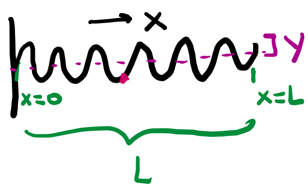
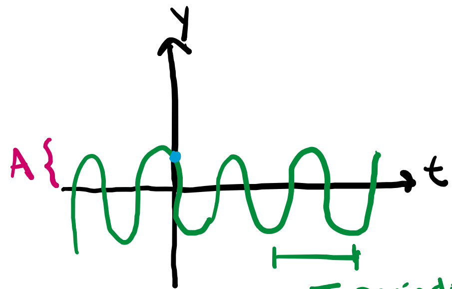
Ondas:

Ecuación de onda $y(x,t) = \underline{A}\,\mathrm{sen}(\underline{k}x \pm \underline{\omega}t + \underline{\phi})$

cuerda

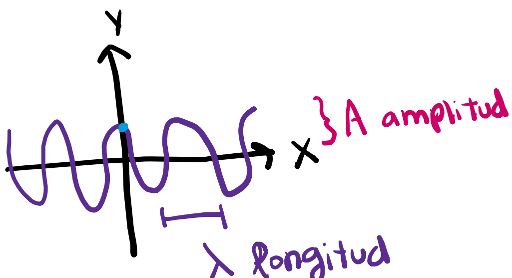




frecuencia $f = \frac{1}{T}$

x fijo

frecuencia angular $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$



t fijo

número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Ángulo de fase: posición inicial $\quad y(x,t) = A\,\mathrm{sen}(kx \pm \omega t + \phi)$

$y(x=0, t=0) = A\,\mathrm{sen}(\phi)$

- Si la onda se mueve $\longrightarrow$ $kx - \omega t + \phi$
- " " " $\longleftarrow$ $kx + \omega t + \phi$

Velocidad de la onda: $\boxed{v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f}$

4.1.5- Una onda transversal en una cuerda se describe por medio de la función

$$y(x,t) = \underbrace{(0{,}12\ m)}_{A} \sin\left[\pi\left(\underbrace{\frac{x}{0{,}80\ m}}_{K} + \underbrace{(4{,}0\ s^{-1})}_{\omega}t\right)\right]$$

a) Determine la velocidad y aceleración transversales de la cuerda en $t = 2{,}0$ s para el punto sobre la cuerda localizado en $x = 1{,}6$m.

b) ¿Cuáles son la longitud de onda, el período y la velocidad de propagación de esta onda?

c) Grafique el perfil de la onda en $t = 0$ s y en $t = 0{,}25$ s.

d) Grafique la altura en función del tiempo para el punto de la cuerda ubicado en $x = 1{,}0$ m.

$A = 0{,}12\ m \qquad \omega = \pi \cdot 4{,}0\ \frac{1}{s}$

$K = \frac{\pi}{0{,}80\ m} \qquad \phi = 0$

a) $$v_y = \frac{dy(x,t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left(0{,}12 \cdot sen\left(\frac{\pi}{0{,}8}x + \pi 4{,}0\, t\right)\right) =$$

$$= 0{,}12 \cos\left(\frac{\pi}{0{,}8}x + \pi \cdot 4{,}0\, t\right)\pi 4{,}0 = \pi \cdot 4{,}0 \cdot 0{,}12 \cos\left(\frac{\pi}{0{,}8}x + \pi \cdot 4{,}0\, t\right)$$

$$v_y(x=1{,}6m,\ t=2{,}0s) = \pi \cdot 4{,}0 \cdot 0{,}12 \cdot \cos\underbrace{\left(\underbrace{\frac{\pi}{0{,}8}1{,}6}_{2} + \underbrace{\pi \cdot 4{,}0 \cdot 2{,}0}_{8}\right)}_{\cos(10\pi) = 1} = \pi \cdot 4{,}0 \cdot 0{,}12\ m/s$$

$$= 1{,}5\ m/s$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt}(x,t) = \frac{d}{dt}\left(1{,}5 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{0{,}8} + \pi \cdot 4{,}0\, t\right)\right)$$

$$= -1{,}5\, sen\left(\frac{\pi x}{0{,}8} + \pi \cdot 4{,}0\, t\right) \cdot \pi \cdot 4{,}0$$

$$a_y(x=1{,}6m,\ t=2{,}0s) = -1{,}5 \cdot \pi \cdot 4{,}0 \cdot sen\underbrace{\left(\underbrace{\frac{\pi}{0{,}8}1{,}6 + \pi \cdot 4{,}0 \cdot 2{,}0}_{10\pi}\right)}_{sen(10\pi) = 0} = 0$$

b) $$\lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}/0{,}8} = 2 \cdot 0{,}8 = 1{,}6\ m$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\cancel{\pi}}{4\cancel{\pi}} = 0{,}5\ s$$

