ANUNCIOS

Quedaron fijadas las fechas definitivas de los parciales
Primer parcial: sábado 11 de octubre hora 14:30.

Primer evaluación corta en forma presencial entre el lunes 8 de setiembre y el viernes 12. Temas: Los correspondientes a toda la Unidad 1.

Hemos publicado listado de estudiantes incriptos habilitados y no habilitados.

A partir del próximo lunes me conectaré media hora antes (a partir de 17:30) por si alguien tiene alguna consulta específica.

EJEMPLO-Ejercicio 1.2.1

En el rectángulo mostrado en la figura, los lados tienen una longitud de a = 5,0 cm y l = 15 cm, q_1 = - 5,0 μC y q_2 = +2,0 μC.
a) ¿Cuánto trabajo externo se requiere para mover a una tercera carga q_3 = +3,0 μC desde B hasta A a lo largo de una diagonal del rectángulo?
b) En este proceso, ¿se convierte el trabajo externo en energía potencial electrostática o viceversa?

El trabajo que debe realizar un agente externo es igual y opuesto al que realiza el campo eléctrico:

$$W_{A\to B}^{campo\ E} = -W_{A\to B}^{Ext.} = W_{B\to A}^{Ext.}$$

Por lo tanto:

$$W_{B\to A}^{Ext.} = U_A - U_B = q_3(V_A - V_B)$$

$$V_A = k_E\frac{q_1}{l} + k_E\frac{q_2}{a} = k_E\left(\frac{q_1}{l} + \frac{q_2}{a}\right)$$

$$V_A = (8,988\times 10^9)\left(\frac{-5,00\times 10^{-6}}{0,150} + \frac{2,00\times 10^{-6}}{0,0500}\right) =$$ **59.920 V**

EJEMPLO-Ejercicio 1.2.1

En el rectángulo mostrado en la figura, los lados tienen una longitud de a = 5,0 cm y l = 15 cm, q_1 = - 5,0 μC y q_2 = +2,0 μC.

a) ¿Cuánto trabajo externo se requiere para mover a una tercera carga q_3 = +3,0 μC desde B hasta A a lo largo de una diagonal del rectángulo?

b) En este proceso, ¿se convierte el trabajo externo en energía potencial electrostática o viceversa?

$$V_B = k_E \frac{q_1}{a} + k_E \frac{q_2}{l} = k_E \left(\frac{q_1}{a} + \frac{q_2}{l} \right)$$

$$V_B = (8,988 \times 10^9) \left(\frac{-5,00 \times 10^{-6}}{0,0500} + \frac{2,00 \times 10^{-6}}{0,150} \right)$$ -778.960 V

$$W_{B \to A}^{Ext.} = q_3 (V_A - V_B) = (3,00 \times 10^{-6})(59920 - (-778960) = 2,5166\, J$$

$$W_{B \to A}^{Ext.} = 2,52\, J$$

b) El agente externo realiza trabajo positivo, llevando una carga positiva q_3 desde un punto de menor potencial a otro de mayor potencial, por tanto se convierte trabajo en energía potencial

3-CAPACITANCIA Y DIELÉCTRICOS

Cuando un paciente recibe una descarga eléctrica desde un desfibrilador, La energía liberada incialmente proviene de un capacitor

Pieter van Musschenbroek
(1692-1761)
Inventor de la “Botella de Leyden” primer capacitor

CAPACITORES Y CAPACITANCIA

Dos conductores (placas) separados por un aislante (o vacío) constituyen un **capacitor**.

