

ANUNCIOS

Segunda evaluación corta: se habilitó hasta la medianoche del sábado 284, temas: los correspondientes a toda la Unidad 2. Recuerden que sólo se puede hacer en este periodo y el 2do. intento sólo será válido para quienes lo hicieron en este periodo.

MODIFICACIÓN EN EVALUACIONES:

De **carácter optativo** se puede mantener la forma actual de múltiple opción, donde sólo se entrega la hoja de evaluación con las respuestas marcadas.

En **ejercicios parte A** se podrá entregar con la hoja de la evaluación hojas con resolución total o parcial de los ejercicios de modo que se califique lo realizado. Estos desarrollos se corrigen sólo si el estudiante no marcó la respuesta correcta, y se le podrá otorgar entre 0 y el 80% de los puntos. Habrá un **criterio de admisibilidad** del desarrollo entregado que dependerá de una prolijidad e inteligibilidad mínima. Si esto no se cumple, el desarrollo no será corregido.

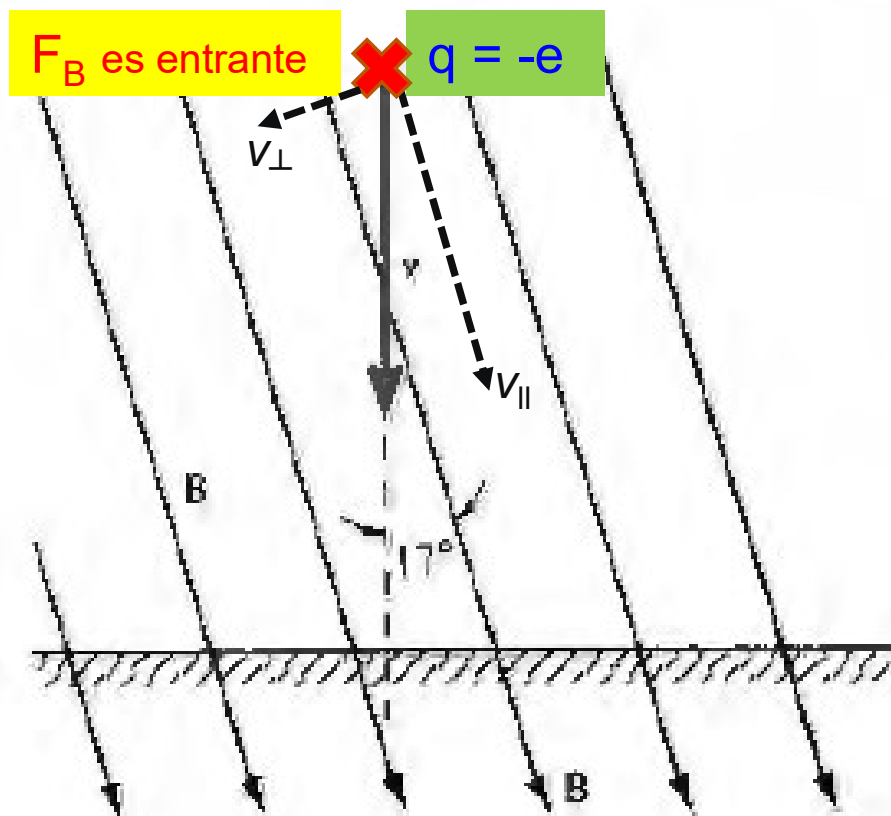
En la corrección se valorará: la explicitación de las leyes o principios utilizados y de los modelos e hipótesis que simplifican la resolución, del desarrollo de los diferentes pasos en la resolución, del manejo de las unidades y cifras significativas, del manejo algebraico y de la realización de los cálculos.

Las resoluciones de cada uno de los ejercicios deberán realizarse en hojas separadas, no podrá haber en una misma hoja la resolución de ejercicios distintos.

EJEMPLO: ejercicio 3.1.1

En un punto sobre la superficie de la Tierra el campo magnético terrestre forma un ángulo de 17° con la vertical y tiene una magnitud de $5,8 \times 10^{-5} \text{ T}$.

- a) Halle la fuerza magnética sobre un electrón proveniente de los rayos cósmicos que se mueve verticalmente hacia abajo a $1,0 \times 10^5 \text{ m/s}$.
- b) Halle el cociente entre la fuerza magnética y el peso del electrón.
- c) Si el campo eléctrico atmosférico en dicho lugar es vertical, entrante a la superficie terrestre y de una magnitud de 120 V/m ¿cuánto vale la fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón y la fuerza resultante total?



EJEMPLO: ejercicio 3.1.1

En un punto sobre la superficie de la Tierra el campo magnético terrestre forma un ángulo de 17° con la vertical y tiene una magnitud de $5,8 \times 10^{-5} \text{ T}$.

a) Halle la fuerza magnética sobre un electrón proveniente de los rayos cósmicos que se mueve verticalmente hacia abajo a $1,0 \times 10^5 \text{ m/s}$.

b) Halle el cociente entre la fuerza magnética y el peso del electrón.

c) Si el campo eléctrico atmosférico en dicho lugar es vertical, entrante a la superficie terrestre y de una magnitud de 120 V/m ¿cuánto vale la fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón y la fuerza resultante total?

$$a) \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_B = evB \sin \theta = (1,60 \times 10^{-19})(1,0 \times 10^5)(5,8 \times 10^{-5}) \sin 17^\circ = 2,71 \times 10^{-19} \text{ N}$$

$$\mathbf{F_B = 2,7 \times 10^{-19} \text{ N}}$$

Esta fuerza es perpendicular al plano que forman \mathbf{v} y \mathbf{B}

b) masa del electrón: $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ $W = mg = (9,11 \times 10^{-31}) \times 9,8 = 8,93 \times 10^{-30} \text{ N}$

$$\frac{F_B}{W} = \frac{2,71 \times 10^{-19}}{8,93 \times 10^{-30}} = 3,03 \times 10^{10}$$

$$\mathbf{F_B = 3,0 \times 10^{10} \text{ mg}}$$

c) Fuerza eléctrica: $F_E = eE = (1,60 \times 10^{-19})(120) = 1,92 \times 10^{-17} \text{ N}$

