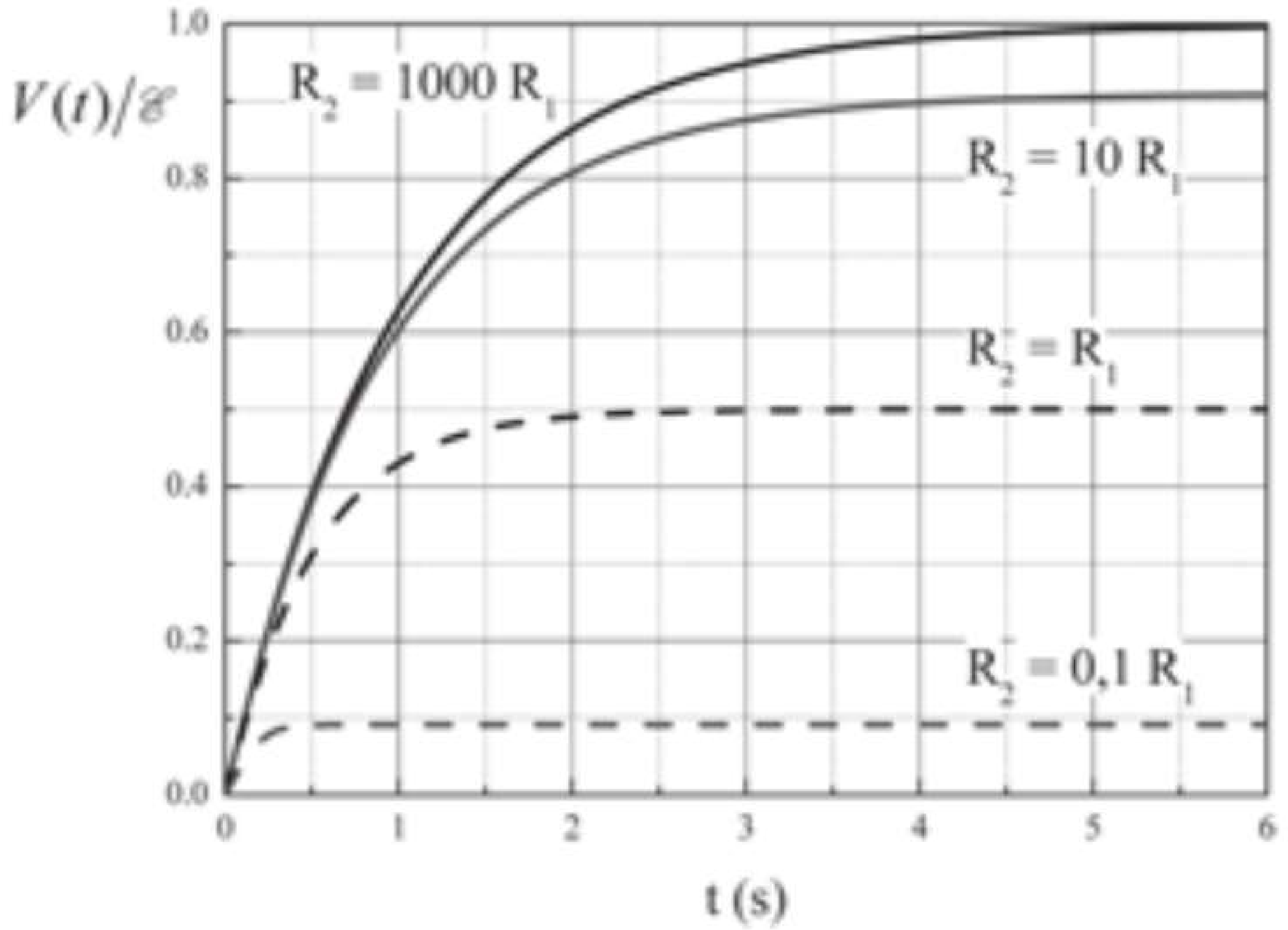
Haciendo sustituciones y reordenando se obtiene la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{dq}{\mathcal{E}C - \left(\frac{R_1}{R_2} - 1\right) q} = \frac{dt}{R_1 C}$$

