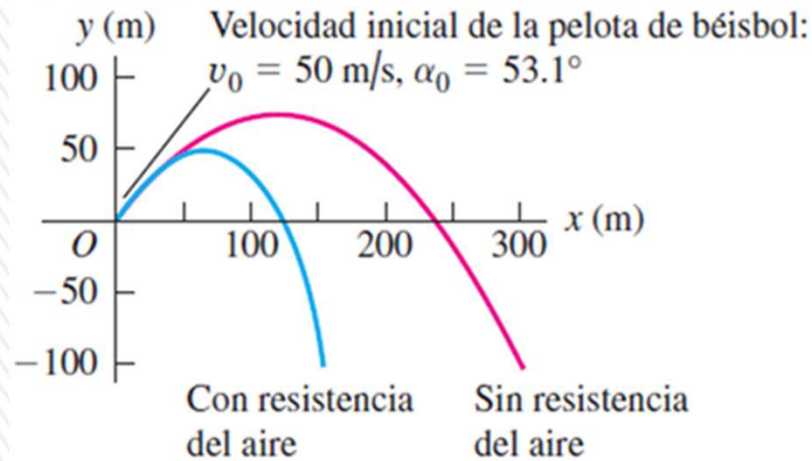
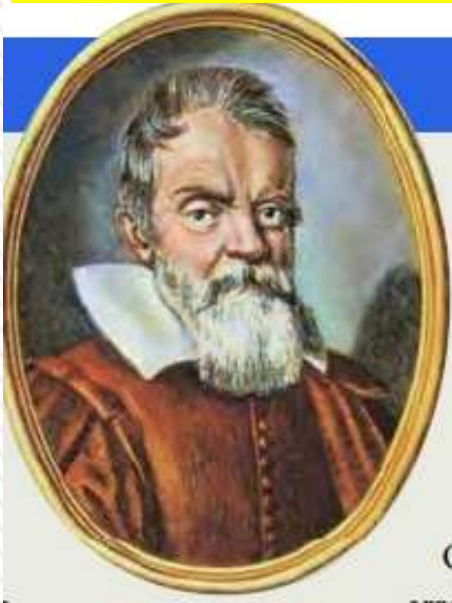


# Curso Física 1 para Bio-Geociencias (FI252) 2026

## Clase N° 6



### La clase pasada:

- Continuamos con cinemática en una dimensión y llegamos a la caída de los cuerpos.

**Evaluación corta N° 1 semana del lunes 13/04 - pueden hacerla en forma presencial en uno de los grupos de los teóricos o prácticos**  
**Clases de consultas generales virtuales: miércoles de 17:30 a 19:00 por Zoom (enlace de clase teórica de los martes)**

# Caída libre

**Caída libre:** movimiento bajo la influencia sólo de la gravedad, con una **aceleración** de magnitud igual a  $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ .

**Modelo:** desprecio la resistencia del aire y se supone aceleración en caída libre  $g$  constante.

Lanzamiento desde altura  $H$  con velocidad inicial  $v_0 = 0$

*Considero que el sentido hacia arriba es el positivo*

Velocidad en función del tiempo:  $v(t) = v_0 + at$

$$v = v_0 - gt$$

Posición en función del tiempo:  $y(t) = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$

$$y(t) = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2$$

Tiempo que demora en alcanzar el piso ( $y = 0$ ):

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Velocidad con que llega al piso:

$$v = \sqrt{2Hg}$$

Ejemplo numérico: suelto un borrador desde una altura de 1,50 m del piso.

Tiempo que demora en alcanzar el piso ( $y = 0$ ):

$$t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2(1,50)}{9,80}} = 0,553 \text{ s}$$

Velocidad con que llega al piso:

$$v = \sqrt{2Hg} = \sqrt{2(1,50)(9,80)} = 5,42 \text{ m/s}$$

# Ejemplo: lanzamiento de una piedra

Supongamos que lanzamos una piedra hacia arriba con una velocidad  $v_0 = 12,0$  m/s desde una altura  $H = 1,20$  m del suelo.