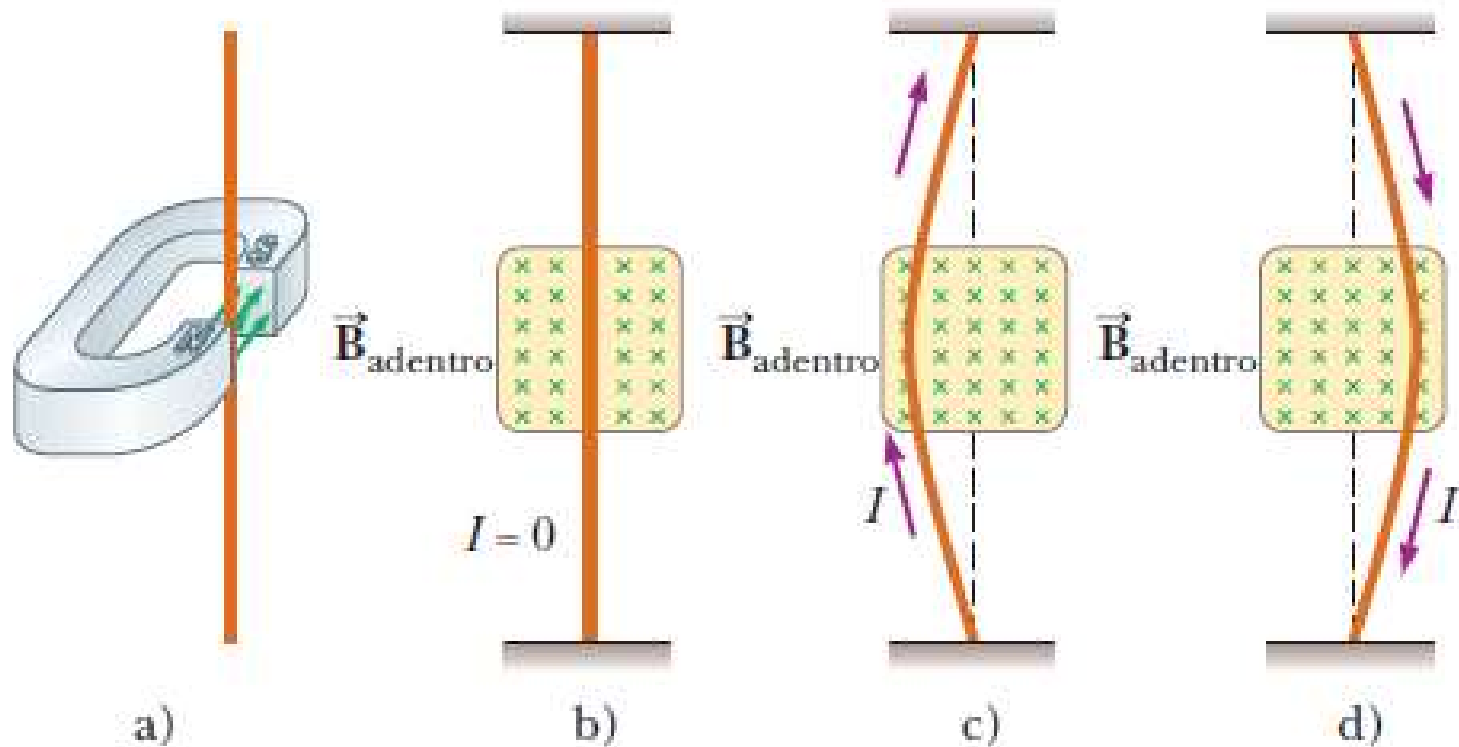
$$\mathbf{F_E = 1,9 \times 10^{-17} \text{ N}} \text{ (vertical hacia arriba)}$$

Como F_B y F_E son perpendiculares, la resultante valdrá

$$F = \sqrt{F_B^2 + F_E^2} = \sqrt{(2,71 \times 10^{-19})^2 + (3,03 \times 10^{-17})^2} = 1,92 \times 10^{-17} \text{ N}$$

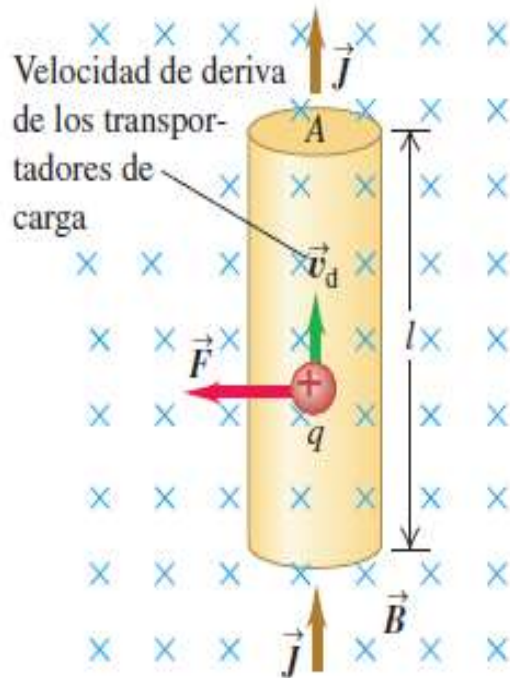
$$\mathbf{F = 1,9 \times 10^{-17} \text{ N}}$$

Fuerza magnética que actúa sobre un conductor que transporta corriente



- a) Alambre suspendido verticalmente entre los polos de un imán.
- b) El campo magnético (cruces verdes) se dirige hacia adentro de la página. Cuando no existe corriente en el alambre, éste sigue vertical.
- c) Cuando la corriente se dirige hacia arriba, el alambre se flexiona hacia la izquierda.
- d) Cuando la corriente se dirige hacia abajo, el alambre se flexiona hacia la derecha.

Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente



Segmento rectilíneo alambre conductor, de longitud l y área A ; la corriente I va de abajo hacia arriba.

Campo magnético uniforme \vec{B} perpendicular al plano del diagrama y dirigido *hacia el plano*.

Suponemos que las cargas móviles son positivas.

Velocidad de deriva \vec{v}_d es hacia arriba, perpendicular a \vec{B} . Fuerza media sobre cada carga es dirigida a la izquierda y como \vec{B} y \vec{v}_d son perpendiculares: $F = q v_d B$.

Fuerza sobre todos los portadores del segmento del alambre: n número de cargas por unidad de volumen volumen del segmento: Al , Número de cargas igual a nAl .

Como $I = nq v_d A$: $F = IlB$

$$F = (nAl)(qv_d B) = (nqv_d A)(lB)$$

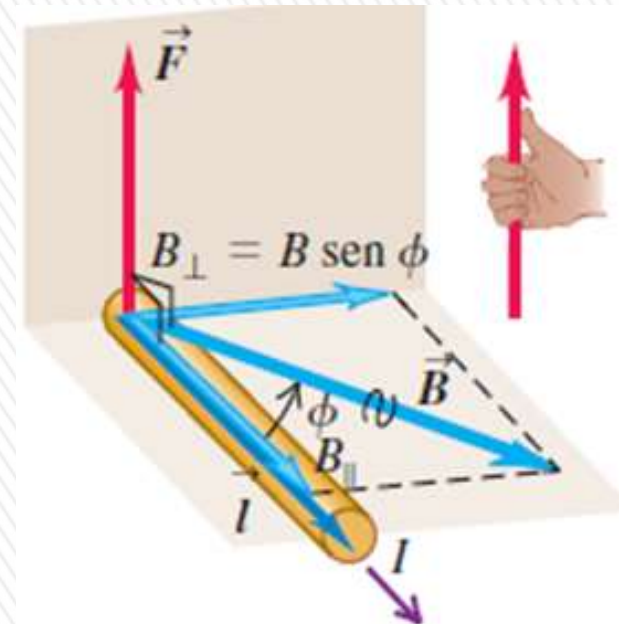
Si \vec{B} no es perpendicular al alambre, forma un ángulo Φ con él, solo la componente de \vec{B} perpendicular al alambre ejerce una fuerza; tal componente es $B_{\perp} = B \sin \Phi$:

$$F = IlB_{\perp} = IlB \sin \Phi$$

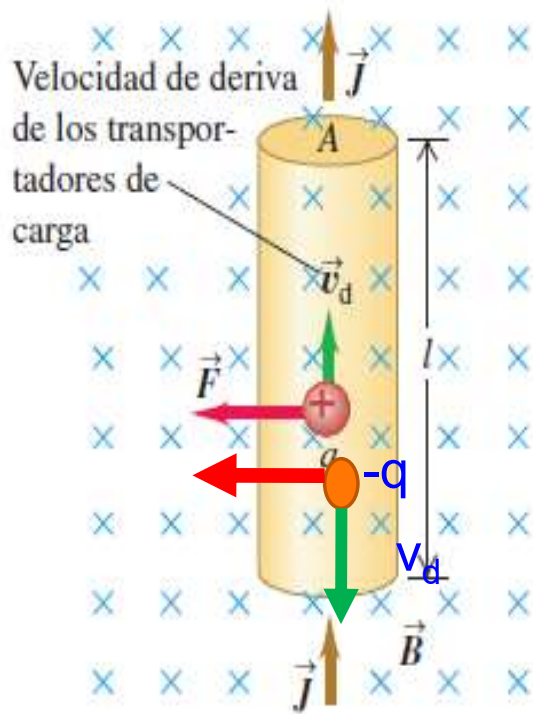
Si el segmento de alambre se representa con un vector \vec{l} a lo largo del alambre y en el sentido de la corriente:

$$\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

$$F = BiL \sin \phi$$



Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente



¿Qué sucede cuando las cargas móviles son negativas, como los electrones en un metal?

Una corriente ascendente corresponde a una velocidad de deriva descendente.

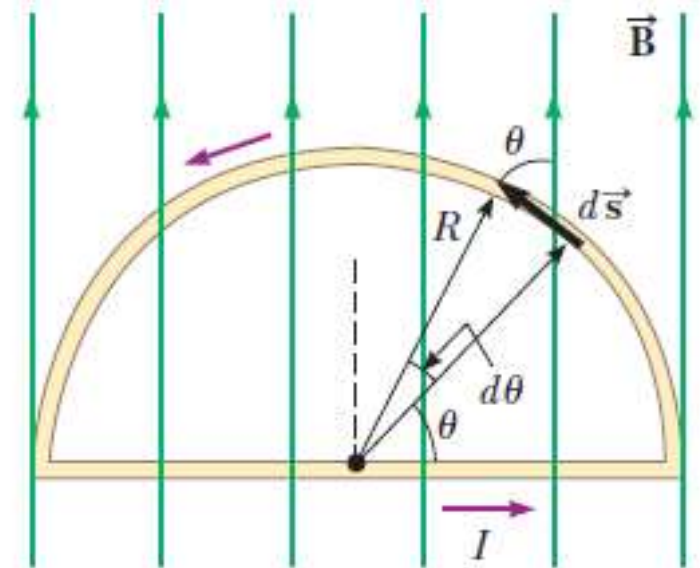
Pero como q ahora es *negativa*, el sentido de la fuerza es la misma que antes.

Las ecuaciones son válidas para cargas *tanto positivas como negativas*, e incluso cuando los dos signos de carga están presentes a la vez.

Se puede probar que en general que:

La fuerza magnética sobre un alambre portador de corriente curvo en un campo magnético uniforme es igual a la de un alambre recto que conecta los puntos finales y porta la misma corriente.

La fuerza magnética neta que actúa sobre cualquier espira de corriente cerrado en un campo magnético uniforme es cero.

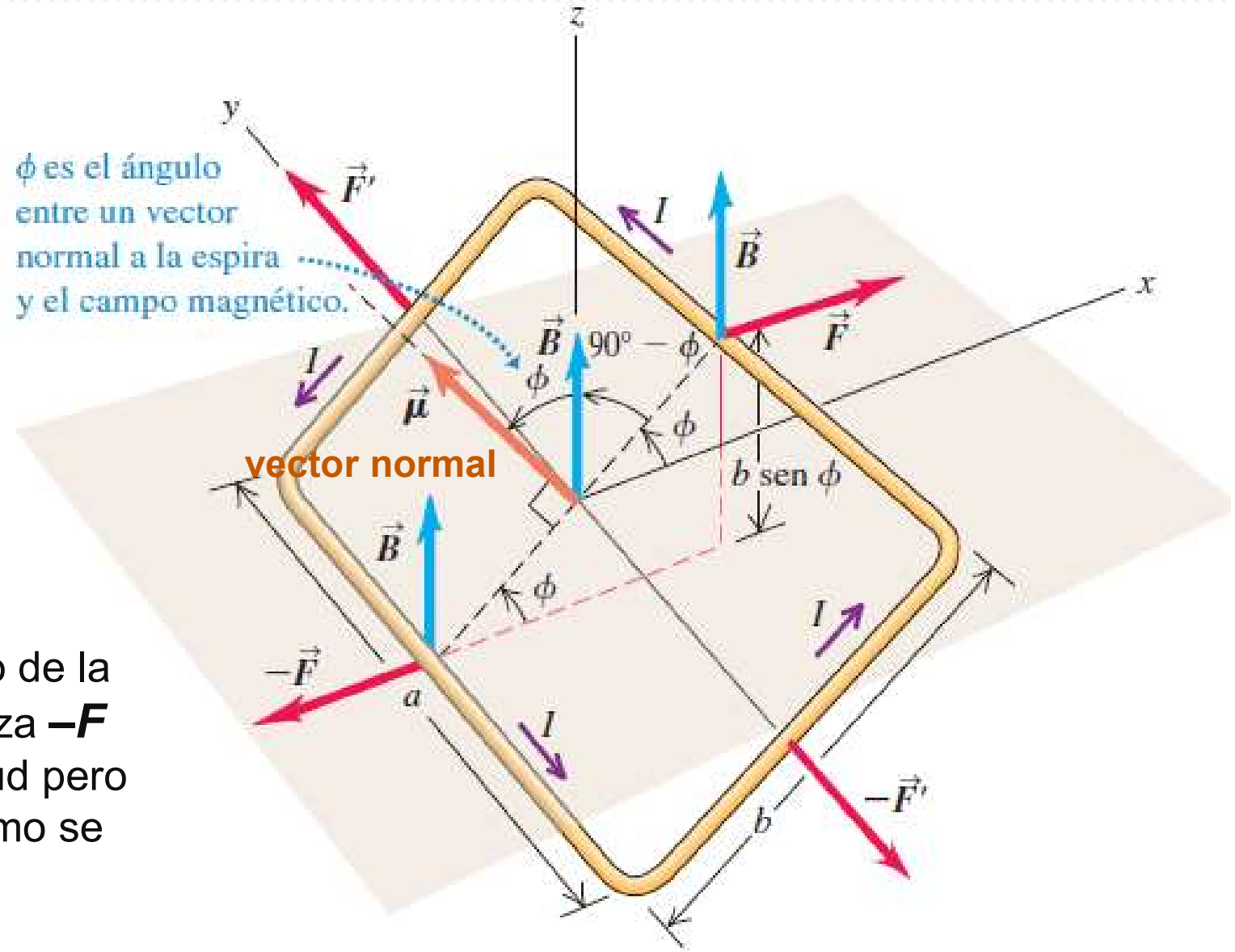


Fuerza y torque en una espira de corriente

Espira rectangular que transporta corriente I , de lados a y b , en \mathbf{B} uniforme. \mathbf{B} forma un ángulo Φ con la normal al plano de la espira.