Haciendo: $R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ se obtiene: $q(t) = \mathcal{E}C\left(\frac{R'}{R_1}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{R'C}}\right)$

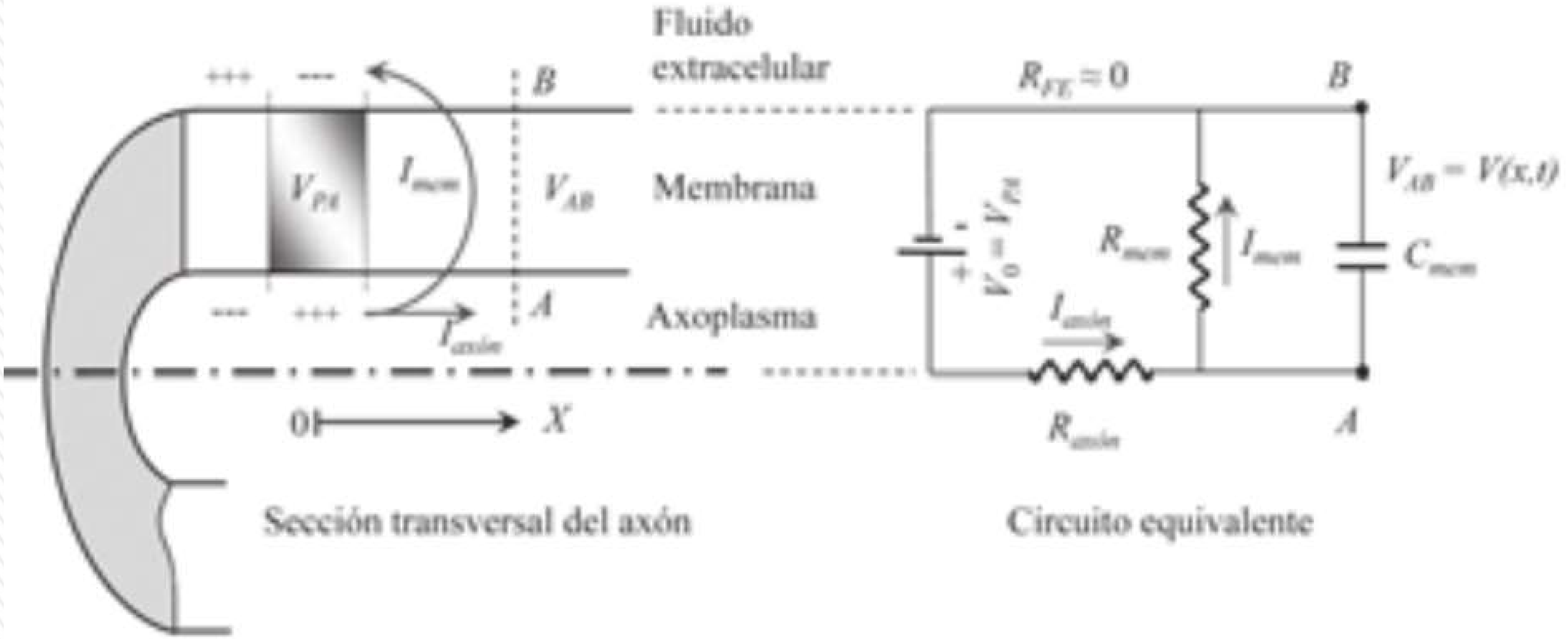
Este resultado se parece al visto para el circuito RC común, con la diferencia en que cambia la constante de tiempo (se vuelve menor), así como los valores finales de carga o potencial que se alcanzan, que también disminuyen.