Vamos a calcular el tiempo  $t_{m\acute{a}x}$  que le toma a la piedra alcanzar su altura máxima y determinar una expresi3n para la altura máxima independiente del tiempo, el tiempo que le llega alcanzar el suelo y su rapidez al llegar al mismo.

Las respuestas se expresarn además en términos de las cantidades  $H$ ,  $v_0$ ,  $g$ .

Considero el sentido positivo hacia arriba, y el origen en el punto de lanzamiento ( a 1,20 m del suelo).

En el punto donde alcanza la altura máxima, la velocidad en ese instante se vuelve cero:

$$v = 0 = v_0 - gt_{m\acute{a}x} \Rightarrow t_{m\acute{a}x} = \frac{v_0}{g}$$

Tiempo que demora en alcanzar la altura máxima en un lanzamiento vertical

$$t_{m\acute{a}x} = \frac{v_0}{g} = \frac{12,0}{9,80} = 1,2245 \text{ s}$$

$$t_{m\acute{a}x} = 1,22 \text{ s}$$

Ahora para calcular la altura máxima ( $y_{m\acute{a}x}$ ) sustituyo este valor de  $t_{m\acute{a}x}$  en la expresi3n de  $y(t)$ , teniendo en cuenta que  $y_0 = 0$  (pues el origen lo tomó en el punto de lanzamiento)

$$y_{m\acute{a}x} = v_0 t_{m\acute{a}x} - \frac{1}{2} g (t_{m\acute{a}x})^2 = v_0 \left( \frac{v_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$y_{m\acute{a}x} = \frac{v_0^2}{2g}$$

altura máxima que se alcanza desde el punto de lanzamiento vertical con velocidad inicial  $v_0$

$$y_{m\acute{a}x} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{12,0^2}{2(9,80)} = 7,3469 \text{ m}$$

$$y_{m\acute{a}x} = 7,35 \text{ m}$$

$$h_{m\acute{a}x} = H + y_{m\acute{a}x} = 1,20 + 7,35 = 8,55 \text{ m}$$

# Ejemplo: lanzamiento de una piedra

Ahora queremos calcular el tiempo ( $t_F$ ) que demora la piedra en llegar al suelo. Una forma de calcularlo es tener en cuenta que en ese instante  $y(t) = -H$  (es decir llegó al piso, a una distancia de 1,20 por debajo del origen).

Es decir:  $y(t_F) = v_0 t_F - \frac{1}{2} g t_F^2 = -H$

$\frac{1}{2} g t_F^2 - v_0 t_F - H = 0$  Es una ecuación de 2do. grado con  $t_F$  como incógnita

$t_F = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 4\left(\frac{g}{2}\right)(-H)}}{2\frac{g}{2}} = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$  La ecuación tiene dos raíces tomo la positiva.

$$t_F = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$$

Tiempo que demora en llegar al piso.

$$t_F = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g} = \frac{12,0 + \sqrt{144 + 4(9,80)(1,20)}}{9,80} = 2,5452 \text{ s}$$

