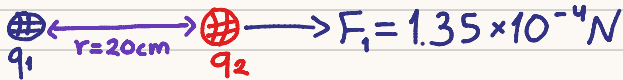


Practico 1:1.1.10:

Originalmente tenemos,



$$q_1 \xleftarrow{r=20\text{cm}} q_2 \xrightarrow{F_1 = 1.35 \times 10^{-4} \text{ N}}$$

La fuerza eléctrica viene dada por,

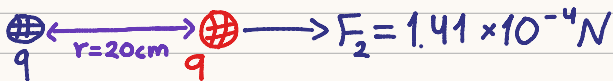
$$F_1 = \frac{k_E q_1 q_2}{r^2}$$

Luego, las bolas se tocan y las cargas se reacomodan de forma que ambas bolas tengan igual carga.



$$q = q_2 - \delta q = q_1 + \delta q$$

Las bolas vuelven a separarse a 20cm y sienten una fuerza de repulsión F_2 .



$$q \xleftarrow{r=20\text{cm}} q \xrightarrow{F_2 = 1.41 \times 10^{-4} \text{ N}}$$

Tenemos un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} F_1 = \frac{k_E q_1 q_2}{r^2} & (1) \\ F_2 = \frac{k_E q^2}{r^2} & (2) \\ q = q_1 + \delta q = q_2 - \delta q & (3) \end{cases}$$

Reemplazo (3) en (2):

$$F_2 = \frac{k_E (q_1 + \delta q)^2}{r^2} = \frac{k_E q_1^2}{r^2} + \frac{k_E \delta q^2}{r^2} + \frac{2 k_E q_1 \delta q}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{k_E q_1^2}{r^2} + \frac{k_E \delta q^2}{r^2} + \frac{2 k_E q_1 \delta q}{r^2} \quad (4)$$

De (3) puedo despejar q_2 ,

$$q_2 - \delta q = q_1 + \delta q \Rightarrow q_2 = q_1 + 2\delta q$$

, y reemplazarla en (1),

$$F_1 = \frac{K_E q_1 (q_1 + 2\delta q)}{r^2} = \frac{K_E q_1^2}{r^2} + \frac{2K_E q_1 \delta q}{r^2}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{K_E q_1^2}{r^2} + \frac{2K_E q_1 \delta q}{r^2} \quad (5)$$

Si resto (4) y (5),

$$F_2 - F_1 = \frac{K_E q_1^2}{r^2} + \frac{K_E \delta q^2}{r^2} + \frac{2K_E q_1 \delta q}{r^2} - \left[\frac{K_E q_1^2}{r^2} + \frac{2K_E q_1 \delta q}{r^2} \right]$$

$$\Rightarrow F_2 - F_1 = \frac{K_E \delta q^2}{r^2} \Rightarrow \delta q = \sqrt{\frac{r^2 (F_2 - F_1)}{K_E}} = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$$

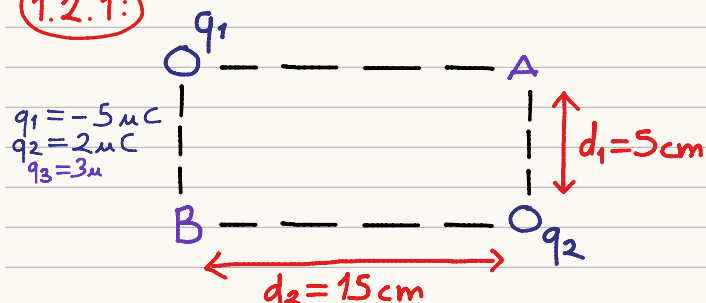
Vuelvo a (2) y uso (3),

$$F_2 = \frac{K_E (q_1 + \delta q)^2}{r^2} \Rightarrow q_1 + \delta q = \sqrt{\frac{r^2 F_2}{K_E}} \Rightarrow q_1 = \sqrt{\frac{r^2 F_2}{K_E}} - \delta q \approx 20 \times 10^{-9} \text{ C}$$

Por último,

$$q_2 = q_1 + 2\delta q = 30 \times 10^{-9} \text{ C}$$

1.2.1:



①

Vamos a usar la energía potencial eléctrica U y su relación con el trabajo. Si una carga q tiene una energía potencial U_1 en el

punto 1 y una energía U_2 en el punto 2, entonces el trabajo necesario para llevar a q de 1 a 2 es,

$$W_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{1 \rightarrow 2} = U_2 - U_1$$

Para una carga q_3 a una distancia r_{13} de la carga q_1 y una distancia r_{23} de la carga q_2 es,

$$U = K_E q \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right)$$

Originalmente q_3 está en B, o sea que $r_{13} = d_1$ y $r_{23} = d_2$.

$$U_B = K_E q_3 \left(\frac{q_1}{d_1} + \frac{q_2}{d_2} \right) \approx -2.34 \text{ J}$$

Finalmente q_3 está en A ($r_{13}=d_2$ y $r_{23}=d_1$),

$$U_A = k_E q_3 \left(\frac{q_1}{d_2} + \frac{q_2}{d_1} \right) \approx 0.18 \text{ J}$$

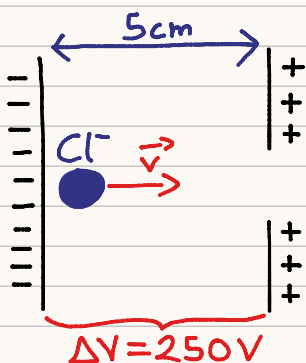
El trabajo es,

$$W_{B \rightarrow A} = U_A - U_B \approx 2.52 \text{ J}$$

(b)

Como $W_{B \rightarrow A} > 0$, lo que está sucediendo es que el trabajo de un agente externo está suministrando energía al sistema, aumentando la energía potencial.