Carga de un capacitor con pérdidas



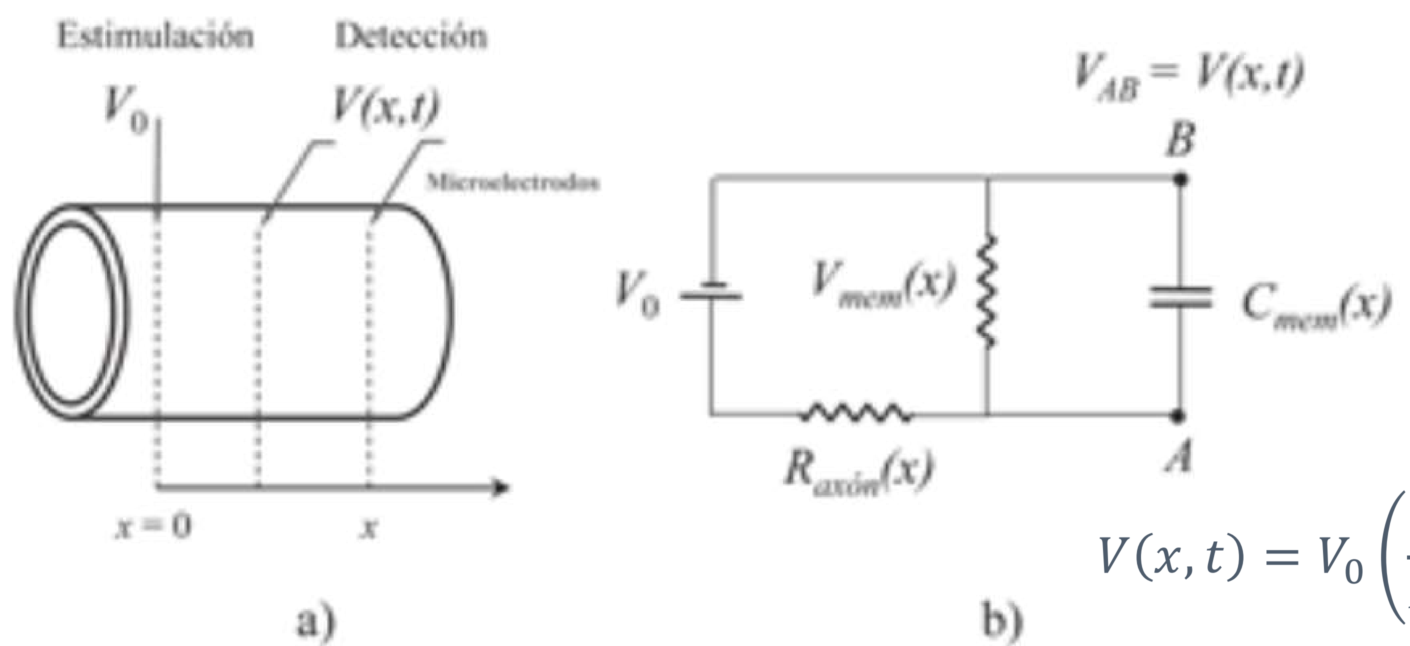
Potencial entre las placas del condensador en función del tiempo, calculado para diferentes valores de la resistencia de pérdidas R_2.

Circuito elemental del axón



Circuito elemental para analizar **conducción electrotónica**_ el potencial de membrana cambia pero atenuándose a medida que aumenta la distancia al punto de excitación. Si en un punto del axón (x = 0) se produce un cambio del potencial de membrana V_{PA} desde el punto de vista eléctrico, como una batería entre cuyos extremos se genera dicha diferencia de potencial. Representa el **potencial electrotónico**, es decir, diferencias respecto al valor del potencial de reposo). En un axón real, la membrana deja escapar corriente y se va despolarizando de forma continua en todos sus puntos, por tanto este circuito equivalente una aproximación en la que se promedia sobre una cierta longitud *x*.

