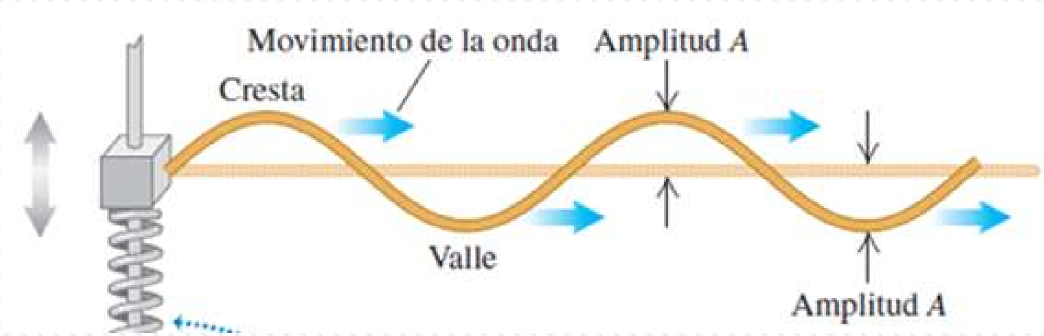
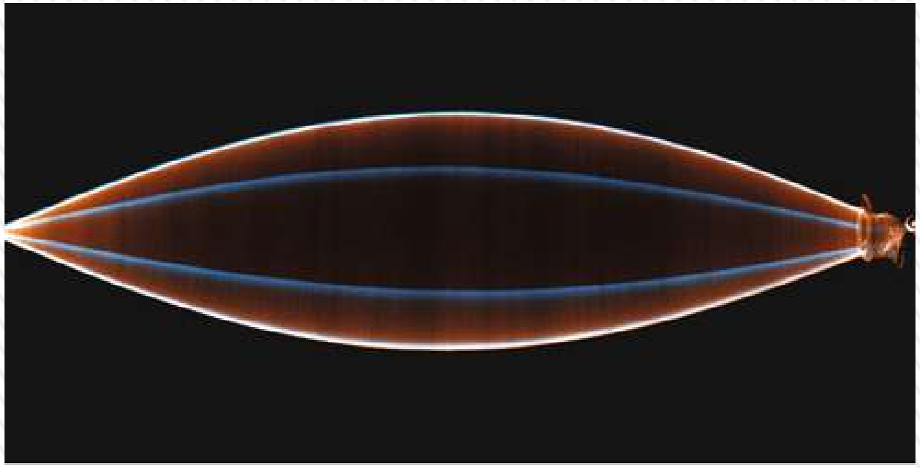
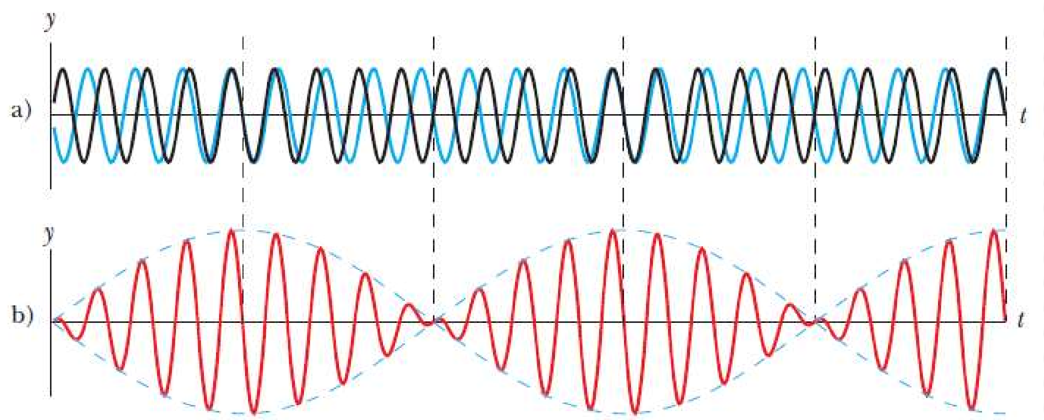
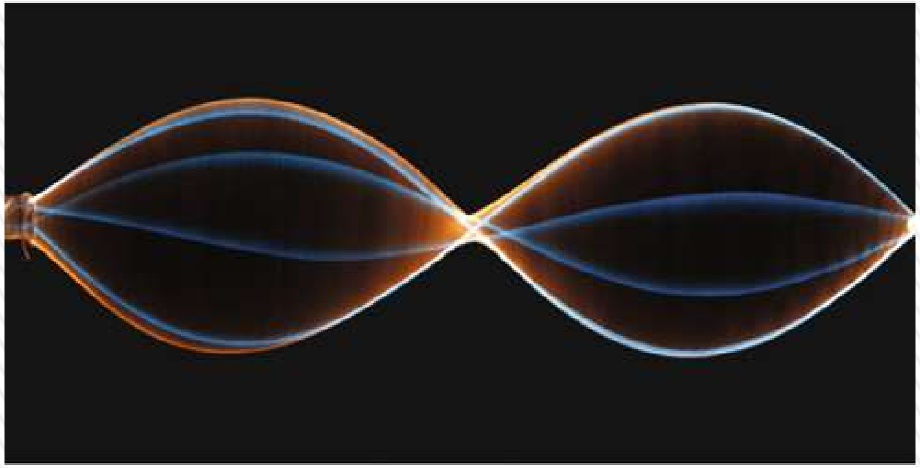
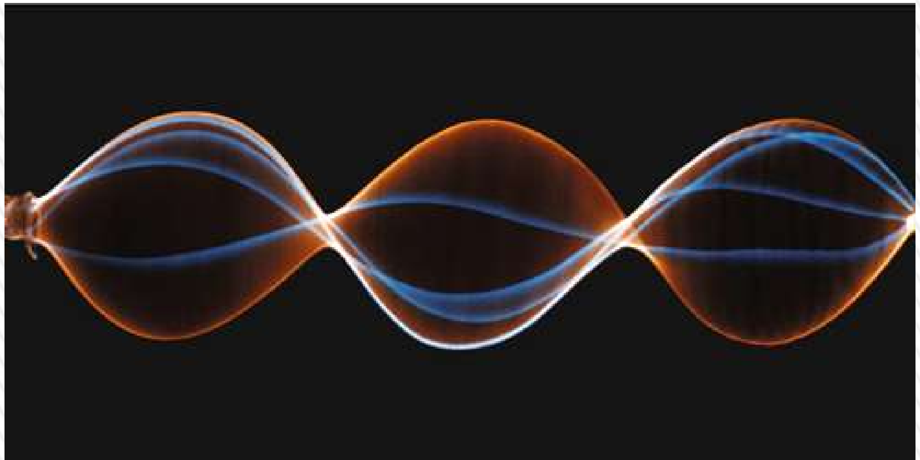
18-MOVIMIENTO ONDULATORIO











Repaso de lo visto anteriormente

Ondas: perturbación del estado de equilibrio de un sistema, la cual se *propaga* de una región del sistema a otra, transportando energía.

Ondas mecánicas: las que viajan por un material (*medio)*. No todas las ondas son mecánicas.

