

TEMAS PARA EL EXAMEN TEÓRICO

1. Ecuaciones lineales de primer y segundo orden en la recta:
 - a) Prueba de que en el caso homogéneo el conjunto de soluciones es un espacio vectorial de dimensión 1 o 2 (dependiendo del orden).
 - b) Estructura del conjunto de soluciones en el caso no homogéneo.
2. Teoremas de existencia y unicidad.
 - Enunciado del Teorema de Peano.
 - Enunciado del Teorema de Picard (conocer en detalle las hipótesis y tesis).
 - Idea de la prueba del Teorema de Picard: saber probar que una solución es punto fijo de la transformada de Picard.
3. Soluciones maximales.
 - Prueba de la existencia de solución máxima dada una condición inicial.
 - Teorema de escape de compactos: enunciado y prueba.
4. Ecuaciones lineales en $\mathbb{R}^n$:
 - Definición de ecuación lineal y ecuación homogénea asociada.
 - Estructura del conjunto de soluciones en el caso homogéneo y no homogéneo: saber probar en el primer caso que es un espacio vectorial de dimensión n y en el segundo que toda solución es la suma de una particular y una solución de la ecuación homogénea.
 - Norma de una matriz.
 - Prueba de que las soluciones maximales de una ecuación lineal están definidas para todo tiempo (asumiendo el Lema de Gronwall).
 - Definición y propiedades de la exponencial de una matriz.
 - Solución de una ecuación lineal homogénea de coeficientes constantes: prueba asumiendo resultados previos de convergencia uniforme.
 - Definición de matriz fundamental y método de variación de constantes.
5. Ecuaciones autónomas.
 - Definición de flujo local asociado (probando que se cumple la propiedad de flujo).
 - Definición de órbita de un punto, punto de equilibrio y punto periódico/órbita periódica.
6. Estabilidad.
 - Definición de trayectoria (punto de equilibrio) estable y asintóticamente estable.
 - Teoremas de Lyapunov (con prueba).
 - Enunciado del Teorema de Cetaev.
 - Definición de preintegral y prueba de que en ese caso los conjuntos de nivel contienen órbitas.
7. Series de Fourier.

- Definición de norma en el espacio de funciones $2L$ -periódicas.
- Definición de serie de Fourier de una función $2L$ -periódica.
- Identidad de Parseval y desigualdad de Bessel.
- Enunciado de convergencia en norma.
- Enunciado de teorema de Dini y convergencia puntual de la serie de Fourier.
- Saber extender una función definida en $[0, L]$ para obtener una serie de senos.

8. Ecuaciones de calor (problema de difusión en una barra).

- Obtención de soluciones usando el método de separación de variables.
- Teorema de existencia de soluciones para el problema de Dirichlet con condición inicial y esquema de la prueba (saber qué se necesita probar y que se debe usar la convergencia uniforme).