Conducción electrotónica



$$V(x,t) = V_0\left(\frac{R'}{R_1}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{R'C}}\right)$$

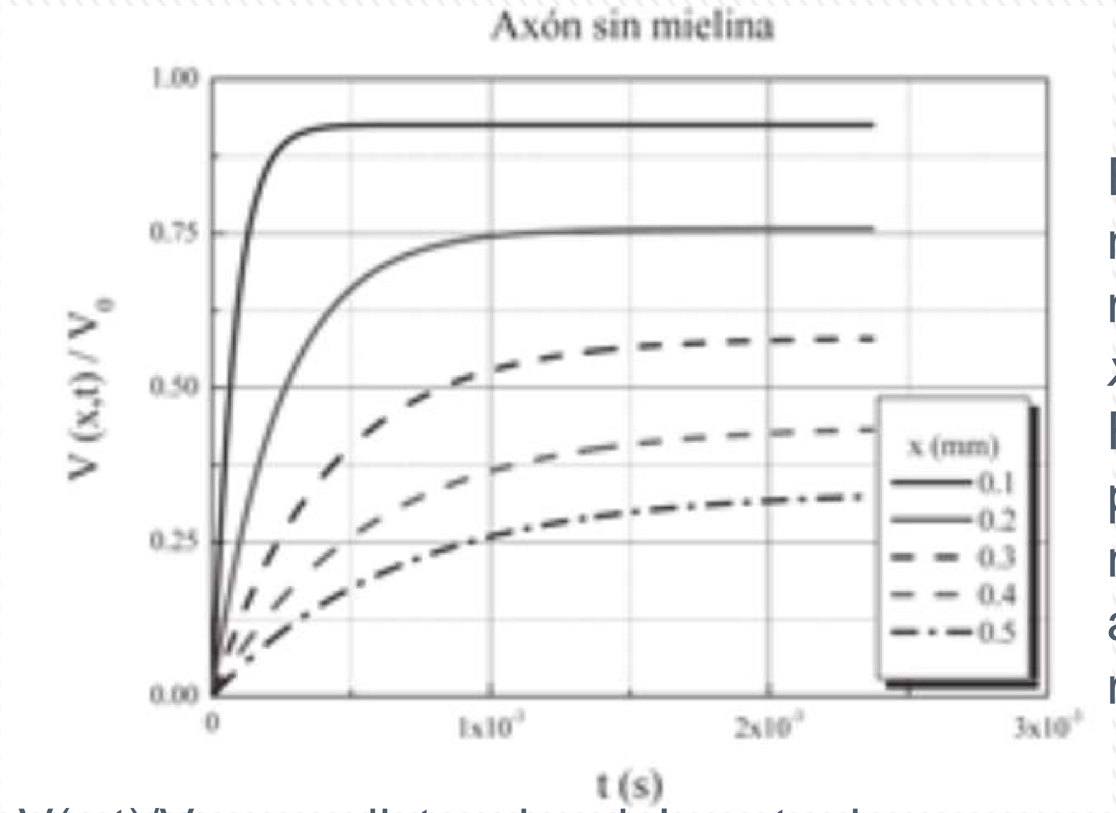
Ignorando respuestas "activas" de la membrana (apertura y/o cierre de canales iónicos sensibles al voltaje) se puede analizar variación del potencial de membrana inducida por una excitación inicial.

El "**potencial electrotónico**" o variación del potencial de membrana respecto a su valor de reposo, conociéndose esta propagación como "**conducción electrotónica**".

La excitación inicial, que puede ser producida de forma natural o mediante la estimulación artificial, provoca el cambio del potencial de membrana en función del tiempo y de la distancia al punto de excitación.

Esto puede ser detectado mediante la inserción de electrodos a diferentes distancias (fig.a) y su descripción puede hacerse utilizando el circuito eléctrico equivalente del axón, expresando sus características eléctricas en función de la longitud del segmento de axón (fig. b).