•La perturbación se *propaga por el medio con una rapidez definida llamada rapidez de propagación* o rapidez de la onda o de fase (*v*),

•El medio mismo no viaja en el espacio.

•*Las ondas transportan energía y cantidad de movimiento, pero no materia, de una región a otra.*

Ondas transversales y longitudinales, pulsos y trenes de onda.

Ecuación de onda plana unidimensional

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\delta x^2}$$

Función de onda: $y(x,t) = f(x \pm vt)$

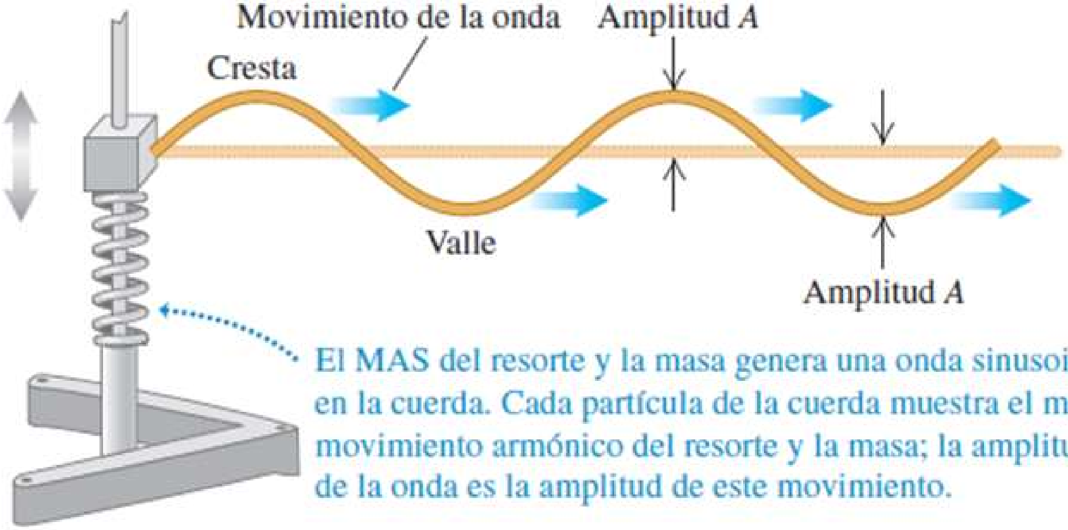
Sentido de propagación: signo de "-" hacia las *x* positivas, signo de "+" hacia las *x* negativas.

Repaso de lo visto anteriormente

$$y(x,t) = f(x \pm vt)$$

La función ***y**, se llama* ***función de onda,*** *depende de las dos variables x y t,* y se escribe ***y(x, t)***.
La función de onda *y(x, t) representa la coordenada y, posición transversal,* de cualquier elemento ubicado en la posición *x en cualquier tiempo t.*
Además si t es fijo (como en el caso de tomar una instantánea del pulso), la función de onda *y(x), a veces* llamada **forma de onda, define una curva que representa la forma geométrica del pulso** en dicho tiempo.

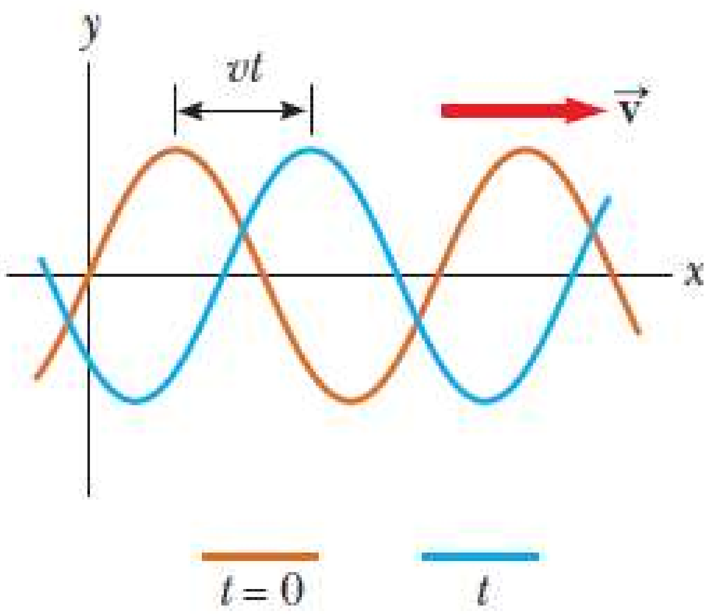
Ondas transversales periódicas



El MAS del resorte y la masa genera una onda sinusoidal en la cuerda. Cada partícula de la cuerda muestra el mismo movimiento armónico del resorte y la masa; la amplitud de la onda es la amplitud de este movimiento.

Ejemplo: excitación de la cuerda mediante movimiento hacia arriba y hacia abajo con un ***MAS de amplitud A, frecuencia f:***
la onda producida es una sucesión simétrica de *crestas y valles transversales:*
onda progresiva sinusoidal

Repaso de lo visto anteriormente



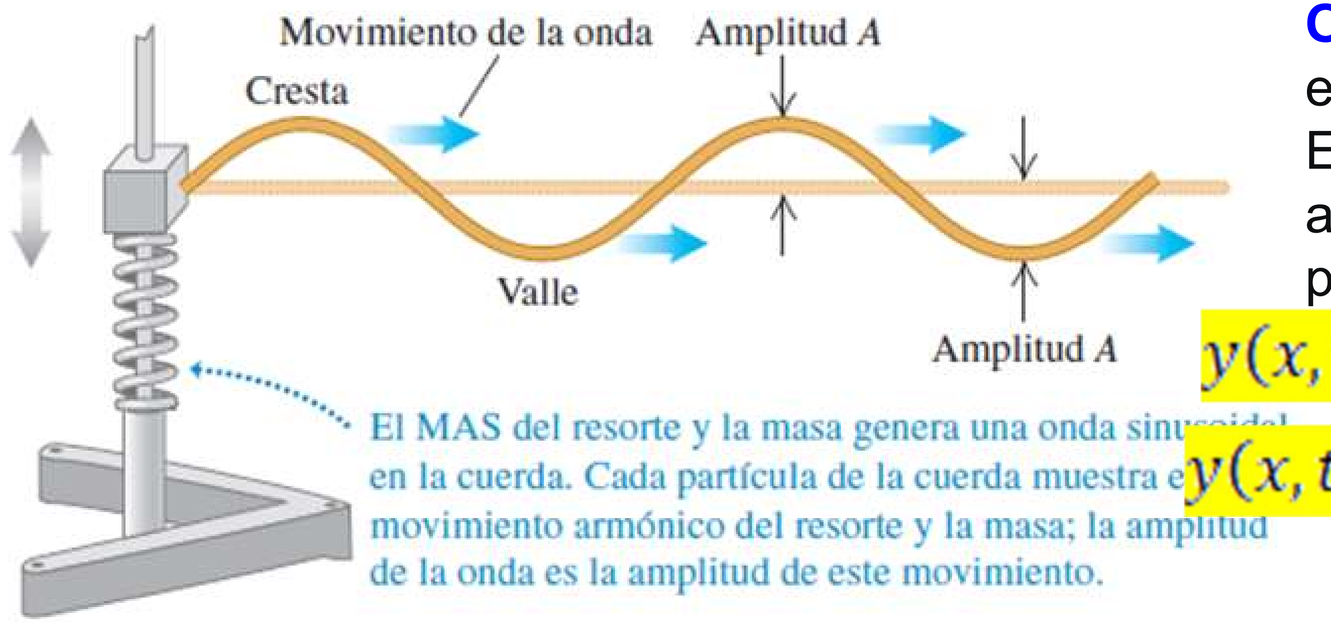
La forma de onda completa se mueve hacia la derecha: **movimiento de la *onda (y(x-vt)*** .
Si vemos un elemento del medio (por ejem. *x= 0)* *se tiene que cada* elemento se mueve hacia arriba y hacia abajo a lo largo del eje *y en un MAS:* **movimiento de los *elementos del medio*.**