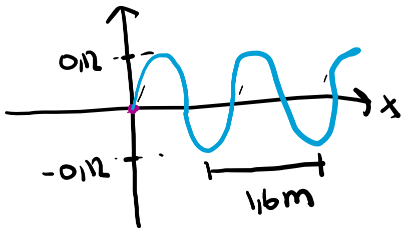
$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{1{,}6m}{0{,}5s} = 3{,}2\ m/s$$

$$y(x,t) = 0{,}12 \cdot sen\left(\frac{\pi}{0{,}8}x + \pi \cdot 4{,}0\, t\right)$$

c) t=0: Posición inicial: $y(x=0,\ t=0) = 0{,}12 \cdot sen(0) = 0$

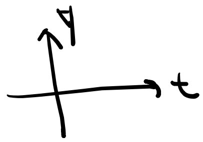
Velocidad inicial: $v_y(x=0,\ t=0) = 1{,}5 \cdot \underbrace{\cos(0)}_{=1} = 1{,}5$ positiva

y

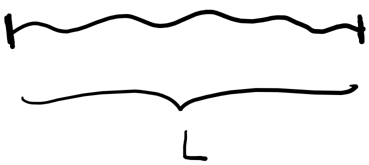


Velocidad inicial: $V_y(x=0, t=0) = 1,5 \cdot \underbrace{\cos(0)}_{=1} = 1,5$ positiva

d)



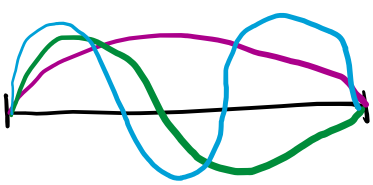
Ondas estacionarias



→ cuerda con extremos fijos

$\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad n = 1, 2, 3, \ldots$

$\lambda_1 = 2L, \ \lambda_2 = \frac{2L}{2} = L, \ \lambda_3 = \frac{2L}{3}, \ \ldots$



$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{vn}{2L}$

$\underbrace{f_1 = \frac{v}{2L}}, \ f_2 = \frac{v}{L}, \ \ldots$ → modos o armónicos

↳ frecuencia fundamental

n=1

n=2

n=3

Velocidad: $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

T → tensión de la cuerda

μ → densidad lineal de masa $\mu = \frac{m}{L}$ (m → masa, L → largo)

4.1.9- La frecuencia fundamental de una cuerda con extremos fijos es de 100 Hz y la velocidad de la onda es de 300 m/s.
a) ¿Cuál es la longitud de onda de la frecuencia fundamental?
b) ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

a) $f_1 = 100\,Hz$ → $f_1 = \frac{v}{2L} \rightsquigarrow 2L = \frac{v}{f_1}$

$v = 300\,m/s$

$$\lambda_1 = \underline{2L} = \frac{v}{f_1} = \underline{3m}$$

b) $2L = 3m \rightarrow L = 1{,}5m$

4.1.11- Un alambre de acero de 25,0 g de masa y 1,35 m de longitud se coloca en un bajo de tal modo que la distancia desde el peine hasta el puente es de 1,10 m.

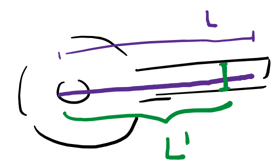
a) Calcule la densidad lineal de la cuerda.

b) ¿Qué velocidad de onda sobre la cuerda producirá le frecuencia fundamental deseada de la cuerda de Mi, 41,2 Hz?

c) Calcule la tensión requerida para obtener la frecuencia apropiada.

d) Calcule la longitud de onda de la vibración de la cuerda.

e) ¿Cuál es la longitud de onda del sonido producido en el aire? (Suponga que la velocidad del sonido en el aire es de 343 m/s.)



$m = 25{,}0\ g = 25 \times 10^{-3}\ kg$

$L = 1{,}35m$

$L' = 1{,}10m$

a) $\mu = \frac{m}{L} = \frac{25 \times 10^{-3}\ kg}{1{,}35m} = 0{,}0185\ kg/m$

b) $Mi \rightarrow f_1 = 41.2\ Hz = \frac{v}{2L'} \rightarrow v = f_1 2L' = 41.2\ Hz \cdot 2 \cdot 1{,}10m$
$= 111\ m/s$

c) $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \rightarrow T = v^2 \mu = (111\ m/s)^2 \cdot 0{,}0185\ kg/m = 229\ N$