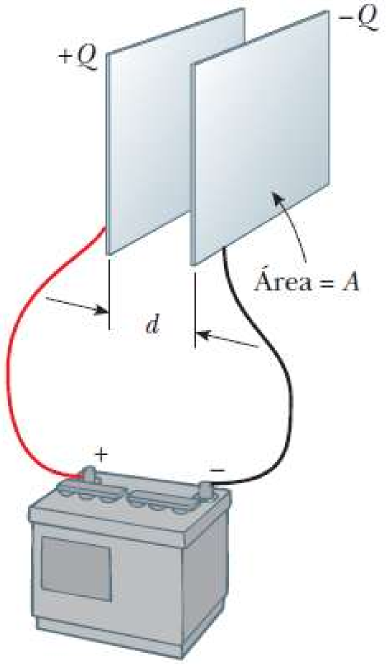
Los conductores llevan carga de igual magnitud y signo opuesto y por tanto existe una diferencia de potencial ΔV *entre ellos.*

Capacitancia o capacidad *C* *de un capacitor o condensador: cociente entre la magnitud de* la carga en cualquiera de los conductores y la magnitud de la diferencia de potencial entre dichos conductores:

$$C \equiv \frac{Q}{V}$$

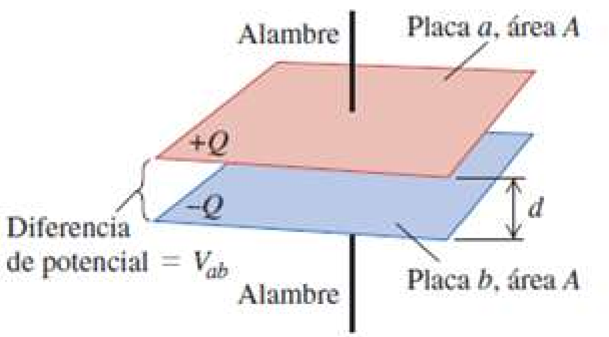
Si bien la carga total (neta) en el capacitor es cero, se habla de la magnitud de carga de cualquiera de los conductores como "**carga del capacitor**".

La *capacitancia siempre es una cantidad positiva.*
La carga Q y la diferencia de potencial *V siempre se expresan como cantidades* positivas.

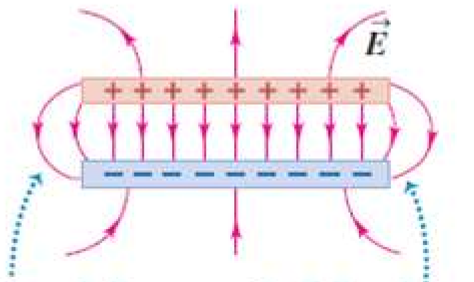


Unidades del SI: se expresa en coulombs por cada volt, **farad (F)**, nombre puesto en honor de Michael Faraday: 1F = 1 C/V

CAPACITORES Y CAPACITANCIA



Capacitor de placas paralelas: dos placas conductoras paralelas, cada una con una superficie *A,* separadas una distancia *d.*
Cuando se carga el capacitor al conectar las placas a las terminales de una batería, las placas adquieren cargas de igual magnitud. Una de las placas tiene carga positiva y la otra carga negativa.



Cuando la separación de las placas es pequeña en comparación con su tamaño, el campo eléctrico de los bordes es despreciable.

Si las placas están muy juntas (en comparación con su longitud y ancho), se puede suponer que el campo eléctrico es uniforme entre las placas y cero en cualquier otra parte.

La capacitancia de un capacitor de placas paralelas es proporcional al área de sus placas e inversamente proporcional a la separación de las placas.