No se debe confundir el movimiento de la *onda transversal a lo largo de la cuerda con el de una partícula de la cuerda.*

La onda avanza con rapidez constante *v a lo largo de la cuerda; mientras que el movimiento de* la partícula es armónico simple y *transversal (perpendicular) a la longitud de la cuerda con una velocidad dada por*

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$$

Repaso de lo visto anteriormente



Onda transversal periódica: en una cuerda tensa. Expresiones correspondientes a una onda transversal periódica:

$$y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

$$y(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t + \varphi')$$

Parámetros: frecuencia (f), periodo (T), velocidad (v), longitud de onda (λ), amplitud (A); número de onda (k), constante de fase (φ)

Velocidad de la onda *es $v = \lambda/T = \lambda . f$*

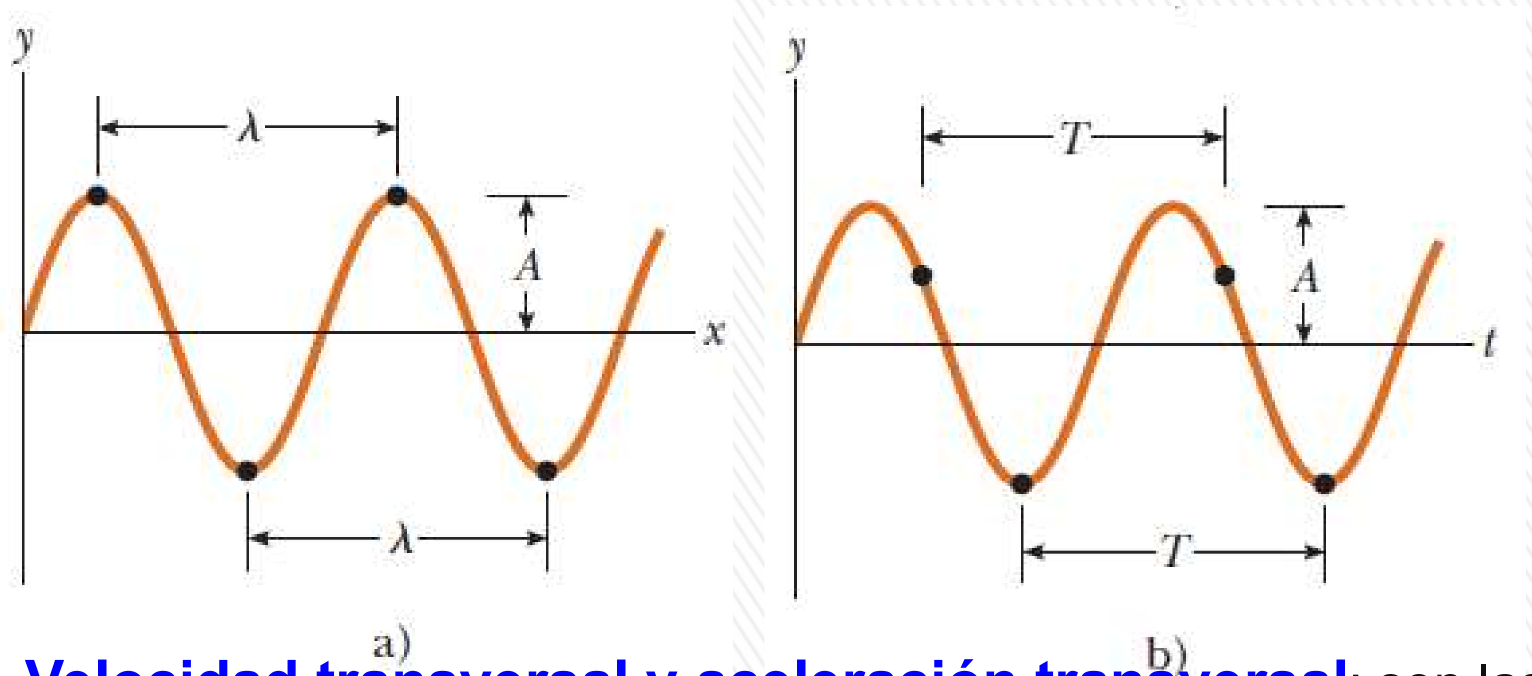
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Cuando una ***onda sinusoidal*** *pasa a través de un medio, todas las partículas del medio experimentan movimiento armónico simple con la misma frecuencia.*

$$y(x,t) = A\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right) = A\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right) = A\cos(kx - \omega t)$$

$$y(x,t) = A\cos\left[\omega\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A\cos\left[2\pi f\left(\frac{x}{v} + t\right)\right] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right] = A\cos(kx + \omega t)$$

Repaso de lo visto anteriormente



Parámetros en la visualización espacial (*x*-*y*) y temporal (*t* - *y*)

Velocidad transversal y aceleración transversal: son las correspondientes a cada elemento de la cuerda en su movimiento vertical, según el eje y.

Si: $y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t + \varphi)$ $\quad v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \pm\omega A\cos(kx \pm \omega t + \varphi)$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A\sin(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Si: $y(x,t) = A\cos(kx \pm \omega t + \varphi)$ $\quad v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = \mp\omega A\sin(kx \pm \omega t + \varphi)$

$$a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A\cos(kx \pm \omega t + \varphi)$$

Velocidad de propagación de una onda en una cuerda:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F es la tensión de la cuerda y μ la densidad de masa lineal (m/L)

Repaso de lo visto anteriormente

INTERFERENCIA DE ONDAS

Interferencia: fenómeno en el que dos o más ondas se superponen para formar una onda resultante. Se cumple el principio de superposición o linealidad:

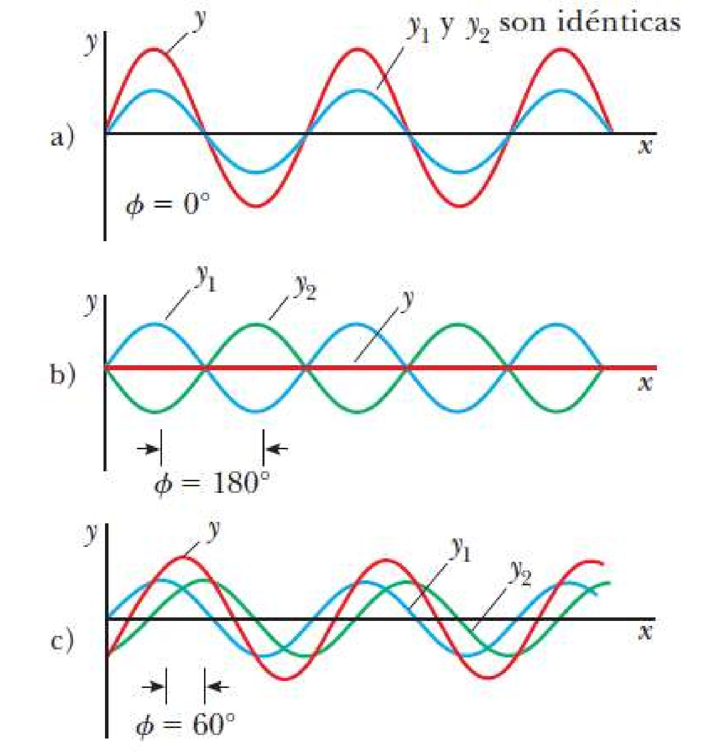
$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

SUPERPOSICIÓN DE ONDAS SINUSOIDALES

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

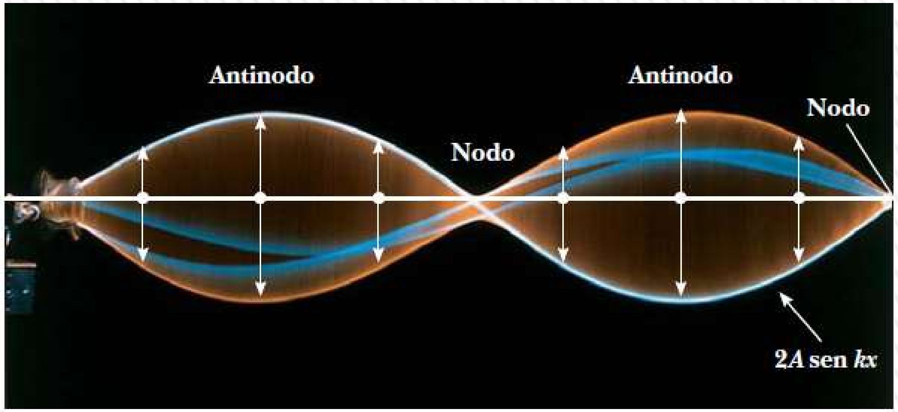


EFECTO DE LOS LÍMITES

Extremo FIJO: reflexión INVERTIDA
Extremo LIBRE: reflexión NO INVERTIDA

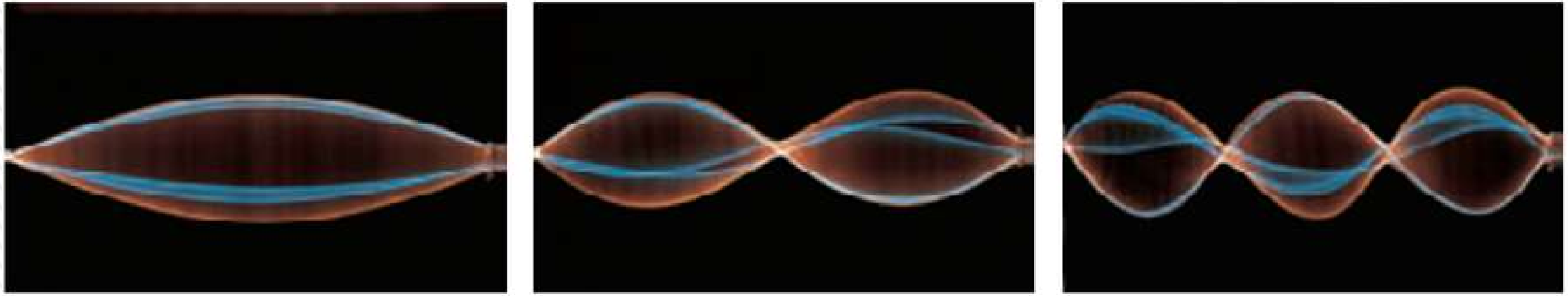
ONDAS ESTACIONARIAS

Interferencia de dos ondas idénticas que viajan en direcciones opuestas en el mismo medio: $y_1 = A$ sen $(kx - \omega t)$ $y_2 = A$ sen $(kx + \omega t)$



$y = (2A$ sen$(kx))$ cos (ωt)

Repaso de lo visto anteriormente



Ondas estacionarias en una cuerda estirada: al aumentar la frecuencia de oscilación disminuye la longitud de onda…

Cuerda de longitud *L fija en ambos extremos: s*e establecen ondas estacionarias por la superposición continua de ondas incidentes y reflejadas desde los extremos. Existe una **condición frontera**: los extremos están fijos tienen desplazamiento cero (son nodos), por lo que la cuerda tiene un número de patrones de oscilación naturales discretos, llamados **modos normales (con una frecuencia característica) .**

Sólo se permiten ciertas frecuencias de oscilación: **cuantización.**

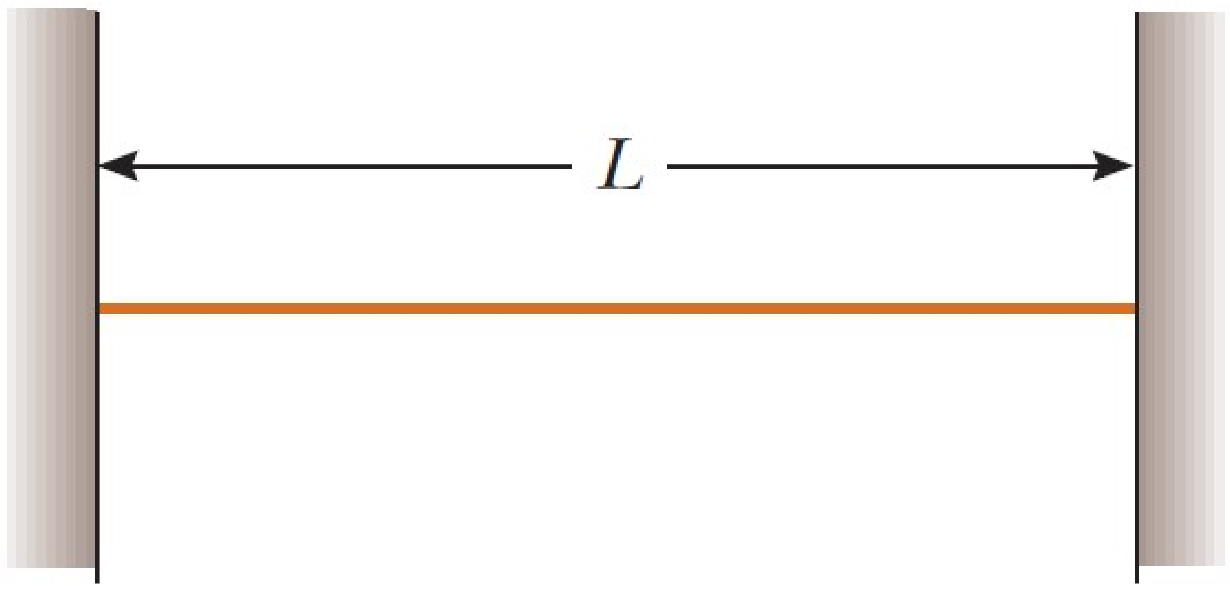
Solamente puede existir una onda estacionaria si su longitud de onda satisface:

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \quad \text{(cuerda fija en ambos extremos)}$$

Pueden existir ondas en la cuerda si la longitud de onda no es igual a uno de estos valores; sin embargo, no puede haber un patrón de onda estacionaria con nodos y antinodos, y la onda total no puede ser estacionaria.

ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS



Cuerda de longitud *L fija en ambos extremos:* modelo p/ cuerda de guitarra o piano.

Se establecen ondas estacionarias por la superposición continua de ondas incidentes y reflejadas desde los extremos.

Existe una **condición frontera**: los extremos están fijos tienen desplazamiento cero (son nodos), por lo que la cuerda tiene un número de patrones de oscilación naturales discretos, llamados **modos normales (con una frecuencia característica) .**

Sólo se permiten ciertas frecuencias de oscilación: **cuantización.**

MODOS NORMALES DE UNA CUERDA

Cuando se pulsa una cuerda de guitarra, se produce una onda en ella; que se refleja una y otra vez en los extremos de la cuerda, formando una onda estacionaria. Ésta, a la vez, produce una onda sonora en el aire, cuya frecuencia está determinada por las propiedades de la cuerda.

Si una cuerda de longitud L está fija en ambos extremos, solamente puede existir una onda estacionaria si su longitud de onda satisface esta ecuación

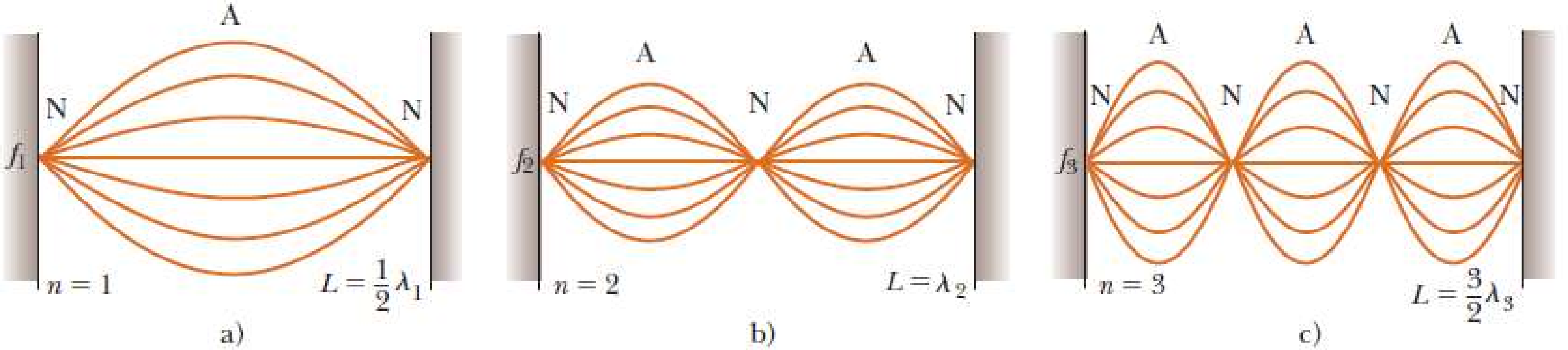
$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

Como los nodos están separados λ/2, si la longitud de la cuerda es L, se debe cumplir que:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad \text{(cuerda fija en ambos extremos)}$$

Pueden existir ondas en la cuerda si la longitud de onda no es igual a uno de estos valores; sin embargo, no puede haber un patrón de onda estacionaria con nodos y antinodos, y la onda total no puede ser estacionaria.

ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS



Modos de oscilación normales:

1er. modo normal: nodos en sus extremos y un antinodo en medio (hay 1 bucle): $\lambda_1 = 2L$.

2do.modo normal la cuerda vibra en dos bucles. $\lambda_2 = L$.

3er. modo normal $\lambda_3 = 2L/3$ *y la cuerda vibra en tres bucles.*

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1,2,3 \ldots$$

Frecuencias naturales (f_n) asociadas con los modos de oscilación ($f = v/\lambda$) *donde la rapidez de onda v es la misma para todas las frecuencias.*

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{2L}n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Frecuencia fundamental

ONDAS ESTACIONARIAS EN CUERDA FIJA EN AMBOS EXTREMOS

Las frecuencias de los modos restantes son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental: $f_n = n.f_1$

$$f_1 = \frac{v}{2L} \qquad f_n = n\frac{v}{2L}$$

Forman una **serie armónica, los modos normales se llaman armónicos.**

La frecuencia fundamental f_1 es la frecuencia del primer armónico,
$f_2 = 2f_1$ es la frecuencia del segundo armónico
y la frecuencia $f_n = nf_1$ es la frecuencia del n–ésimo armónico.

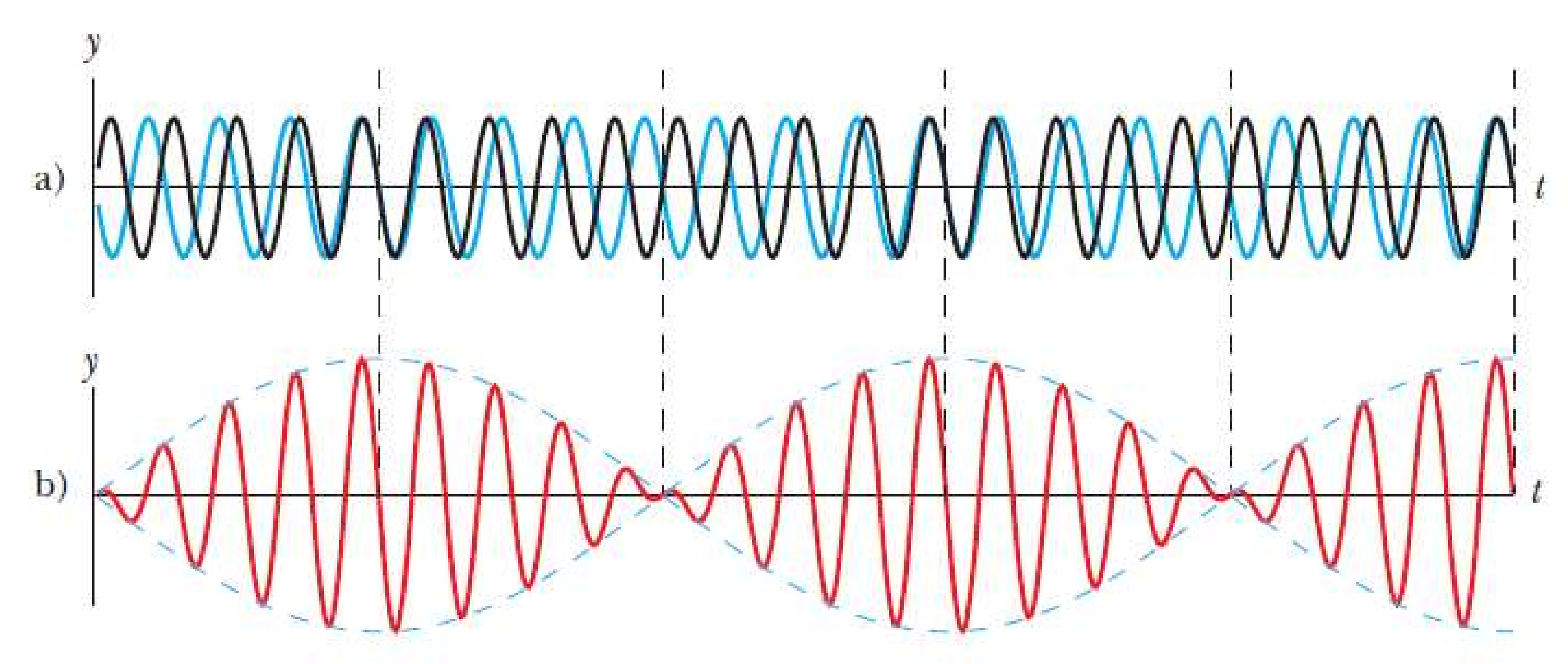
Estas frecuencias se conocen como **armónicos**, y la serie es una **serie armónica**. Y a f_2,f_3, etc.: **sobretonos**;
f_2 es el 2do. armónico o 1er. sobretono, f_3 es el 3er. armónico o 2do. sobretono, y así sucesivamente

