

## 1. Geometría lineal en el plano y el espacio

- Vectores en el plano y en el espacio: noción geométrica. Norma de un vector. Distancia entre dos puntos.
- Rectas en el plano y en el espacio: vector director, ecuación paramétrica.
- Planos en el espacio: par de vectores directores, ecuación paramétrica, vector normal.
- Producto escalar. Definición geométrica, expresión algebraica, propiedades. Ecuación implícita de rectas y planos.
- Producto vectorial. Definición geométrica (regla de la mano derecha expresada en términos de determinante), expresión algebraica, propiedades.
- Distancia de un punto a un plano. Rectas y planos paralelos y distancia entre ellos.
- Interpretación geométrica de sistemas de ecuaciones lineales de dos y de tres incógnitas. Relación con invertibilidad de la matriz de coeficientes, via el determinante de matrices  $2 \times 2$  y  $3 \times 3$ .

## 2. Espacios vectoriales

- Definición. Propiedades.
- $\mathbb{R}^n$ : estructura de espacio vectorial. Producto escalar y propiedades.
- Matrices de tamaño  $n \times m$ : Estructura de espacio vectorial. Producto y propiedades. Producto de matrices como generalización del producto escalar. Sistemas de ecuaciones lineales como ecuación matricial.
- Otros ejemplos: polinomios, sucesiones, funciones
- Subespacios. Definición y ejemplos. Solución de un sistema de ecuaciones lineales homogéneo como subespacio de  $\mathbb{R}^n$ . Subespacios de  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ .
- Subespacio generado. Intersección y suma de subespacios. Suma directa de dos espacios.

## 3. Bases y dimensión

- Conjuntos linealmente independientes y conjuntos generadores: definición y ejemplos.
- Resultados de cardinalidad en espacios finitamente generados.
- Bases: definición y ejemplos. Caracterizaciones de bases. Bases de rectas y planos.
- Dimensión. Definición y ejemplos. Dimensión de un subespacio, dimensión de la suma directa.

## 4. Transformaciones lineales

- Definición. Propiedades.
- Transformaciones lineales de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$ . Transformación  $L_A : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Otros ejemplos.
- Núcleo e imagen. Relación con inyectividad y sobreyectividad.
- Inyectividad y conjuntos li. Sobreyectividad y generadores. Isomorfismo y bases.
- Dimensiones comparadas de dominio y codominio de una transformación lineal según sea inyectiva, sobreyectiva, isomorfismo.
- Teorema de las dimensiones.

## 5. Transformaciones lineales como matrices

- $\text{Hom}(V, W)$  como espacio vectorial. Dimensión. Caso particular: espacio dual.
- Transformaciones lineales de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ .
- Matriz asociada en una base.
- Composición vs producto, dual vs traspuesta (enunciados sin pruebas).
- Cambio de base.
- Invertibilidad de una matriz cuadrada, soluciones del sistema de ecuaciones correspondiente, cantidad de columnas li.

## 6. Rango y determinante

- Definición de rango por columnas y relación con la imagen de una transformación lineal. Prueba de que rango por filas es rango por columnas son iguales.
- Definición de determinante como función multilineal alternada.
- Idea de expresión combinatoria que asegura que lo que vale para columnas vale para filas y que inspira el desarrollo por una fila o una columna (enunciados sin pruebas).
- Determinante del producto. Relación entre el determinante de una matriz y su invertibilidad. Determinante de la matriz inversa. Cálculo de la inversa de una matriz usando determinantes y menores.
- Relación de semejanza entre matrices cuadradas. Determinante y rango de una transformación lineal.

## 7. Espacio cociente

- Relación de equivalencia, clase de equivalencia, conjunto cociente. Funciones que “pasan al cociente” (todo a nivel de conjuntos).
- Relación de congruencia módulo un subespacio. Estructura de espacio vectorial del conjunto cociente. Proyección canónica, núcleo e imagen de la proyección canónica. Dimensión del cociente.
- Propiedad universal del cociente y corolario..