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

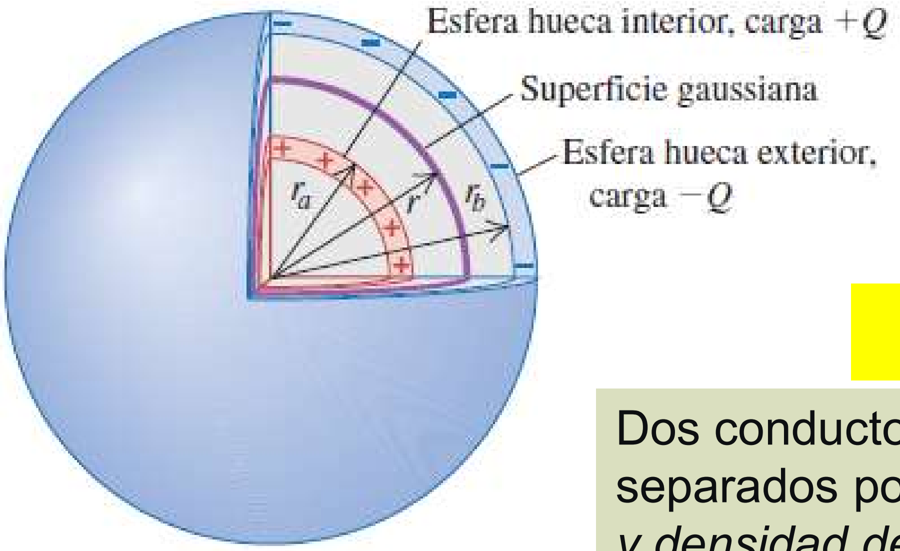
$\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}$ F/m $= 8{,}85\times10^{-12}$ $C^2/(N.m^2)$

La capacitancia depende sólo de la geometría del capacitor y del material entre las placas.

CAPACITORES Y CAPACITANCIA

Capacitor esférico

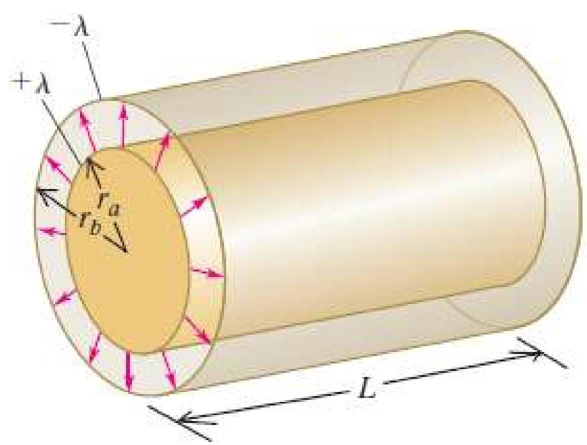
Dos esferas huecas conductoras y concéntricas separadas por vacío. La esfera hueca interior tiene una carga total +Q *y* radio exterior r_a, *y la esfera hueca exterior tiene carga -Q y radio interior* r_b.



$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a}$$

Capacitor cilíndrico

Dos conductores cilíndricos coaxiales y largos separados por vacío. El cilindro interior tiene un radio r_a *y densidad de* carga lineal +λ. El cilindro exterior tiene un radio interior r_b *y densidad* de carga lineal - λ.



$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}$$

1) PREGUNTA RÁPIDA (QUICK QUIZ)

Un capacitor almacena una carga Q *con una diferencia de potencial V.* ¿Qué pasa si el voltaje que suministra una batería al capacitor se duplica a $2V$?

a) La capacitancia disminuye hasta la mitad de su valor inicial y la carga se mantiene igual.

b) Tanto la capacitancia como la carga disminuyen hasta la mitad de sus valores iniciales.

c) Tanto la capacitancia como la carga se duplican.

d) La capacitancia permanece igual pero la carga se duplica.

Respuesta: d) La capacitancia permanece igual pero la carga se duplica.

La capacitancia es una propiedad del sistema físico y no se modifica con el voltaje aplicado. Según la ecuación $C=Q/V$, si se duplica el voltaje, se duplica la carga.

EJEMPLO- Ejercicio 1.2.5

Un condensador de placas paralelas separadas 1,80 mm, está sometido a una diferencia de potencial de 20,0 V. Calcular:

a) El campo eléctrico entre las placas.

b) La densidad superficial de carga.

c) La capacidad del condensador, si cada una de las placas tiene 400 cm^2 de superficie.