ANIMACIÓN:
https://www.educaplus.org/game/vibracion-de-una-cuerda-de-extremos-fijos

PULSACIONES O BATIDOS

Veamos otro tipo de interferencia, uno que resulta de la suoerposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente distintas.

Batido o pulsación: variación periódica en intensidad en un punto dado debido a la superposición de dos ondas que tienen frecuencias ligeramente diferentes. Es una interferencia temporal y no espacial.



a) Ondas individuales.
b) Onda combinada.
La **onda envolvente (línea punteada) representa el batido** de los sonidos combinados.

ANIMACIÓN: https://www.walter-fendt.de/html5/phes/beats_es.htm

PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)

Dos ondas de igual amplitud que viajan a través de un medio con frecuencias ligeramente diferentes *f_1 y f_2 y* elijo un punto de modo que *$kx = \pi/2$:*

$$y_1 = A\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_1 t\right) = A\cos(2\pi f_1 t) \quad y_2 = A\sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega_2 t\right) = A\cos(2\pi f_2 t)$$

La onda resultante vale: $$y = y_1 + y_2 = A[\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)]$$

Usando la relación trigonométrica: $$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

Resulta: $$y = \left[2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\cos 2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t$$

Onda resultante: una frecuencia efectiva igual a la **frecuencia promedio** $(f_1 + f_2)/2$ *multiplicada por una **onda** envolvente:*:

$$y_{envolvente} = 2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t$$

Hay un máximo en la amplitud siempre que: $$\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t = \pm 1$$

Como hay *dos máximos en cada periodo de la onda envolvente y como la amplitud* varía con la frecuencia como $(f_1 - f_2)/2$*, el número de batidos por segundo, o la* **frecuencia de batido f_{batido}** ***es el doble de este valor.***

,

$$f_{batido} = |f_1 - f_2|$$

PULSACIONES O BATIDOS (BATIMIENTOS)

En resumen: La superposición de ondas de frecuencias f_1 y f_2 muy cercanas entre sí produce un fenómeno particular denominado **pulsación (o batido)**.

Para el sonido, nuestro sistema auditivo no es capaz de percibir separadamente las dos frecuencias presentes, sino que se percibe una frecuencia única promedio $(f_1 + f_2)/2$, pero que cambia en amplitud a una frecuencia de $f_2 - f_1$.

Ejemplo: si superponemos dos ondas senoidales de 300 Hz y 304 Hz, nuestro sistema auditivo percibirá un único sonido cuya frecuencia corresponde a una onda de 302 Hz y cuya amplitud varía con una frecuencia de 4 Hz (es decir, cuatro veces por segundo).

EJEMPLO: Ejercicio 4.1.9

La frecuencia fundamental de una cuerda con extremos fijos es de 100 Hz y la velocidad de la onda es de 300 m/s.

a) ¿Cuál es la longitud de onda de la frecuencia fundamental?

b) ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

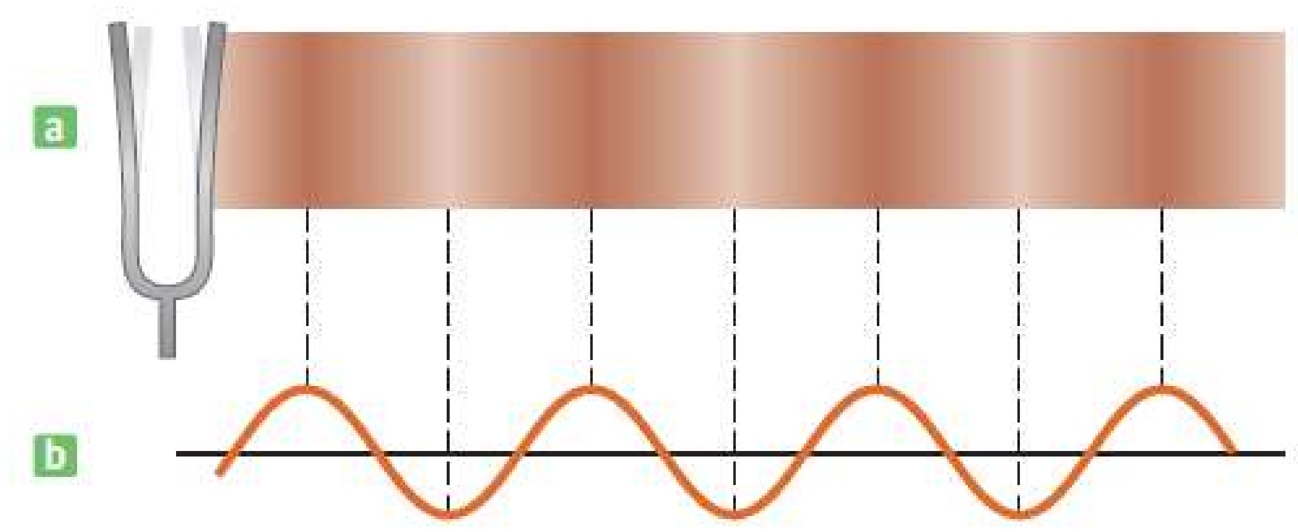
La velocidad de la onda está dada por: $v = f.\lambda = f_1.\lambda_1$ con = f_1 la frecuencia fundamental y λ_1 la longitud de onda correspondiente a la frecuencia fundamental.