Conducción electrotónica



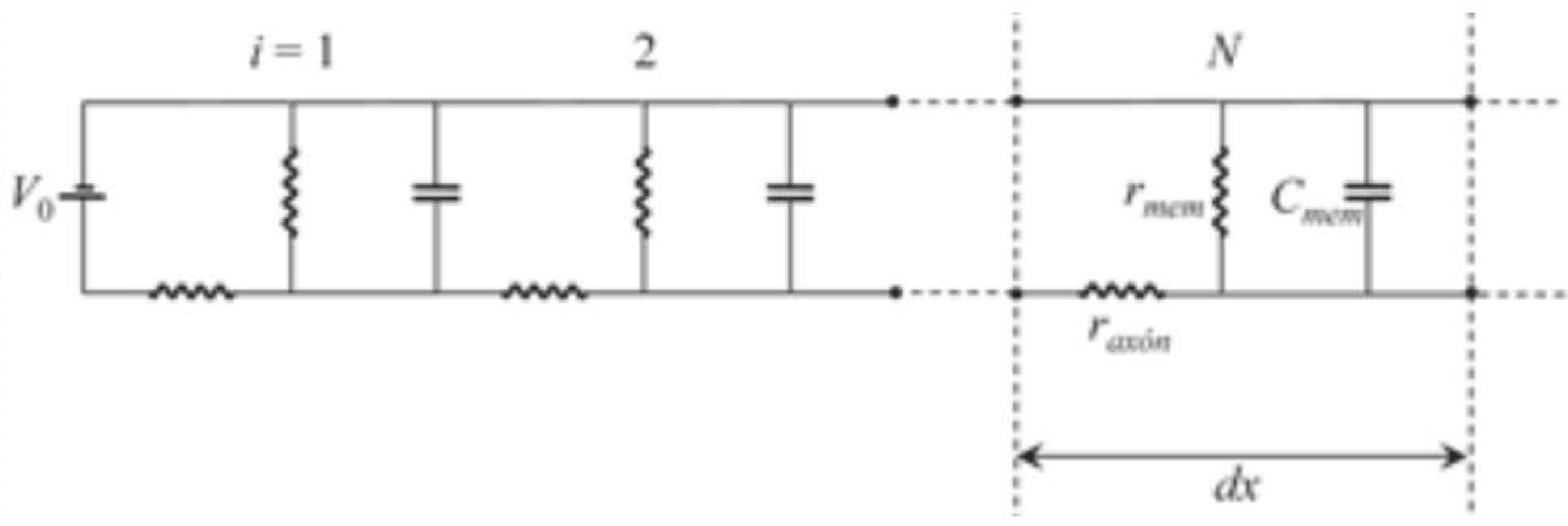
$$V(x,t) = V_0\left(\frac{R'}{R_1}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{R'C}}\right)$$

El $V_{máx}$ que alcanza el potencial de membrana disminuye muy rápidamente al aumentar la distancia *x* al punto de excitación.
Resulta por tanto evidente que no es posible la conducción del impulso nervioso, por medios pasivos, salvo a distancias muy cortas por lo que se requiere la regeneración del impulso.

$V(x,t)/V_0$ para distancias del punto de excitación x = 0,1-0,5 mm, para un axón sin mielina

El tiempo característico de carga de la membrana, depende de la distancia al punto de excitación: crece al aumentar *x*.
La constante de tiempo $\tau =$ **R'C** determina este tiempo, que crece con la distancia x.