Nota: A efectos del cálculo puede hacerse la aproximación usual de placas infinitas

Desprecio los efectos de borde, por lo que el campo E es uniforme, entonces se cumple que:

$$\Delta V = Ed \;\rightarrow E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{20}{1{,}8 \times 10^{-3}} = 1{,}1 \times 10^4 \; V/m$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \sigma = \varepsilon_0 E = (8{,}85 \times 10^{-12})(1{,}1 \times 10^4) = 9{,}8 \times 10^{-8} \; C/m^2$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{\Delta V} = \frac{9{,}833 \times 10^{-8}(4{,}00 \times 10^{-2})}{20{,}0} = 1{,}967 \times 10^{-10} F$$

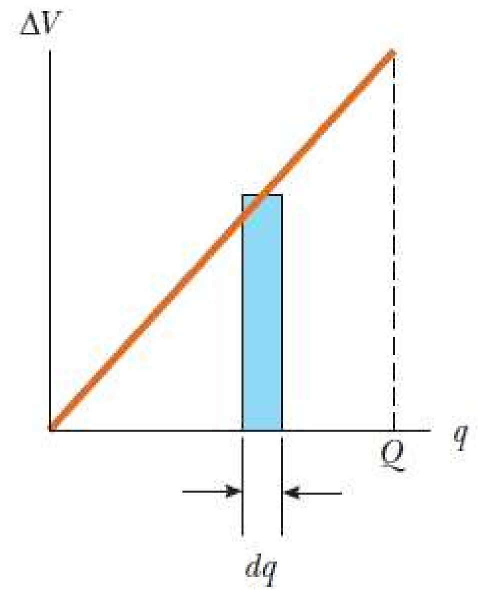
C=2,0 ×10^{-10} F

Almacenamiento de energía en capacitores y energía de campo eléctrico

Energía potencial eléctrica almacenada en un capacitor cargado: exactamente igual a la cantidad de trabajo requerido para cargarlo, es decir, para separar cargas opuestas y colocarlas en conductores diferentes.
Cuando el capacitor se descarga, esta energía almacenada se recupera en forma de trabajo realizado por las fuerzas eléctricas.
Si : Q carga final, *V diferencia de potencial final , q y v carga y diferencia de potencial en etapa intermedia* del proceso de carga; entonces: *v = q/C.*

El trabajo dW requerido para transferir un elemento adicional de carga *dq es*

$$dW = v\,dq = \frac{q}{C}dq \qquad W = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{Q^2}{2C}$$



Definiendo la energía potencial de un capacitor *sin carga como cero, entonces W* es igual a la energía potencial *U del capacitor con carga:*

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

Energía de campo eléctrico

Se puede considerar la energía almacenada *en el campo,* entre las placas.

La ***densidad de energía (u)*** es lanergía *por unidad de volumen en el espacio entre las placas paralelas del capacitor.*

Como la energía potencial almacenada es U= ½*CV*² y el volumen entre las placas es *Ad; la densidad de energía vale:*

$$u = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{A.d} = \left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right)\frac{V^2}{2Ad} = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{V}{d}\right)^2$$

Como modelamos que **E** entre las placas del capacitor es uniforme, entonces la diferencia de potencial entre las placas se puede expresar como: V= E.d, lo que lleva a que: E=V/d

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Esta relación es válida para cualquier capacitor con vacío y también *para cualquier configuración de campo eléctrico en el vacío.*

La densidad de energía en cualquier campo eléctrico en un punto dado es proporcional al cuadrado de la magnitud del campo eléctrico.