La fuerza \mathbf{F} sobre el lado derecho de la espira (longitud a) va hacia la derecha, según $+x$. En este lado, \mathbf{B} es perpendicular a la dirección de la corriente, y la fuerza sobre este lado tiene magnitud: $F = I \cdot a \cdot B$.

Sobre el lado opuesto de la espira actúa una fuerza $-\mathbf{F}$ con la misma magnitud pero sentido contrario, como se observa en la figura.



Fuerza y torque en una espira de corriente

Los lados de longitud b forman un ángulo $(90^\circ - \phi)$ con la dirección de \vec{B} , y las fuerzas son \vec{F}' y $-\vec{F}'$

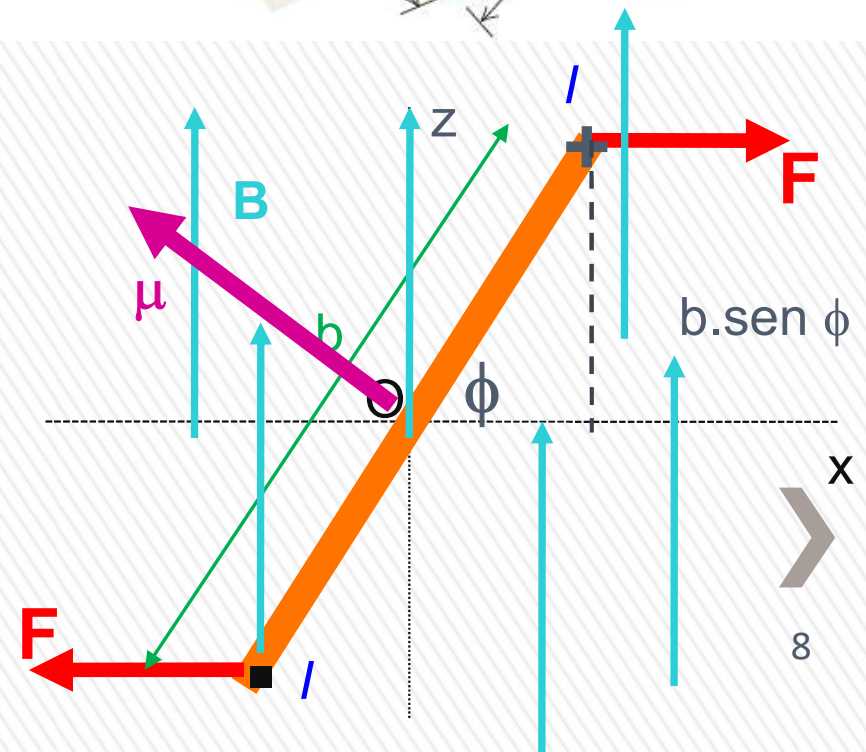
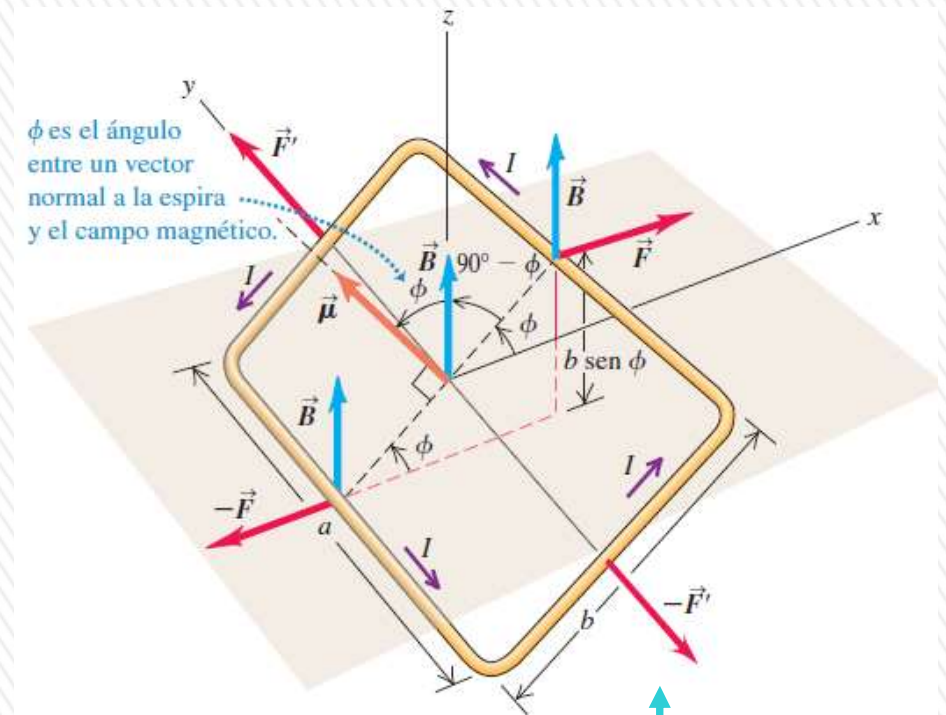
$$F' = lbB \sin(90^\circ - \phi) = lbB \cos \phi$$

con dirección según el eje y .

La fuerza total en la espira es igual a cero porque las fuerzas en lados opuestos se cancelan por pares.

La fuerza neta sobre una espira de corriente en un campo magnético uniforme es igual a cero.

Sin embargo, veremos que el torque neto, en general, no es igual a cero.



Fuerza y torque en una espira de corriente

\vec{F}' y $-\vec{F}'$ están en la misma línea, por lo que originan un torque neto igual a cero con respecto a cualquier punto.

\vec{F} y $-\vec{F}$ quedan a lo largo de distintas líneas de acción, y cada una origina un torque con respecto al eje y , con sentido $+y$.