$$t_F = 2,55 \text{ s}$$

Para determinar la rapidez con que llega al suelo calculo  $v(t_F)$

$$v(t_F) = v_0 - g t_F$$

Velocidad con la que llega la piedra al piso

$$v(t_F) = v_0 - g t_F = 12,0 - 9,80(2,5452) = -12,943 \text{ m/s}$$

Rapidez final:  
 $v_F = 2,55 \text{ s}$

# OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

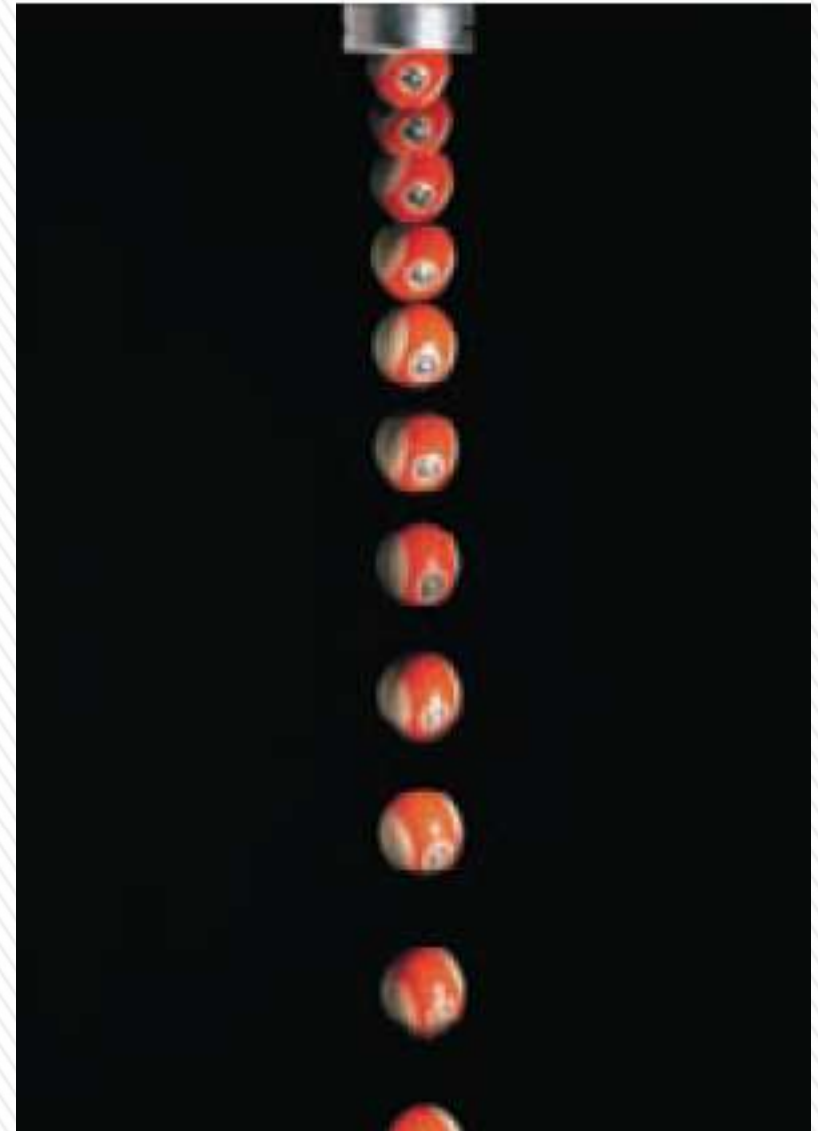
**1. El signo de  $g$ :** Tener en cuenta que  $g$  es un número positivo. La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como  $a_y = -g$ .

**2. Aceleración en lo alto del movimiento:**

Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero.

Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba, momentáneamente se hace cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad en este punto.*

*Si la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.*



Fotografía con múltiples destellos de una pelota en caída libre.

# SALTO VERTICAL

Podemos usar las expresiones con aceleración constante para analizar los saltos verticales.

Según vimos anteriormente:  $y_{\text{máx}} = h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2g}$

Para alcanzar una determinada altura máxima  $h_{\text{máx}}$ , se debe partir con una velocidad inicial dada por:

$$v_0 = \sqrt{2h_{\text{máx}}g}$$

A esta velocidad la llamaremos **velocidad de despegue ( $v_d$ )**

*Para llegar a despegar con esta velocidad, un animal tiene que flexionar sus patas y luego extenderlas imprimiendo un movimiento que suponemos como uniformemente acelerado hacia arriba durante el tiempo que dura la extensión.*