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} = \frac{300}{100} = 3{,}00\, m$$

Como λ_1 = 2L, se deduce que L= 1,50 m

ONDAS SONORAS

Las **ondas de sonido o acústicas** son el ejemplo más importante de **ondas mecánicas longitudinales.**
Viajan por un medio, por ejemplo el aire, con una rapidez que depende de las propiedades del mismo, haciendo vibrar los elementos del medio produciendo cambios en la densidad y presión en la dirección del movimiento de la onda.
Cualquier onda acústica tiene su fuente en un objeto que vibra: un clarinete por una lengüeta que vibra, un tambor por la vibración del parche tenso en la parte superior, un piano por las cuerdas que vibran y un cantante por la vibración de las cuerdas vocales.



A medida que el diapasón vibra, se forma una sucesión de compresiones y rarefacciones que salen del diapasón.
El patrón resultante en el aire es parecido al de la figura.

Se puede usar una curva sinusoidal para representar una onda acústica.
Hay crestas en la onda sinusoidal en los puntos donde la onda acústica tiene compresiones, y depresiones donde tiene rarefacciones.

ONDAS SONORAS

Si la fuente de las ondas sonoras vibra sinusoidalmente, las variaciones de presión también son sinusoidales.
Descripción matemática de ondas sonoras sinusoidales es muy parecida a las ondas sinusoidales en cuerdas.

1) Ondas audibles *dentro intervalo sensibilidad oído* humano (20 Hz a 20 Khz)

2) Ondas infrasónicas *frecuencias por abajo del* intervalo audible.

Elefantes usan ondas infrasónicas para comunicarse mutuamente, aún cuando estén separados por varios kilómetros.

3) Ondas ultrasónicas *tienen frecuencias* por arriba del alcance audible.

Los perros escuchan el sonido ultrasónico que emite un silbato, para los humanos es imposible detectarlo. Se usan para la formación de imagen médica (ecografías).

Murciélagos y la ecolocalización- Son casi ciegos y evitan los obstáculos y localiza sus presas mediante ondas sonoras.

Emite una serie de chillidos de alta frecuencia y detecta el tiempo que demora las ondas en volver después de ser reflejadas por el objeto.

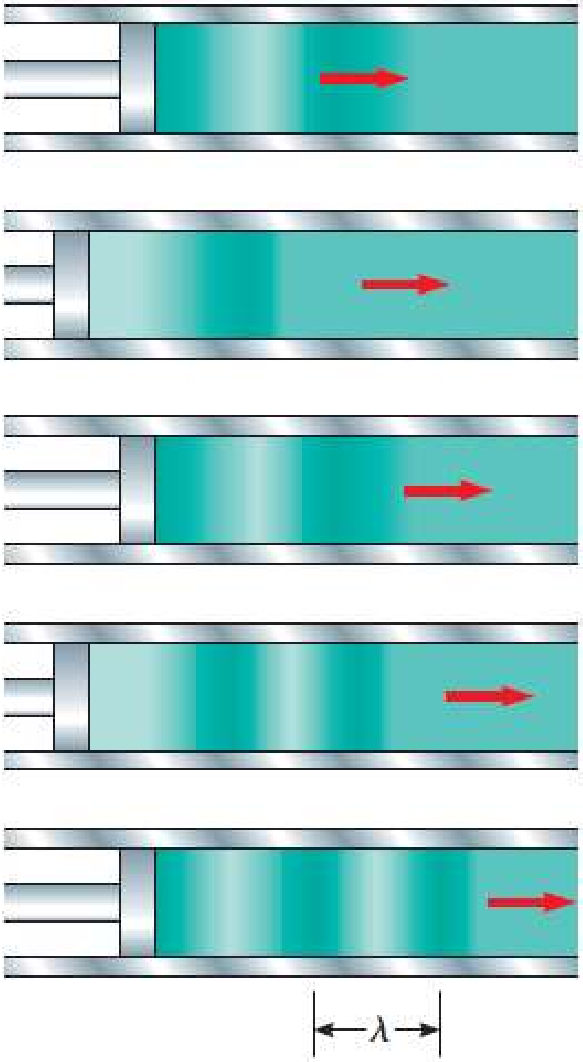
Un murciélago puede detectar sonido a frecuencias de 120 KHz.

La longitud de onda correspondiente vale: $\lambda = v/f = (340)(120.000 \text{ Hz}) = 2{,}87 \times 10^{-3}$ m

¿Por qué usan frecuencias tan altas y longitudes de ondas tan cortas?

Una onda sólo puede ser perturbada por objetos comparables a una longitud de ondas o mayores, mientras que objetos más pequeños no originan ninguna perturbación.

ONDAS SONORAS PERIÓDICAS

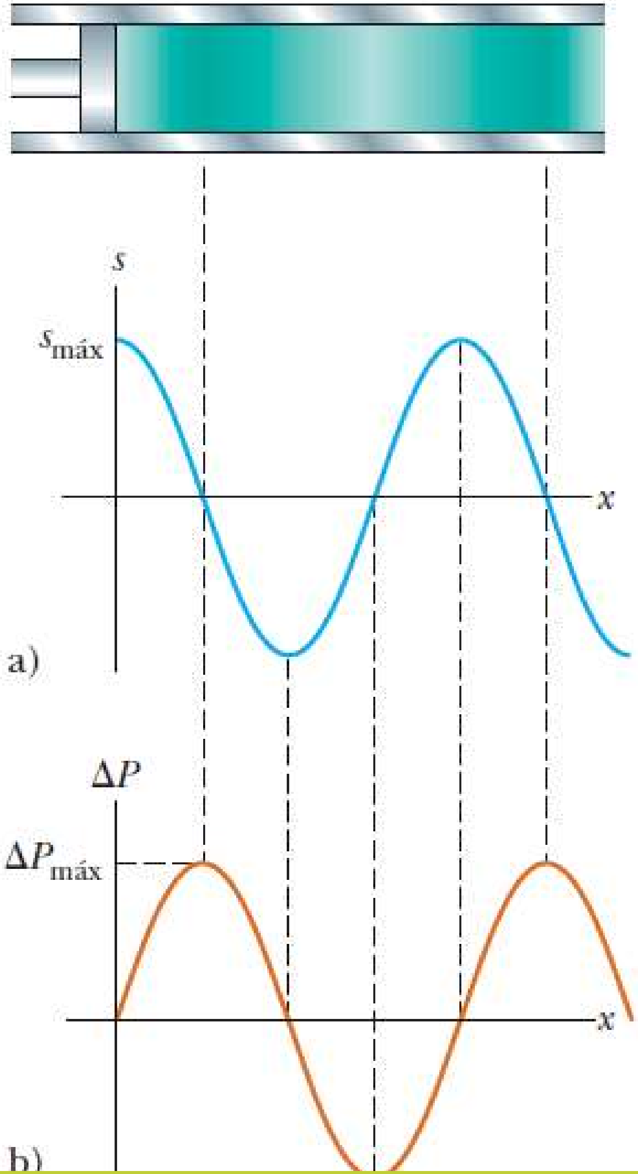


Onda sonora periódica unidimensional en tubo con gas, generado por pistón en oscilación en un extremo.
Región comprimida se forma cuando el pistón empuja en el tubo, se mueve a través del tubo, y comprime continuamente la región justo enfrente de ella misma.
Cuando el pistón retrocede, el gas enfrente de él se expande y la presión y la densidad en esta región caen por abajo de sus valores de equilibrio **(enrarecimiento).**
Ambas regiones se mueven a la rapidez del sonido en el medio.
La distancia entre dos compresiones sucesivas (o dos enrarecimientos sucesivos) es igual a la longitud de onda λ de la onda sonora.