El brazo de palanca para cada una de estas fuerzas es $(b/2)\sin\Phi$.

$$\tau = 2F \left(\frac{b}{2} \right) \sin \Phi = (IBa)(b \sin \Phi)$$

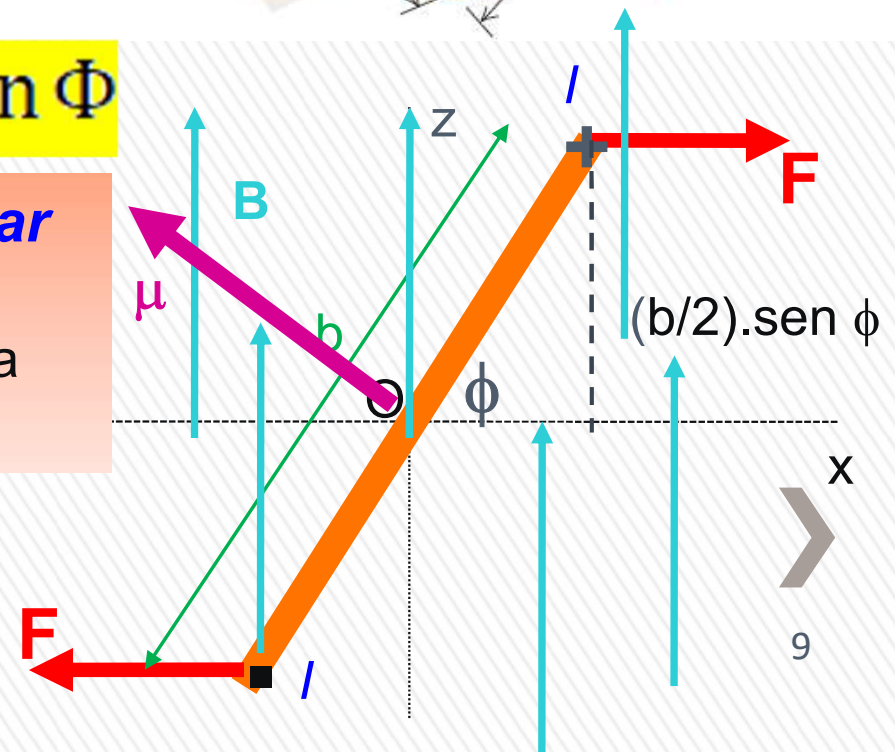
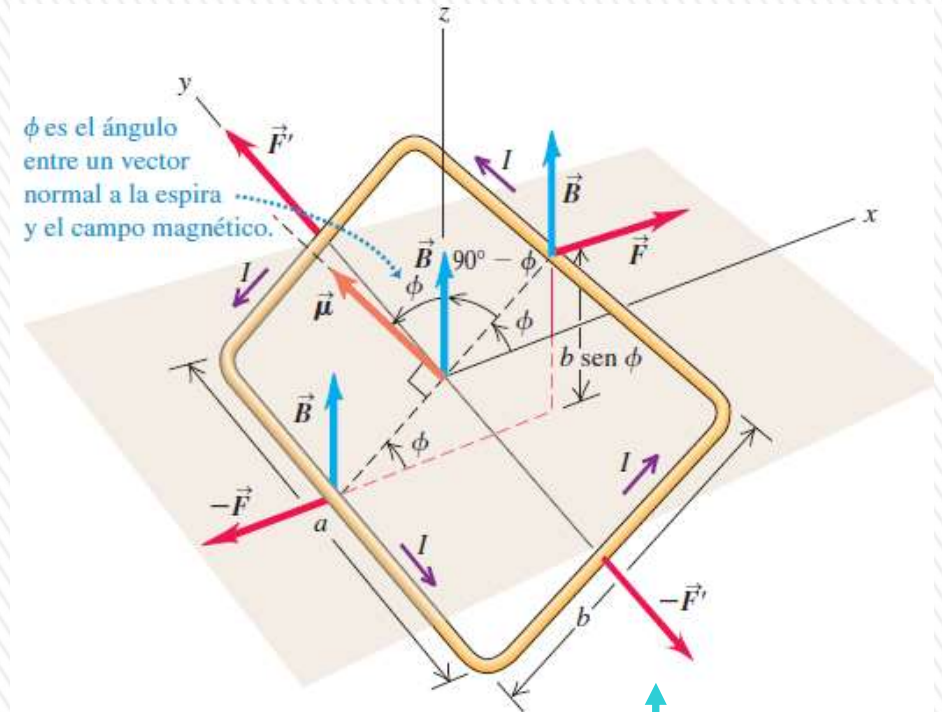
Área de la espira: $A=a.b$

$$\tau = IBA \sin \Phi$$

El producto IA se denomina **momento dipolar magnético** o **momento magnético** de la espira, el cual se denota con el símbolo μ (letra griega mu).

$$\mu = IA$$

$$\tau = \mu B \sin \Phi$$

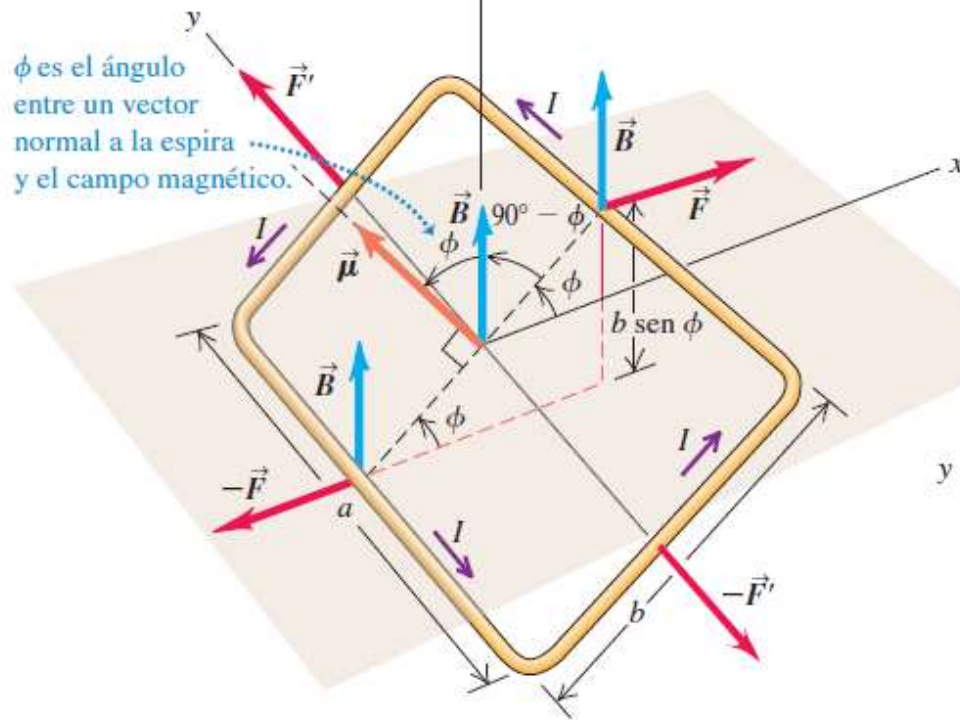


Fuerza y torque en una espira de corriente

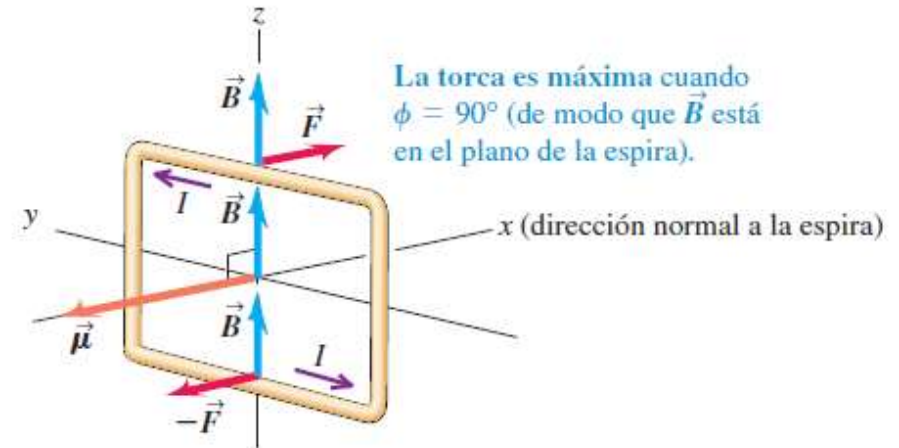
a)

Los dos pares de fuerzas que actúan sobre la espira se cancelan, por lo que no hay fuerza neta que actúe sobre ella.