*La longitud a lo largo de la cual el movimiento se acelera hasta llegar a la velocidad de despegue es del orden de magnitud de la longitud de las patas  $L$ . Calculemos la aceleración que necesita para llegar a dicha velocidad.*

Suponemos que parte del reposo y llega a la velocidad a la  $v_d$  con una aceleración constante (o media)  $a$ :  $v_d = a \cdot t$  por lo tanto:  $t = \frac{v_d}{a}$

En ese tiempo se recorre una distancia  $L$ :  $L = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v_d}{a}\right)^2 = \frac{v_d^2}{2a}$

Por lo tanto la aceleración que requiere vale:

$$a = \frac{v_d^2}{2L}$$



# SALTO VERTICAL

Podemos usar las expresiones con aceleración constante para analizar los saltos verticales. Según vimos anteriormente:

$$y_{\text{máx}} = h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Para alcanzar una determinada altura máxima  $h_{\text{máx}}$ , se debe partir con una velocidad inicial dada por:

$$v_0 = \sqrt{2h_{\text{máx}}g}$$

A esta velocidad la llamaremos **velocidad de despegue ( $v_d$ )**

*Para llegar a despegar con esta velocidad, un animal tiene que flexionar sus patas y luego extenderlas imprimiendo un movimiento que suponemos como uniformemente acelerado hacia arriba durante el tiempo que dura la extensión. Esta longitud  $L$  es del orden de magnitud de la longitud de las patas. Vamos a calcular la aceleración que necesita para llegar a dicha velocidad.*

Suponemos que parte del reposo y llega a la velocidad a la  $v_d$  con una aceleración constante (o media)  $a$ :  $v_d = a \cdot t$  por lo tanto:  $t = \frac{v_d}{a}$

En ese tiempo se recorre una distancia  $L$ :  $L = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}a\left(\frac{v_d}{a}\right)^2 = \frac{v_d^2}{2a}$

$$a = \frac{v_d^2}{2L}$$

Por lo tanto la aceleración que requiere vale:

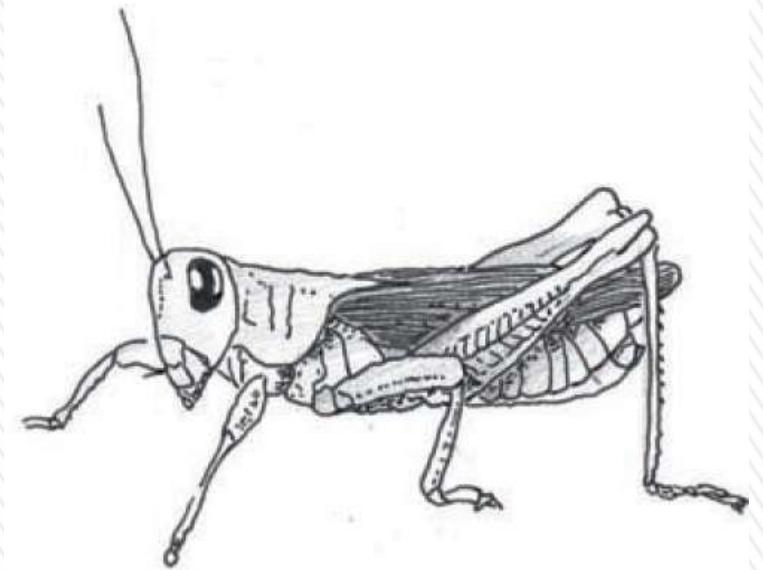
En presentación y video 5.2 en el inicio de la Unidad 2 hay un tratamiento más extenso del salto vertical y en la clase N°5 del 2025 se muestran valores característicos para distintos animales.

Veamos algunos videos de extraordinarios saltos de insectos...

# Ejercicio 2.12

Al hacer un salto vertical, un saltamontes extiende sus patas 2,5 cm en 0,025 s.

- Cuál es la aceleración del saltamontes mientras extiende sus patas?
- ¿Cuál es la velocidad del saltamontes cuando parte del suelo, o sea, en el instante en que sus patas están completamente extendidas?
- ¿A qué altura se eleva el saltamontes?