1.2.3:



(a)

La energía potencial eléctrica viene dada por,

$$\Delta U = e \Delta V \approx 4 \times 10^{-17} \text{ J}$$

(b)

La energía cinética que adquiere el ión de cloro la podemos obtener del teorema trabajo-energía.

$$\Delta K = W = \Delta U = 4 \times 10^{-17} \text{ J}$$

(c)

Se pide usar otro método distinto y derivemos el mismo resultado del apartado (b).

Una forma es la cinemática de una partícula en un campo eléctrico.

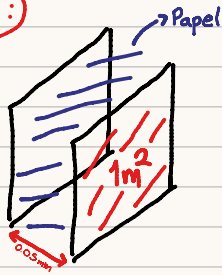
$$a = \frac{F}{m} = \frac{q \Delta V}{m d}$$

$$v^2 = 2 a d = \frac{2 q \Delta V}{m}$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{2 q \Delta V}{m} = q \Delta V$$

¿Siguen la cuenta?

1.2.4:



a)

La capacitancia C de un conductor de placas paralelas se puede aproximar por,

$$C = \frac{\epsilon_0 k A}{d}$$

Se llama aprox de placas infinitas y solo la pueden usar si $\sqrt{A} \gg d$. Cuidado!!!

k se llama la constante del medio ($k \approx 3.5$ para el papel), A es el área de una de las placas y d la distancia que las separa.

$$C \approx 6.2 \times 10^{-7} \text{ F} \leftarrow \text{Hice la cuenta.}$$

b)

Queremos un voltaje de $\Delta V = 7.5 \text{ kV}$ y una energía potencial eléctrica $U = 2.4 \text{ kJ}$. Estas cantidades se relacionan mediante la ecuación,

$$U = \frac{C \Delta V^2}{2} \Rightarrow C = \frac{2U}{\Delta V^2}$$

Y conocemos la relación entre C y el área de las placas A .

$$C = \frac{\epsilon_0 k A}{d} \Rightarrow \frac{\epsilon_0 k A}{d} = \frac{2U}{\Delta V^2} \Rightarrow A = \frac{2dU}{\epsilon_0 k \Delta V^2}$$

Como las placas son cuadradas $A = L^2$ y finalmente,

$$L = \sqrt{\frac{2dU}{\epsilon_0 k \Delta V^2}} \approx 13 \text{ m}$$

1.2.6:

Intentelo y pongo la solución luego, pero les dejo dos preguntas:

- ¿Les parece razonable modelar el sistema como un capacitor?
- ¿Puedo usar la aproximación de placas infinitas?

1.2.7:

Igual que en clase, primero les escupo la fórmula y luego la desglosamos. La energía potencial eléctrica de un conjunto de cargas puntuales viene dada por,

$$U = k_E \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Disclaimer: Tal vez, les queda mas claro si para N cargas, escribo:

$$U = k_E \sum_{j=1}^N \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Expliquemos esto paso a paso...

1) Primero, asigno índices del 1 al 4 a las cargas. Si $\vec{r}_i$ es la posición de la carga q_i , voy a usar:

$$\vec{r}_1 = (0, 1, 1); q_1 = -e$$

$$\vec{r}_2 = (1, 1, \frac{1}{2}); q_2 = -e$$

$$\vec{r}_3 = (0, 0, 0); q_3 = e$$

$$\vec{r}_4 = (2, 0, 0); q_4 = e$$

2) Fijamos j y sumamos en $i < j$, luego tomo el siguiente j y repito

$j=1$: No tengo ningún $i < j$, porque los índices empiezan en 1.

$j=2$: Tengo $i=1$ y aparece el término,

$$\frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

$j=3$: Tengo $i=1, i=2$ y me aparecen los términos:

$$\frac{q_1 q_3}{r_{13}}, \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

$j=4$: Tengo $i=1, i=2, i=3$ y me aparecen los términos:

$$\frac{q_1 q_4}{r_{14}}, \frac{q_2 q_4}{r_{24}}, \frac{q_3 q_4}{r_{34}}$$

Finalmente,

$$U = k_E \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{q_1 q_4}{r_{14}} + \frac{q_2 q_4}{r_{24}} + \frac{q_3 q_4}{r_{34}} \right)$$

3) Quiero una expresión aún mas fácil. Noto que las cargas son $q_i = \pm e$, entonces, puedo sacar de factor común e^2 , pero tengo que tener cuidado con el signo. Si tengo cargas de igual signo, voy a tener un $+$ y si tengo cargas con distinto signo, voy a tener un $-$. Finalmente, tengo:

$$U = k_E e^2 \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{13}} - \frac{1}{r_{23}} - \frac{1}{r_{14}} - \frac{1}{r_{24}} + \frac{1}{r_{34}} \right)$$

Les dejo calcular las distancias a ustedes, pero, les dejo el resultado final:

$$U \approx -2.43 \times 10^{-18} \text{ J}$$