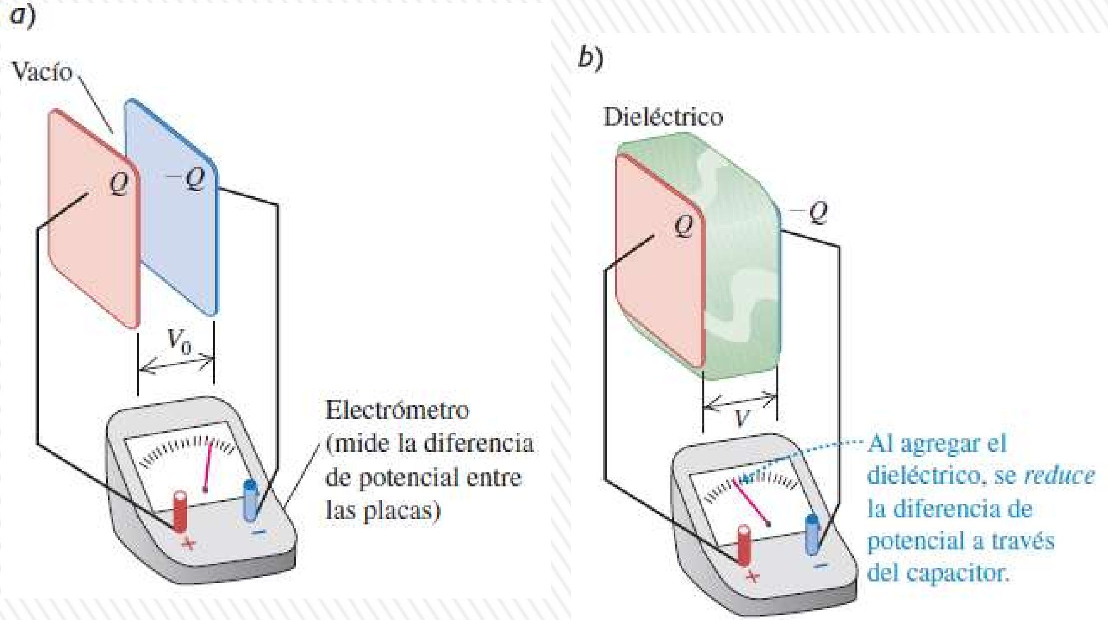
CAPACITORES CON MATERIAL DIELÉCTRICO

La mayoría de los capacitores tienen un material **dieléctrico** entre sus placas conductoras, el cual cumple tres funciones:

1) Mantiene una separación muy pequeña entre las placas sin que hagan contacto.

2) Como el diélectrico tiene mayor capacidad de tolerar campos eléctricos intensos sin experimentar una ionización que provoca la conducción a través de él (**rigidez dieléctrica**) permite incrementar el ΔV entre las placas del capacitor, por lo que puede *almacenar cantidades más grandes de carga y energía.*

3) **Aumenta la capacitancia del capacitor.** *Cuando se inserta una lámina de material dieléctrico,*los experimentos indican que la diferencia de potencial *disminuye a un valor $V < V_0$, voltaje con el que se cargó inicialmente el capacitor cuando no había dieléctrico.*



CAPACITORES CON MATERIAL DIELÉCTRICO

La capacitancia original C_0 *está dada por* $C_0 = Q/V_0$*, y la capacitancia* C *con el* dieléctrico presente es $C = Q/V$.
La carga Q es la misma en ambos casos.

$$\kappa = \frac{C}{C_0}$$

κ se llama **constante dieléctrica** del material (que varía de un material a otro)

La constante dieléctrica κ *es solo un número mayor que la unidad.*
Para el vacío, $\kappa = 1$*, por definición.*
Para el aire a temperaturas y presiones ordinarias, $\kappa \cong 1{,}0006$*;*
valor tan cercano a 1 que para fines prácticos, un capacitor con aire es equivalente a uno con vacío.

Capacitor de placas planas paralelas con dieléctrico:

$$C = \kappa \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

La capacitancia *aumenta en un factor κ cuando el material dieléctrico llena por* completo la región entre placas.

Ruptura del dieléctrico

Para cualquier separación *d conocida, el voltaje máximo* que puede aplicarse a un capacitor sin causar una descarga depende de la **resistencia o rigidez dieléctrica (campo eléctrico máximo) del dieléctrico.**

Si la magnitud del campo eléctrico en el dieléctrico excede la resistencia dieléctrica, las propiedades aislantes fallan, y el dieléctrico empieza a conducir.

Si un dieléctrico se somete a un campo eléctrico suficientemente intenso, tiene lugar la *ruptura del dieléctrico y entonces el dieléctrico se* convierte en conductor.