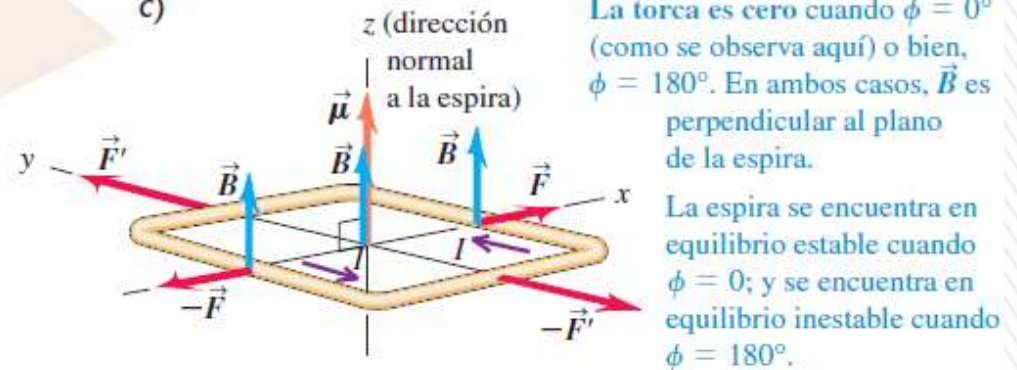
Sin embargo, las fuerzas en los lados a de la espira (\vec{F} y $-\vec{F}$) producen una torca $\tau = (Iba)(b \sin \phi)$ en la espira.



b)



c)



donde Φ es el ángulo entre la normal a la espira (dirección del área vectorial \vec{A} y \vec{B} .

$$\tau = \mu B \sin \Phi$$

En forma vectorial:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

El torque tiende a hacer girar la espira en la dirección en que *disminuye* Φ , es decir, hacia su posición de equilibrio estable donde la espira queda en el plano xy *perpendicular* a la dirección del campo.

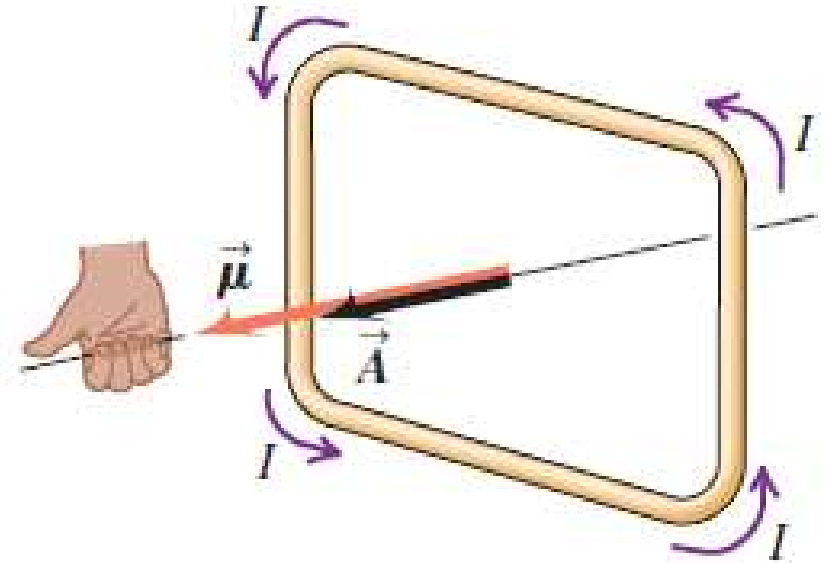
Fuerza y torque en una espira de corriente

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

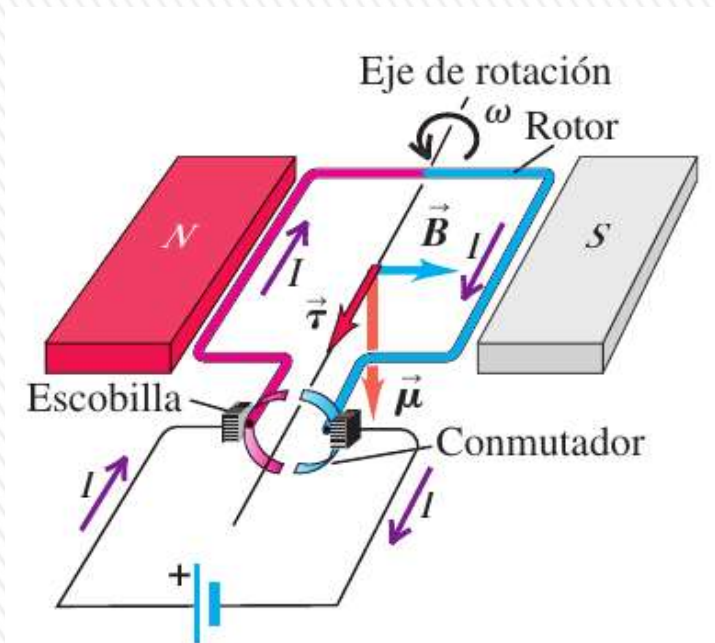
Una espira de corriente, o cualquier otro cuerpo que experimenta un torque magnético dada por la ecuación anterior también recibe el nombre de **dipolo magnético**.

El momento de torsión en una espira de corriente hace girar la espira; este efecto se utiliza de manera práctica en los **motores eléctricos**.

La energía entra al motor mediante transmisión eléctrica, y la bobina giratoria trabaja sobre algún dispositivo externo al motor, por ejemplo la bobina mueve un eje colineal al eje de la bobina.



Regla de la mano derecha para determinar μ



Fuentes de campos magnéticos

¿Cómo se crean los campos magnéticos?

Los imanes permanentes y corrientes eléctricas en electroimanes crean campos magnéticos.

Una carga crea un campo eléctrico y éste ejerce una fuerza sobre cualquier otra carga...

