Primer Parcial - Física 2 (Biociencias - Geociencias) - Solución

Datos proporcionados: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C^2/(N\cdot m^2)}$; $k_c = 8,99 \times 10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}$; $g = 9,80\,\mathrm{m/s^2}$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$; $e = 1,602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Problema 1.A y 1.B - Carga y Fuerza Eléctrica

1.A - Fuerza entre esferas después del contacto

Condición Inicial: Esferas idénticas 1 y 2, $Q_1 = Q_2 = Q$. Fuerza inicial $F_i = k_c \frac{Q^2}{d^2} = 104\,\mathrm{mN}$. La fuerza es repulsiva.

Proceso de contacto:

1. **Esfera 3 (neutra) toca a Esfera 1 (Q):**

$$Q_1' = Q_3' = \frac{Q+0}{2} = \frac{Q}{2}$$

2. **Esfera 3 ($Q/2$) toca a Esfera 2 (Q):**

$$Q_2'' = Q_3'' = \frac{Q+Q/2}{2} = \frac{3Q/2}{2} = \frac{3Q}{4}$$

Cargas finales: $Q_1'' = \frac{Q}{2}$, $Q_2'' = \frac{3Q}{4}$. Ambas cargas tienen el mismo signo, por lo que la fuerza final es repulsiva.

Fuerza Final (F_f):

$$F_f = k_c \frac{Q_1'' Q_2''}{d^2} = k_c \frac{(Q/2)(3Q/4)}{d^2} = \frac{3}{8}\left(k_c \frac{Q^2}{d^2}\right)$$

Sustituyendo F_i:

$$F_f = \frac{3}{8} F_i = \frac{3}{8}(104\,\mathrm{mN}) = 39\,\mathrm{mN}$$

Respuesta: $39\,\mathrm{mN}$ repulsiva. **Opción:** e) $39\,\mathrm{mN}$ repulsiva.

1.B - Afirmación Verdadera

La afirmación verdadera es:

- **c) Si las tres esferas se hubiesen puesto simultáneamente en contacto todas con todas, la carga de cada una de ellas sería la misma. (Verdadera)** La carga total $2Q$ se reparte por igual entre las tres esferas idénticas, quedando cada una con $2Q/3$.

Opción: d)

Problema 2.A y 2.B - Conservación de Energía y Momento

2.A - Velocidad de las partículas

Datos: $m_1 = m_2 = m = 5,9 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$; $q_1 = 2,0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$; $q_2 = 3,0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C}$; $d_i = 1,0\,\mathrm{m}$; $d_f = 5,0\,\mathrm{m}$.

1. Conservación del Momento Lineal ($\vec{p}$):

$$p_i = p_f \implies mv_{1i} + mv_{2i} = mv_{1f} + mv_{2f}$$

Como $v_{1i} = v_{2i} = 0$ y $m_1 = m_2$:

$$0 = m(v_{1f} + v_{2f}) \implies v_{1f} = -v_{2f}$$

Las velocidades finales tienen el mismo módulo: $|v_{1f}| = |v_{2f}| = v$.

2. Conservación de la Energía (E):

$$E_i = E_f \implies U_i + K_i = U_f + K_f$$

$$k_c \frac{q_1 q_2}{d_i} + 0 = k_c \frac{q_1 q_2}{d_f} + \frac{1}{2} m v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m v_{2f}^2$$

$$k_c q_1 q_2 \left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_f} \right) = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 = m v^2$$

3. Cálculo de la Velocidad (v):

$$v^2 = \frac{k_c q_1 q_2}{m} \left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_f} \right)$$

$$v^2 = \frac{(8,99 \times 10^9 \,\mathrm{N \cdot m^2/C^2})(2,0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(3,0 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{5,9 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}} \left(\frac{1}{1,0\,\mathrm{m}} - \frac{1}{5,0\,\mathrm{m}} \right)$$

$$v^2 = \frac{53,94 \times 10^{-3}}{5,9 \times 10^{-3}} (0,8) = 9.14 \times 0,8 = 7.32\,\mathrm{m^2/s^2}$$

$$v = \sqrt{7.32} \approx 2.7\,\mathrm{m/s}$$

$$v_1 = v_2 \approx 2.7\,\mathrm{m/s}$$

Opción: a) $v_1 = v_2 = 2.7\,\mathrm{m/s}$

2.B - Aseveraciones Correctas

Las aseveraciones correctas son:

- **i) Las cargas se repelen. (Correcta)** Ambas son positivas.
- **ii) Como se conserva el momento lineal, las velocidades finales tienen el mismo módulo. (Correcta)** Dado que $m_1 = m_2$, $v_{1f} = -v_{2f}$.
- **iv) La energía potencial disminuye en el proceso. (Correcta)** La distancia aumenta, y para cargas del mismo signo ($U \propto 1/d$), la energía potencial disminuye.