Cualquier elemento pequeño del medio se mueve con movimiento armónico simple paralelo a la dirección de la onda.
s(x, t) posición de un elemento pequeño en relación con su posición de equilibrio:

$$s(x,t) = s_{max}\cos(kx - \omega t)$$

ONDAS SONORAS PERIÓDICAS



$$s(x,t) = s_{max}\cos(kx - \omega t)$$

Variación en la presión del gas ΔP *vista desde el valor de equilibrio también es* periódica

$$\Delta P(x,t) = \Delta P_{max}\sin(kx - \omega t)$$

la amplitud de presión *$\Delta P_{máx}$, que es el cambio máximo en presión desde el valor* de equilibrio, vale:

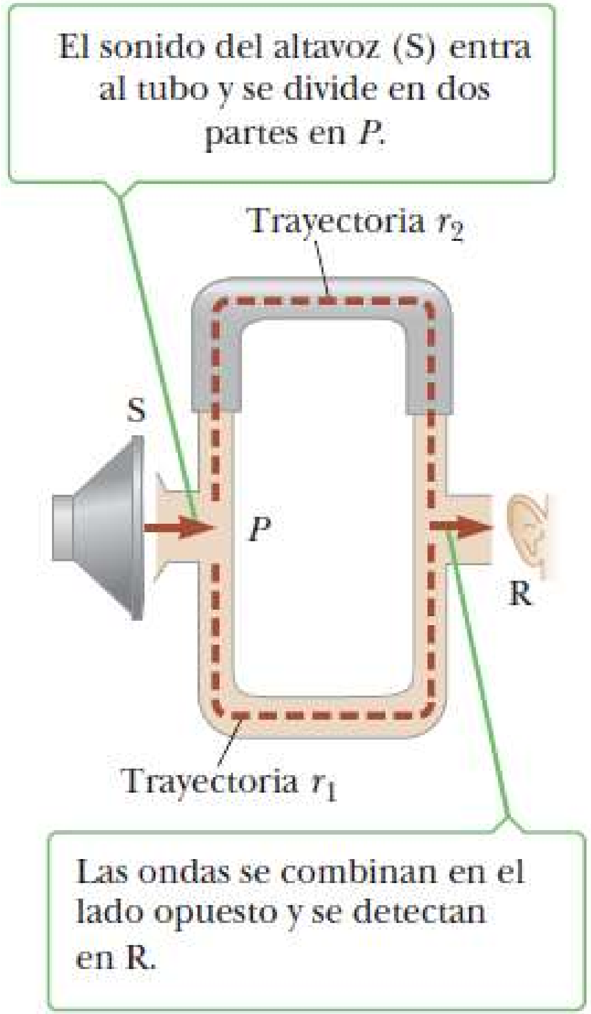
$$\Delta P_{max} = \rho v \omega s_{max}$$

La onda de presión está 90° fuera de fase con la onda de desplazamiento, es decir ¼ de ciclo (es decir un desfasaje de $\pi/2$).

ΔP es un máximo cuando el $s = 0$,
$s = s_{max}$ es un máximo cuando $\Delta P = 0$

a) Amplitud de desplazamiento y
b) b) amplitud de presión en función de la posición para una onda longitudinal sinusoidal

INTERFERENCIA DE ONDAS SONORAS



Las ondas de sonido pueden interferir una con otra. El sonido de un parlante en S se envía a un tubo *P, donde se divide y sigue dos trayectorias separadas r_1 y r_2* y finalmente se unen en una abertura donde una persona coloca su oído.

Si las dos trayectorias *tienen la misma longitud se* produce ***interferencia constructiva*** *y, por lo tanto, la persona escucha un sonido fuerte.*

Si la trayectoria superior se ajusta a toda una longitud de onda más larga que la trayectoria inferior, vuelve a ocurrir la interferencia constructiva de las dos ondas.

En general, **si la diferencia de trayectoria r_2 - r_1 es cero o un múltiplo entero de longitudes de onda,** entonces hay **interferencia constructiva**:

$$|r_2 - r_1| = n\lambda \quad (n = 0, 1, 2, 3 \ldots)$$

Si en cambio ***la diferencia de trayectorias r_2 - r_1 es ½, 1 ½. 2 ½, …*** **longitudes de onda, ocurre interferencia destructiva**: (*interferencia destructiva total, y no se detecta sonido en el receptor*

$$|r_2 - r_1| = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (n = 0, 1, 2, 3 \ldots)$$

ONDAS ESTACIONARIAS de SONIDO

Supongamos que tenemos dos parlantes y que emiten ondas sonoras de la misma frecuencia y amplitud pero se propagan en sentidos opuestos en el mismo medio.
Estas ondas se combinan de acuerdo con el modelo de ondas en interferencia.
Puedo considerar funciones de onda para dos ondas sinusoidales transversales que tengan la misma amplitud, frecuencia y longitud de onda pero que viajen en sentidos opuestos en el mismo medio:

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t) \qquad y_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

Como vimos anteriormente, la superposición de estas dos ondas nos da:

$$y = (2A\sin kx)\cos\omega t$$

Esta ecuación representa la función de onda de una **onda estacionaria.**
Una onda estacionaria, como la de una cuerda, que representa un patrón de oscilación *con un contorno estacionario que resulta de la superposición de dos ondas idénticas* que viajan en sentidos opuestos.

ONDAS ESTACIONARIAS de SONIDO

Es posible generar ondas estacionarias en un tubo de aire; por ejemplo un tubo de órgano, como resultado de la interferencia entre ondas acústicas que se desplazan en sentidos opuestos.

La relación entre la onda incidente y la onda reflejada depende de que el extremo reflector del tubo esté abierto o cerrado.

Una parte de la onda acústica es reflejada hacia el tubo incluso en un extremo abierto.

Si un **extremo** está **cerrado,** debe existir un **nodo de desplazamiento** en él porque el movimiento de aire está restringido.

Si e**l extremo** está **abierto**, los elementos de aire tienen completa libertad de movimiento y existe un **antinodo de desplazamiento.**

Extremo cerrado (de columna de aire)**:** es un **nodo de desplazamiento** y **antinodo de presión** (punto de máxima variación de presión).

Extremo abierto (de columna de aire)**:** es un **antinodo de desplazamiento** (aproximadamente) y un **nodo de presión** (la presión en este extremo permanece constante a presión atmosférica).

Con las **condiciones frontera** de nodos o antinodos en los extremos de la columna de aire, se tiene un **conjunto de modos normales de oscilación** (como para la cuerda fija en ambos extremos)

Por lo tanto, la **columna de aire tiene frecuencias cuantizadas**