Pero un campo *magnético ejerce una fuerza solo si la carga está en movimiento*

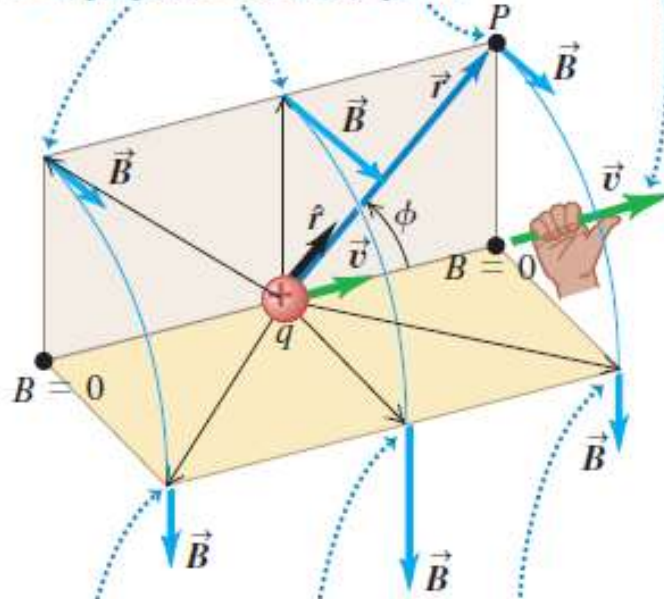
¿Será verdad también que una carga crea un campo magnético solo cuándo está en movimiento?

La respuesta es afirmativa: la carga debe estar en movimiento para crear un campo magnético.



Campo magnético de una carga en movimiento

Para estos puntos de campo, \vec{r} y \vec{v} están en el plano color beige, y \vec{B} es perpendicular a este plano.



Para estos puntos de campo, \vec{r} y \vec{v} están en el plano color dorado, y \vec{B} es perpendicular a este plano.

Carga q en movimiento (punto fuente)

P: punto de campo o de observación

Los experimentos muestran que el campo magnético B , creado por una carga puntual q que se mueve con una velocidad v constante está dada por la siguiente expresión:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|q| v \sin \phi}{r^2}$$

$\mu_0/4\pi$ una constante de proporcionalidad

μ_0 **permeabilidad del vacío**, valor en el S.I. es:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A}$$

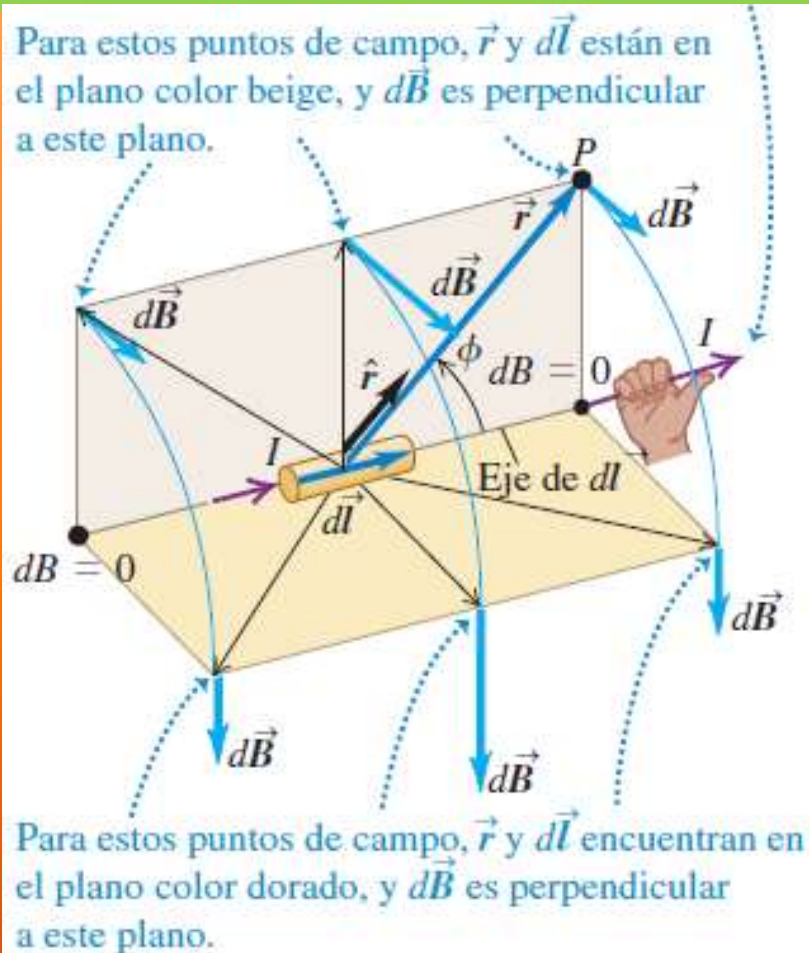
\vec{r} vector que va desde el punto fuente al punto del campo P

$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$ es un versor de r (vector unitario) ϕ ángulo que forman los vectores r y v .

B no es un campo central (según la dirección de r) sino que es perpendicular al plano que determinan r y v .

Para una carga puntual que se mueve con una cierta velocidad v , las líneas de campo magnético son *círculos con centro en la línea que pasa por q determinada por v y que se encuentran en planos perpendiculares a esta línea.*

Campo magnético de un elemento de corriente – Ley de BIOT-SAVART



También hay un principio de superposición de campos magnéticos: **el campo magnético total generado por varias cargas en movimiento es la suma vectorial de los campos generados por las cargas individuales.**

Campo magnético dB generado por segmento dl de conductor que transporta corriente I , área de la sección del conductor A y n partículas cargadas en movimiento por unidad de volumen, c/u con carga q . Carga total **$dQ=nqAdl$** que viaja con velocidad v_d . (Los campos magnéticos debidos a los movimientos al azar de las cargas, en promedio, se cancelarán en cada punto)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ| v_d \sin \phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{n|q|A dl v_d \sin \phi}{r^2}$$

Pero, la corriente I es: $(n|q|v_d)A = I$

Por lo que podemos escribir:
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \phi}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$d\vec{l}$ vector de longitud dl , con dirección y sentido de la corriente en el conductor



Campo magnético de un elemento de corriente – Ley de BIOT-SAVART

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \phi}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Campo magnético total en cualquier punto del espacio debido a la corriente en un circuito completo, se integra la ecuación con respecto a todos los segmentos que conduzcan corriente:

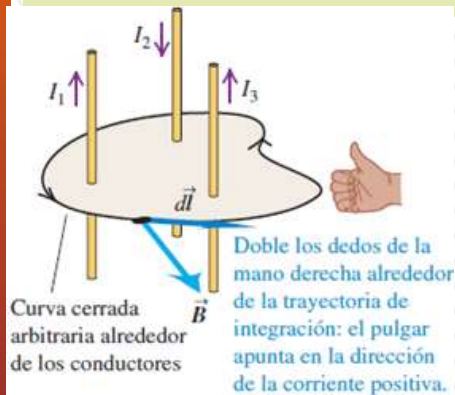
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Ley de Biot y Savart: J.B.Biot (1774-1862) y F. Savart (1791-1841) que llegaron a esta expresión que da el valor del campo magnético en algún punto del espacio, en función de la corriente que lo produce.

Un enfoque más fundamental de los campos magnéticos hace uso de una ley que aprovecha la simetría presente en ciertos problemas para simplificar el cálculo de B. Esta ley se considera más fundamental que la ley de Biot-Savart y conduce a otra de las cuatro ecuaciones fundamentales del electromagnetismo (o de Maxwell).