Mientras salta, se produce la aceleración desde  $v_0=0$  hasta su velocidad de despegue  $v_d$ , esto se realiza mientras extiende sus patas, es decir mientras recorre una distancia  $d=2,5$  cm en  $t = 0,025$  seg.

$$d = \frac{1}{2} a t^2 \quad a = \frac{2d}{t^2} = \frac{2(0,025 \text{ m})}{(0,025 \text{ s})^2} = 80,00 \text{ m/s}^2$$

$$a = 80 \text{ m/s}^2 \approx 8g$$

$$v_d = a \cdot t = (80,00 \text{ m/s}^2) (0,025 \text{ s}) = 2,0 \text{ m/s}$$

$$v_d = 2,0 \text{ m/s}$$

Para hallar la altura máxima puedo usar la expresión vista anteriormente:

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_d^2}{2g} = \frac{(2,0 \text{ m/s})^2}{2(9,8 \text{ m/s}^2)} = 0,2041 \text{ m}$$

$$h_{\text{máx}} = 20 \text{ cm}$$

# SALTO VERTICAL en los animales

Videos de salto de escarabajo de resorte  
(*Elateridae*):



[https://www.youtube.com/watch?v=I9TWO7cJA6Q&ab\\_channel=ScienceGal](https://www.youtube.com/watch?v=I9TWO7cJA6Q&ab_channel=ScienceGal)

[https://www.youtube.com/watch?v=2rQ8tRK2Y5w&ab\\_channel=AntLab](https://www.youtube.com/watch?v=2rQ8tRK2Y5w&ab_channel=AntLab)

Video de salto cigarra espumadora  
(*Philaenus spumarius*):



[https://www.youtube.com/watch?v=XaVigneTq\\_E&ab\\_channel=ScienceVio](https://www.youtube.com/watch?v=XaVigneTq_E&ab_channel=ScienceVio)

**Ver los videos: en EVA pestaña “Material complementario” en la sección correspondiente a Unidad 2**



# SISTEMAS DE COORDENADAS

**Localizar un punto en una recta: necesito una sola coordenada, en un plano necesito dos coordenadas y en el espacio tres coordenadas.**

Un sistema coordenado que se utiliza para especificar la ubicación en el espacio consiste en lo siguiente:

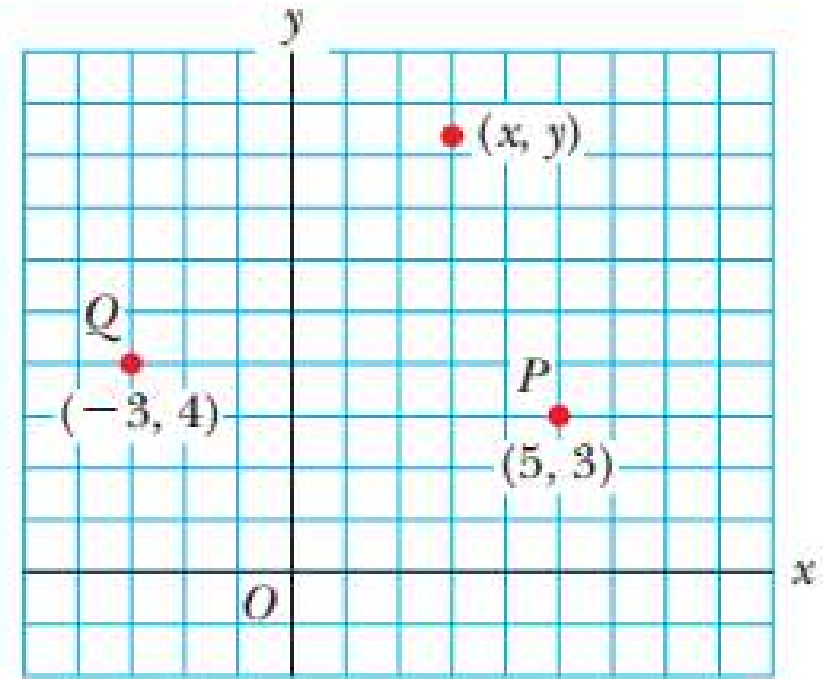
- Un punto de referencia fijo  $O$ , conocido como origen
- Un conjunto de ejes específicos o direcciones, con una escala apropiada y etiquetas en los ejes
- Instrucciones de señalamiento de un punto en el espacio con respecto al origen y a los ejes,