Debido a esto los capacitores siempre tienen voltajes máximos nominales.

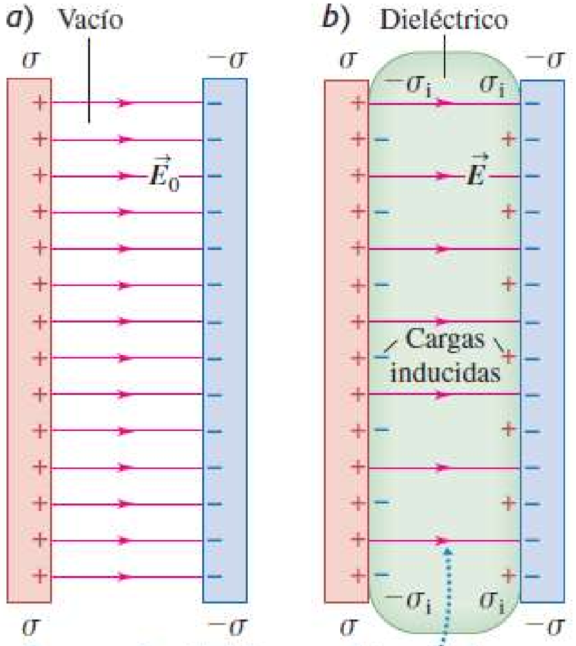
La rigidez dieléctrica varía con la temperatura, impurezas, pequeñas irregularidades en los electrodos metálicos. y otros factores que son difíciles de controlar.

La rigidez dieléctrica del aire seco es de alrededor de $3x10^6$ V/m.

CARGA INDUCIDA Y POLARIZACIÓN

Al insertarse un dieléctrico entre las placas del capacitor, la carga se mantiene constante y la ΔV entre ellas disminuye en un factor κ.
Por tanto, el campo eléctrico entre las placas disminuye en el mismo factor; si E_0 *es el valor con vacío y* *E es el valor con dieléctrico, entonces:*

$$E = \frac{E_0}{\kappa}$$



Para una densidad de carga determinada σ, las cargas inducidas en las superficies del dieléctrico reducen el campo eléctrico entre las placas.

Como $E < E_0$, la densidad de carga superficial (que crea el campo) también debe ser menor.
La carga superficial en las placas conductoras no cambia, pero en cada superficie del dieléctrico **aparece una carga *inducida de signo contrario.***

Originalmente, el dieléctrico era neutro y todavía lo es; las cargas superficiales inducidas surgen como resultado de la *redistribución de la carga positiva y negativa dentro del material* dieléctrico; este fenómeno se llama **polarización.**

Si σ_i es la **densidad de carga superficial inducida** y **σ** la **densidad de carga superficial en las placas del capacitor**, se cumple que:

$$\sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

CARGA INDUCIDA Y POLARIZACIÓN

$$\sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)$$

Si κ *es muy grande,* σ_i *casi es tan grande como* σ, *y* σ_i casi anula a σ, y el campo y la diferencia de potencial son mucho menores que sus valores en el vacío.

Se llama **permitividad del dieléctrico ε** a: $\varepsilon = \kappa\varepsilon_0$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$C = \kappa C_0 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} = \varepsilon \frac{A}{d}$$

Densidad de energía *u* en un **campo eléctrico** para el caso en que hay un **dieléctrico** vale:

$$u = \frac{1}{2}\kappa\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

EJEMPLO-Ejercicio 1.2.04

Un condensador está formado por dos hojas metálicas, cada una de ellas de 1,0 m^2 de superficie, separadas por un papel de 0,050 mm de espesor. ¿Cuánto vale su capacidad?