Opción: b) i), ii) y iv)

Problema 3.A y 3.B - Circuitos de Corriente Continua

3.A - Potencia entregada por la fuente

Datos: $\mathcal{E} = 12,0\,\mathrm{V}$; $R_1 = 2,00\,\Omega$; $R_2 = 6,00\,\Omega$; $R_3 = 3,00\,\Omega$; $P_4 = 4,00\,\mathrm{W}$; $I_3 = 2,00\,\mathrm{A}$.

1. Cálculo de R_4: R_3 y R_4 están en serie, $I_4 = I_3 = 2,00\,\mathrm{A}$.

$$R_4 = \frac{P_4}{I_4^2} = \frac{4,00\,\mathrm{W}}{(2,00\,\mathrm{A})^2} = 1,00\,\Omega$$

2. Resistencia Equivalente (R_{eq}):

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 3,00\,\Omega + 1,00\,\Omega = 4,00\,\Omega$$

$$R_{234} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{34}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{6,00\,\Omega} + \frac{1}{4,00\,\Omega} \right)^{-1} = \frac{42}{5}\,\Omega = 2.4\,\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{234} = 2,00\,\Omega + 2.4\,\Omega = 4.4\,\Omega$$

3. Corriente Total (I):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{12,0\,\mathrm{V}}{4.4\,\Omega} \approx 2.72\,\mathrm{A}$$

4. Potencia Entregada (P):

$$P = \mathcal{E} I = (12,0\,\mathrm{V}) \times 2.72\,\mathrm{A} \approx 32.64\,\mathrm{W}$$

Respuesta: $P \approx 32.7\,\mathrm{W}$. **Opción:** c) $P = 32.7\,\mathrm{W}$

3.A - Solución alternativa

Debido a un dato superfluo en el ejercicio, había dos métodos distintos y correctos de llegar a un resultado, resultado que no coincidía. Por lo tanto, la resolución siguiente del ejercicio también fue tomada como correcta.

1. **Analizar la rama $R_3 - R_4$:** Como R_3 y R_4 están en serie, la corriente que las atraviesa es la misma: $I_4 = I_3 = 2,00\,\mathrm{A}$. Podemos calcular R_4 a partir de su potencia disipada:

$$P_4 = I_4^2 R_4 \implies R_4 = \frac{P_4}{I_4^2} = \frac{4,00\,\mathrm{W}}{(2,00\,\mathrm{A})^2} = 1,00\,\Omega$$

La resistencia equivalente de esta rama es $R_{34} = R_3 + R_4 = 3,00\,\Omega + 1,00\,\Omega = 4,00\,\Omega$.

2. **Voltaje en el paralelo:** El voltaje a través de la rama $R_3 - R_4$ es el mismo que a través de R_2:

$$V_{paralelo} = V_{34} = I_3 R_{34} = (2,00\,\mathrm{A})(4,00\,\Omega) = 8,00\,\mathrm{V}$$

3. **Corriente total:** La corriente que circula por I_2 vendrá dada por:

$$I_2 = \frac{V_{paralelo}}{R_2} = \frac{8.00}{6.00}\,\mathrm{A} \approx 1.33\,\mathrm{A}$$

Aplicamos la ley de Kirchhoff para obtener la corriente que circula por la resistencia 1:

$$\varepsilon - I_3R_3 - I_3R_4 - I_1R_1 = 0$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon - I_3R_3 - I_3R_4}{R_1} = \frac{4}{2}\,\mathrm{A} = 2\,\mathrm{A}$$

Por lo tanto, la corriente total es:

$$I_{total} = I_2 + I_1 = 3.33\,\mathrm{A}$$

4. **Potencia de la fuente:**

$$P_{fuente} = \mathcal{E} \cdot I_{total} = (12,0\,\mathrm{V})(3.33\,\mathrm{A}) \approx 40.0\,\mathrm{W}$$

Respuesta alternativa: $P = 40.0\,\mathbf{W}$

3.B - Afirmación Falsa

La afirmación falsa es:

- **b) La resistencia equivalente R_{234} es siempre mayor que R_2.** Pues el equivalente en paralelo siempre es menor que la menor de las resistencias del conjunto.

