

Hola,

Para la parte b: querés hallar  $\|v\|$  y  $\|u + v\|$  con los siguientes datos:

- 1)  $\|u\| = 3$
- 2) el ángulo entre  $u$  y  $v$  es  $\frac{\pi}{4}$
- 3) el ángulo entre  $u$  y  $u + v$  es  $\frac{\pi}{6}$

Una idea es la siguiente: hallar relaciones entre las incógnitas  $\|v\|$  y  $\|u + v\|$ . Para hacerlo, se puede usar el teorema del coseno de dos formas diferentes y llegar a dos ecuaciones

$$\begin{aligned} \text{A)} & \|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2 + 2\|u\|\|v\|\cos\left(\frac{\pi}{4}\right), \text{ y} \\ \text{B)} & \|u\|^2 = \|u + v\|^2 + \|v\|^2 - 2\|u + v\|\|v\|\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

Usando los datos estas ecuaciones quedan:

$$\begin{aligned} \text{A)} & \|u + v\|^2 = \|v\|^2 + 9 + \frac{3}{\sqrt{2}}\|v\| \\ \text{B)} & \|v\|^2 = \|u + v\|^2 + 9 - 3\sqrt{3}\|v\| \end{aligned}$$

y sumándolas resulta (haciendo algunas cuentas):

$$\|v\| = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\|u + v\| - 3\sqrt{2}$$

Pueden usar esta ecuación en la ecuación B, y seguir haciendo cuentas para despejar  $\|u + v\|$ .

Otra forma más geométrica (no se preocupen tanto por esto, cuando puedan si les interesa lo lean) consiste en: reducir el caso general de  $\mathbb{R}^3$  al dibujo de abajo en el plano, con  $u = (3, 0)$

Luego se calcula el punto de intersección  $P$  entre las rectas  
 $r$ : que pasa por la punta de  $u$  y tiene dirección  $v$ , y  
 $s$ : pasa por el origen y tiene dirección  $u + v$ .

La norma del vector que va desde el origen a  $P$  es la norma de  $u + v$ . Después despejan  $\|v\|$  con la ecuación A).