Datos: A= 1,0 m^2 d= 0,050 mm = $5,0\times10^{-5}$ m $\varepsilon_0=8,85\times10^{-12}$ F/m
para el papel: κ = *3,5*

Si no tuviera papel, el el vacío la capacitancia valdría:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{(8,85\times10^{-12}F/m)(1,00\,m^2)}{(5,00\times10^{-5}\,m)} = 1,77\times10^{-7}\ F$$

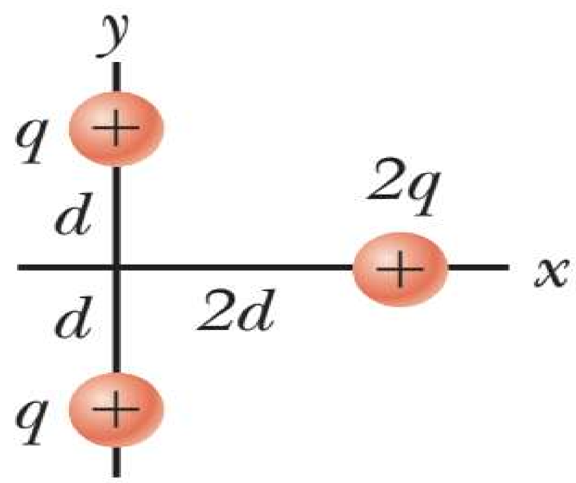
Con el dieléctrico entre las placas la capacitancia aumenta enun factor a κ

$C=\kappa\, C_0 = 3,5\times1,77\times10^{-7} = 6,195\times10^{-7}$ F

C = 0,62 μF

EJEMPLO-Ejercicio 1.2.16

1.2.16- Examen Febrero 2022 (ampliado)- Dos cargas positivas cada una de carga q = *2,00 μC* se fijan en el eje *y*, una en *y* = *d* = 5,00 cm y la otra en *y* = -*d* como se muestra en la figura. Una tercera carga positiva 2*q*, de masa *m* = *5,00 g,* se encuentra en el eje *x* en *x* = 2*d* que se libera desde el reposo.



a) Antes de liberar la carga *2q*, ¿cuánto vale el campo y el potencial eléctrico en el origen?

b) ¿Qué aceleración tiene inicialmente la carga *2q* cuando se libera?

c) Encuentre la velocidad de la carga 2*q* después de que se ha movido infinitamente lejos de las otras cargas.

a) Por simetría los campos eléctricos que crean las cargas +*q* en el origen se cancelan entre sí, entonces el campo eléctrico se debe sólo a la carga +*2q:*

$$E = k_E \frac{2q}{(2d)^2} = k_E \frac{q}{2d^2} = (8{,}988 \times 10^9)\frac{(2{,}00\times10^{-6})}{2\times0{,}0500^2} = 3{,}5952\times10^7 \text{ N/C}$$

$$\overline{E} = -3{,}60 \times 10^7 \frac{N}{C}\ \hat{\imath}$$

El potencial eléctrico en el origen vale:

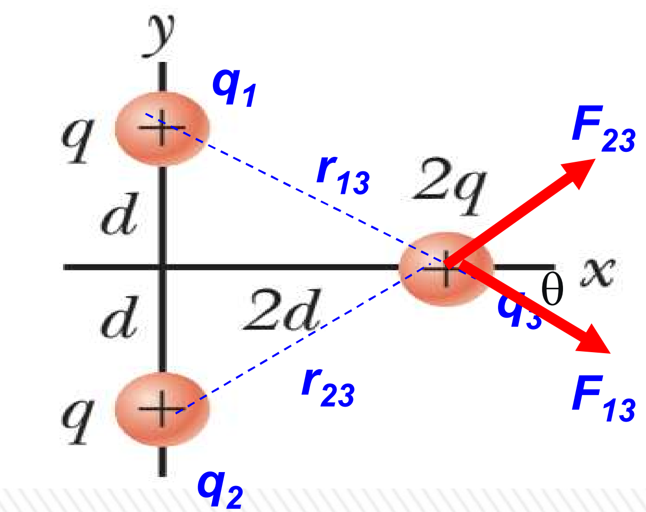
$$V = 2k_E\frac{q}{d} + k_E\frac{2q}{2d} = 3k_E\frac{q}{d} = 3(8{,}988\times10^9)\frac{(2{,}00\times10^{-6})}{0{,}0500} = 1{,}0786\times10^6\ V$$

V = 1,08×10⁶ V

EJEMPLO-Ejercicio 1.2.16

b) ¿Qué aceleración tiene inicialmente la carga *2q* cuando se libera?