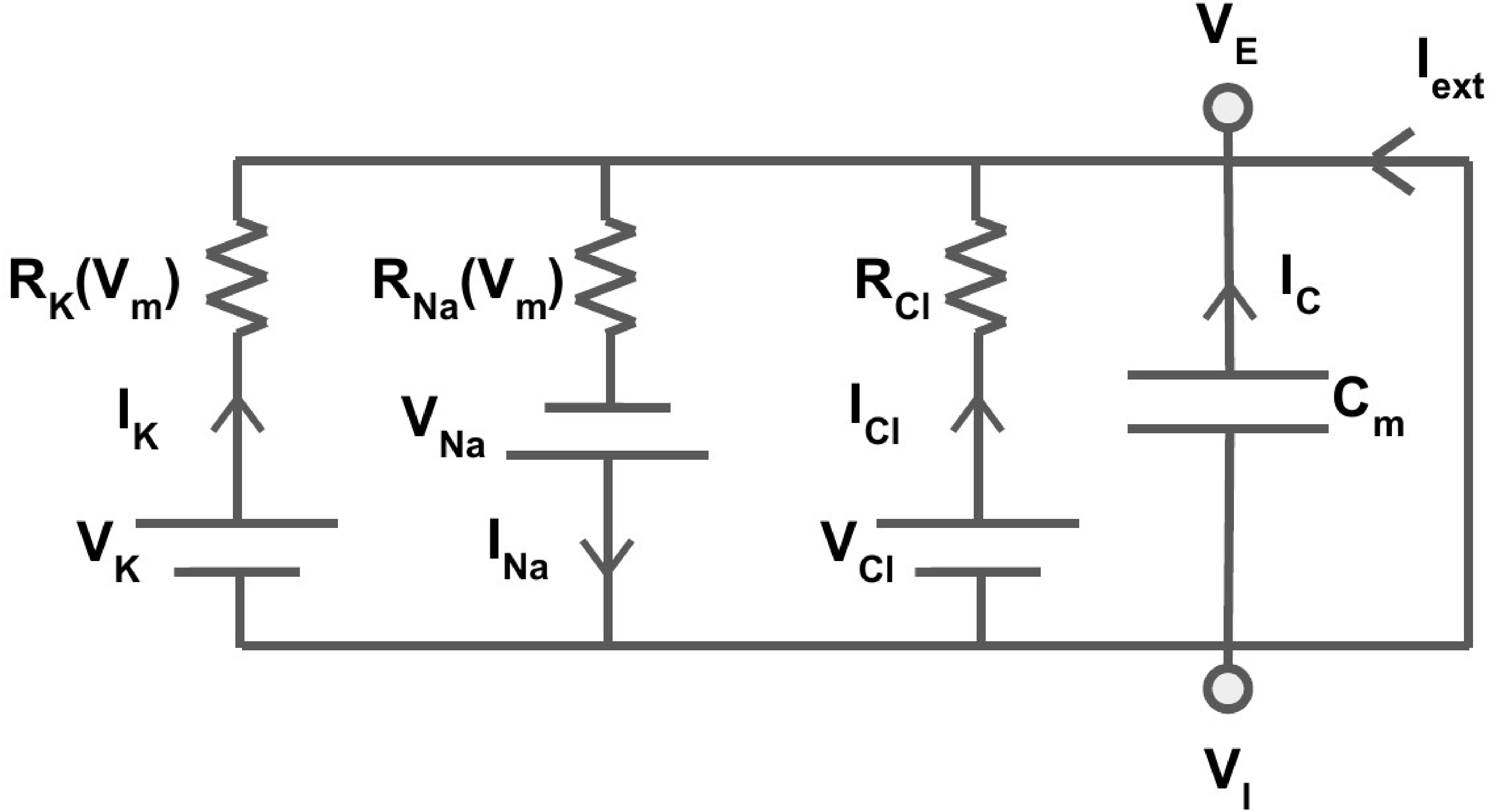
Circuito equivalente de axón – modelo continuo



Una mejor aproximación a la realidad requiere dividir un segmento x en elementos diferenciales, para cada uno de los cuales es válido el circuito equivalente que se muestra. Cada elemento se carga a partir del elemento anterior y las pérdidas a través de la membrana se traducen en que el potencial de carga para cada elemento disminuye, por lo que el potencial máximo alcanzado disminuye con la distancia.
Esto conduce a la denominada ecuación del cable cuya solución es de la forma:

$$V_{máx}(x) = V_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

Circuito eléctrico considerando acciones activas



$$-C_m\, dV/dt = -g_{Na}(V) \times (V - V_{Na}) - g_K(V) \times (V + V_K) - g_{Cl} \times (V + V_{Cl}) - I_{ext}$$

Esta es la ecuación diferencial para hallar V(t)