Este nuevo resultado es lo que constituye la **ley de Ampere:**

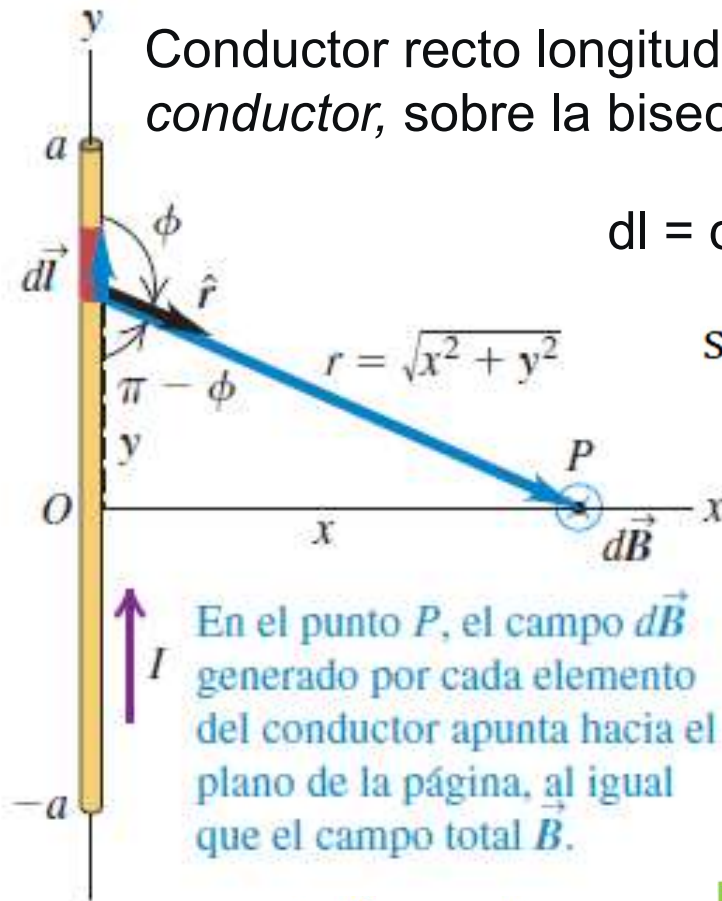
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$



Expresa que la integral de línea de $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual $\mu_0 I_{enc}$, donde I_{enc} es la corriente estable total a través de cualquier superficie acotada por la trayectoria cerrada.

Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

Conductor recto longitud $2a$ con corriente I , campo en punto a distancia x del conductor, sobre la bisectriz perpendicular.



En el punto P , el campo $d\vec{B}$ generado por cada elemento del conductor apunta hacia el plano de la página, al igual que el campo total \vec{B} .

$$dl = dy \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \phi}{4\pi r^2}$$

$$\sin \phi = \sin(\pi - \phi) = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Por la regla de la mano derecha se tiene que

$d\vec{l} \times \hat{r}$ es perpendicular y entrante al plano de la figura

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy}{x^2 + y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{x I dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}} \quad \text{si } a \gg x \text{ entonces: } \sqrt{x^2 + a^2} \approx a$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

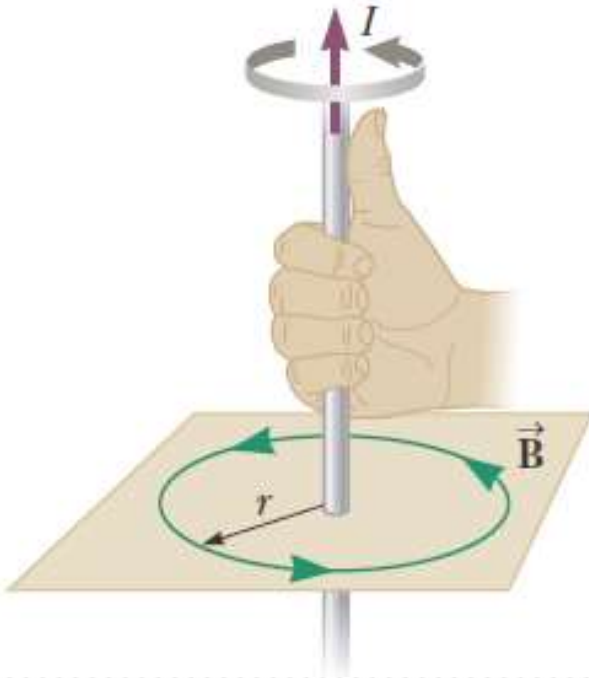
Si $a \rightarrow \infty$ hay simetría respecto al eje y , B tiene la misma magnitud en todos los puntos de un círculo de radio r con centro en el conductor y que se encuentre en un plano perpendicular a él, y la dirección de debe ser tangente en cualquier parte del círculo.

Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

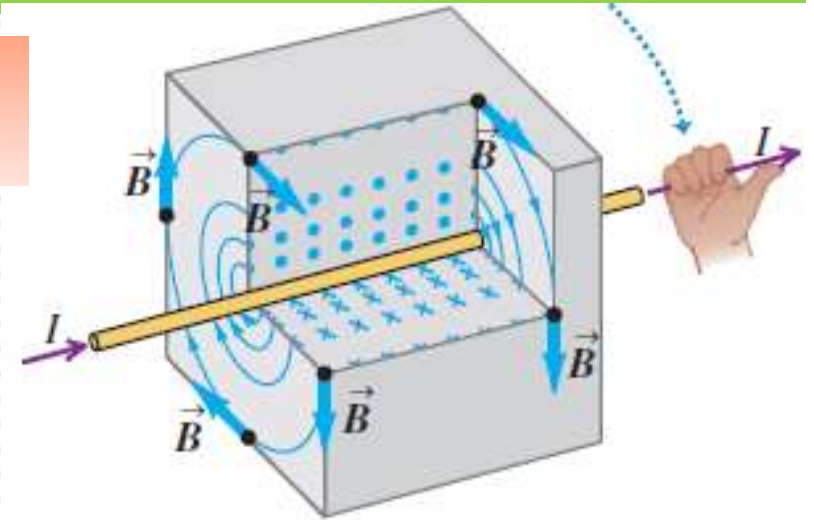
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Campo cerca de un conductor largo y recto portador de corriente

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \left(2,00 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}\right) \frac{I}{r}$$



Las líneas de campo magnético son circunferencias concéntricas al alambre. El sentido del campo está dado por la regla de la mano derecha, como se muestra en la figura.



ATENCIÓN: Si bien este resultado es exacto sólo si la longitud del alambre es infinito, se puede usar como buena aproximación cuando la distancia donde se calcula el campo es mucho menor que la longitud del alambre y se desprecian los efectos de borde.

Campo magnético de un conductor recto que transporta corriente

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idy}{x^2 + y^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{xIdy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{xdy}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Para resolver esta primitiva podemos recurrir a una tabla de integrales, por ejemplo Manual Bronshtein

Notación: $X = x^2 + a^2$

$$206) \int \frac{dx}{\sqrt{X^3}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{X}}.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{xy}{x^2 \sqrt{x^2 + y^2}} \Big|_{-a}^a \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(a + a)}{x \sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x \sqrt{x^2 + a^2}}$$