Entonces debo calcular la fuerza neta que ejercen q_1 y q_2 sobre q_3.



$$F_{13} = k_E \frac{q(2q)}{r_{13}^2} = 2k_E \frac{q^2}{(d^2 + (2d)^2)} = 2k_E \frac{q^2}{5d^2}$$

$$F_{13} = 2k_E \frac{q^2}{5d^2} = 5{,}752\ N$$

Se verifica que $F_{13} = F_{23}$; además las componentes según y se cancelan entre sí, y sólo sobreviven las componentes según x, por tanto:

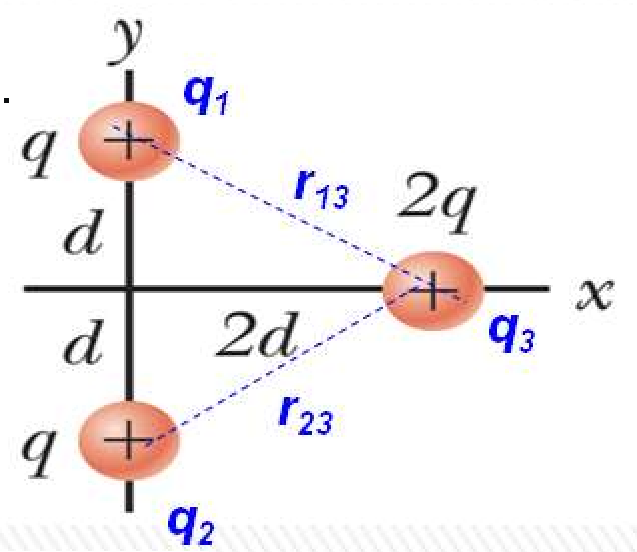
$$F = 2F_{13}\cos\theta = 2\left(2k_E \frac{q^2}{5d^2}\right)\frac{2d}{\sqrt{5}\,d} = 2\left(2(8{,}988\times 10^9)\frac{(2{,}00\times 10^{-6})^2}{5(0{,}0500)^2}\right)\frac{2}{\sqrt{5}} = \quad 10.290\ N$$

$$a = \frac{F_N}{m} = \frac{10{,}290}{0{,}00500} = 2058{,}0\ m/s^2$$

$a = 2{,}06\times 10^3\ m/s^2$

EJEMPLO-Ejercicio 1.2.16

c) Encuentre la velocidad de la carga $2q$ después de que se ha movido infinitamente lejos de las otras cargas.



Cuando la carga 2q está infinitamente alejada, su energía potencial eléctrica es nula, y sólo tiene energía cinética. Inicialmente, cuando comienza a acelerarse desde el reposo, sólo tiene energía potencial eléctrica.

$$U_I = K_F = \frac{1}{2}mv^2$$

$$U_I = q_3V_1 + q_3V_2 = q_3k_E\frac{q_1}{r_{13}} + q_3k_E\frac{q_2}{r_{23}} = 2k_E\frac{q_1q_3}{r_{13}} = 2k_E\frac{q}{\sqrt{5}\,d}2q$$

$$U = 2k_E\frac{q}{\sqrt{5}\,d}2q = \frac{4}{\sqrt{5}}k_E\frac{q^2}{d} = \frac{4}{\sqrt{5}}(8{,}988\times10^9)\frac{(2{,}00\times10^{-6})^2}{(0{,}0500)} = 1{,}28626\ J$$

$$v = \sqrt{\frac{2U}{m}} = \sqrt{\frac{2(1{,}28626)}{0{,}00500}} = 22{,}68\ m/s$$

v = 22,7 m/s