Opción: b)

Problema 4.A y 4.B - Circuitos RC y Dieléctricos

4.A - Constante Dieléctrica (κ)

Datos: $R = 250 \times 10^6\,\Omega$; $L = 0,150\,\mathrm{m}$ ($A = 0,0225\,\mathrm{m}^2$); $d = 2,00 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$; $t = 0,026\,\mathrm{s}$ para $q(t) = 0,50Q_{total}$.

1. **Constante de tiempo ($\tau = RC$):**

$$q(t) = Q_{total}(1 - e^{-t/\tau}) \implies 0,50 = 1 - e^{-t/\tau} \implies e^{-t/\tau} = 0,50$$

$$\frac{t}{\tau} = -\ln(0,50) = 0,6931 \implies \tau = RC = \frac{t}{0,6931}$$

2. **Cálculo de la Capacitancia (C):**

$$C = \frac{t}{0,6931R} = \frac{0,026\,\mathrm{s}}{0,6931 \times (250 \times 10^6\,\Omega)} \approx 1.50 \times 10^{-10}\,\mathrm{F}$$

3. Cálculo de la Constante Dieléctrica (κ): La capacitancia es $C = \kappa\epsilon_0 \frac{A}{d}$, donde $A = (0,150\,\text{m})^2 = 0,0225\,\text{m}^2$.

$$\kappa = \frac{Cd}{\epsilon_0 A} = \frac{(1.50 \times 10^{-10}\,\text{F}) \times (2,00 \times 10^{-3}\,\text{m})}{(8,85 \times 10^{-12}\,\text{F/m}) \times (0,0225\,\text{m}^2)}$$

$$\kappa = \frac{3.00 \times 10^{-13}}{1,99 \times 10^{-13}} \approx 1.5$$

Respuesta: $\kappa \approx 51.5$. **Opción:** f) $\kappa = 1.5$

4.B - Aseveraciones sobre Capacitores

Las aseveraciones verdaderas son:

- **i) Si se aumenta al doble la distancia entre las placas, entonces la nueva capacitancia disminuye a la mitad. (Verdadera)** $C \propto 1/d$.
- **ii) Al descargarse un capacitor a través de una resistencia, el voltaje entre sus placas disminuye exponencialmente con el tiempo. (Verdadera)** $V(t) = V_0 e^{-t/RC}$.

Opción: d) i) y ii)

Problema 5.A y 5.B - Espectrómetro de Masas

5.A - Masa del ion

Datos: $q = +2e$; $E = 960\,\text{V/m}$; $B = B_0 = 75,0 \times 10^{-3}\,\text{T}$; $d = 0,366\,\text{m}$.

1. Velocidad en el Selector (v): En el selector de velocidad, $F_e = F_m \implies qE = qvB$.

$$v = \frac{E}{B} = \frac{960\,\text{V/m}}{75,0 \times 10^{-3}\,\text{T}} = 12\,800\,\text{m/s}$$

2. Radio de Curvatura (r): El ion recorre un semicírculo, por lo que d es el diámetro.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{0,366\,\text{m}}{2} = 0,183\,\text{m}$$

3. Cálculo de la Masa (m): En la cámara de desviación, $F_m = F_c \implies qvB_0 = \frac{mv^2}{r}$.

$$m = \frac{qB_0 r}{v}$$

Sustituyendo los valores:

$$m = \frac{(2 \times 1,602 \times 10^{-19}\,\text{C}) \times (75,0 \times 10^{-3}\,\text{T}) \times (0,183\,\text{m})}{12\,800\,\text{m/s}}$$

$$m = \frac{4.39749 \times 10^{-21}}{12\,800}\,\text{kg} \approx 3.44 \times 10^{-25}\,\text{kg}$$

Respuesta: $m \approx 3.45 \times 10^{-25}\,\text{kg}$. **Opción:** a) $3.45 \times 10^{-25}\,\text{kg}$

0.1 5.B - Afirmación Falsa

La afirmación falsa es:

- **e) La fuerza magnética no varía ni la energía cinética ni la cantidad de movimiento de una partícula cargada en movimiento. (Falsa)** La fuerza magnética ($\vec{F}_m$) es siempre perpendicular a la velocidad ($\vec{v}$), por lo que **no varía** la energía cinética (K). Sin embargo, sí varía la **dirección** de $\vec{v}$, por lo tanto, sí varía el vector cantidad de movimiento ($\vec{p} = m\vec{v}$).

Opción: e)