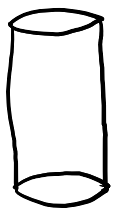
d) $\lambda_{1\,cuerda} = \frac{v}{f_1} = \frac{111\ m/s}{41.2\ Hz} = 2{,}7\ m$

e) $\lambda_{aire} = \frac{V_{aire}}{f_1} = \frac{343\ m/s}{41{,}2Hz} = 8{,}33m$

ondas sonoras → longitudinales

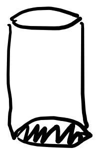
- Estacionarias en un tubo:

• Estacionarias en un tubo:



Abierto: $f_n = n\frac{v}{2L}$, $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ $n = 1, 2, 3, \ldots$

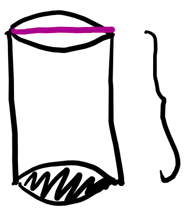
Cerrado: $\longrightarrow$ mismas



Un lado abierto y un lado cerrado: $f_n = \frac{(2n-1)v}{4L}$ $\lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$

4.2.11- Examen julio 2024- Se quiere diseñar un instrumento musical rudimentario, que consiste en un tubo metálico de longitud **L =1,20 m** y diámetro **D = 15,0 cm** en el cual se estira una cuerda con una masa por unidad de longitud **μ = 120 g/m** a lo ancho del extremo abierto del tubo, de modo que la cuerda queda fija en ambos extremos . El otro extremo está cerrado. Para producir cierto efecto musical se quiere que la frecuencia de la onda estacionaria del tercer armónico en la cuerda sea igual a la frecuencia fundamental para las ondas sonoras en la columna de aire dentro del tubo. Considerando que la rapidez del sonido en el aire vale **v_s = 343 m/s**, ¿a qué tensión se debe ajustar la cuerda para producir el efecto deseado?

$D = 15cm = 0{,}15m$



$L = 1{,}20\,m$

$\mu = 120\,\frac{g}{m} = 0{,}120\,\frac{kg}{m}$ $V_s = 343\,\frac{m}{s}$

$f_3^{cuerda} = f_1^{aire}$

$T \rightsquigarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \longrightarrow T = v^2\mu \rightsquigarrow$ velocidad en la cuerda

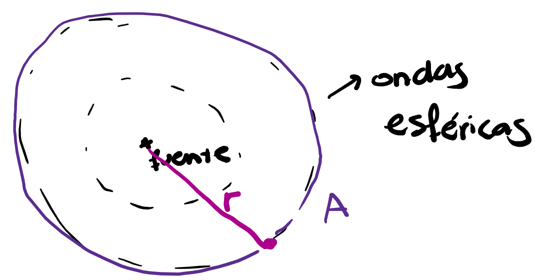
$f_3^{cuerda} = \frac{3V}{2D}$, $f_1^{aire} = \frac{V_s}{4L}$ $\longrightarrow$ $\frac{3V}{2D} = \frac{V_s}{4L}$

$f_n^{aire} = \frac{(2n-1)V_s}{4L}$

$\rightarrow V = \frac{V_s}{4L} \cdot \frac{2D}{3} = \frac{V_s D}{6L}$

$= \frac{343\,m/s \cdot 0{,}15m}{6 \cdot 1{,}20\,m} = 7{,}14\,m/s$

$$T = v^2 \mu = (7{,}14\,m/s)^2 \cdot 0{,}120\,\frac{kg}{m} = 6{,}09\,N$$



Intensidad sonora: $I = \frac{P}{A}$ → potencia, → área

$$A = 4\pi r^2 \longrightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

P → depende de la fuente

$4\pi r^2$ → depende del observador

$$[I] = W/m^2$$

Nivel sonoro: $\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

I_0 intensidad de referencia

$I_0 = 1 \times 10^{-12}\ W/m^2$

$$[\beta] = dB$$

4.2.5- Estime la energía sonora total liberada por un cohete en la Noche de las Luces. El sonido de dicho cohete tuvo una duración de 0,200 s y se registró un nivel sonoro de 120 dB, a 500 m del centro de la explosión.

$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$ $\quad \Delta t = 0{,}200\,s$

$r = 500\,m$

$$\beta = 120\,dB = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\frac{120}{10} = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \longrightarrow 10^{120/10} = \frac{I}{I_0} \longrightarrow I = I_0 \cdot \underbrace{10^{120/10}}_{10^{12}}$$

$$I = 1 \times 10^{-12} \cdot 10^{12} = 1\,W/m^2$$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \longrightarrow P = I \cdot 4\pi r^2 = 1\,W/m^2 \cdot 4\pi \cdot (500\,m)^2$$

$$= 3{,}14 \times 10^6\,W$$

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 3{,}14 \times 10^6\,W \cdot 0{,}200\,s = 6{,}28 \times 10^5\,J$$

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 3{,}14 \times 10^6\,W \cdot 0{,}200\,s = 6{,}28 \times 10^5\,J$$