Un sistema coordenado conveniente y usado es el **sistema cartesiano de coordenadas**, algunas veces denominado **sistema coordenado rectangular**.

Sistema en dos dimensiones: etiqueto un punto arbitrario con las coordenadas  $(x, y)$ .

*Punto  $P$  tiene coordenadas  $(5, 3)$ .*

*Si inicio en el origen  $O$ , alcanzo a  $P$  moviéndome 5 m horizontalmente hacia la derecha y 3 m en dirección vertical hacia arriba.*



# VECTORES Y SUS PROPIEDADES

Escribo un vector con una flecha o barra sobre la letra y en negrita.



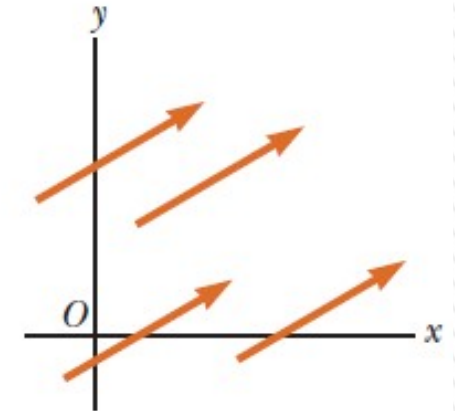
$$A = |\bar{A}|$$

**Magnitud** o **módulo de un vector** es un número que coincide con la "longitud" del vector en la representación gráfica (distancia euclídeana). Se representa en cursiva sin la barra.

**Igualdad de vectores:** deben tener la misma magnitud, dirección y sentido.

Esto permite trasladar un vector paralelo a sí mismo.

Los cuatro vectores son iguales porque tienen longitudes iguales y apuntan en la misma dirección y sentido.



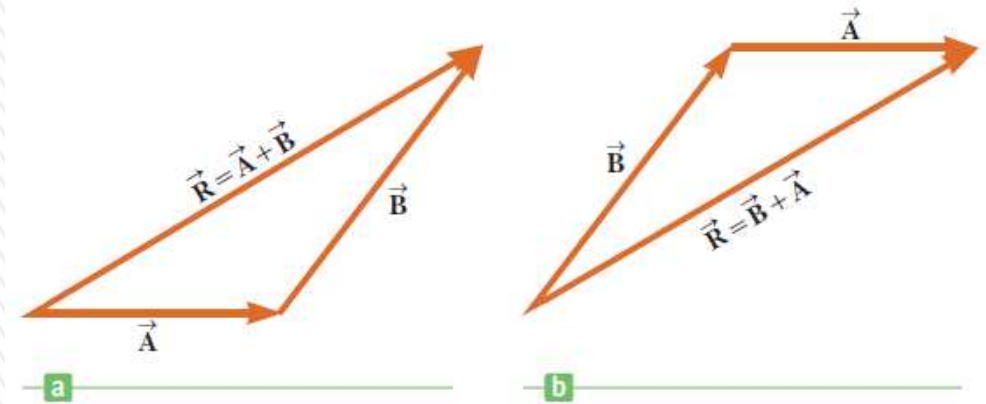
**Suma de vectores** Cuando dos o más vectores se suman, todos deben tener las mismas unidades: no tiene sentido sumar un vector velocidad (m/s) a un vector de desplazamiento (m).

Los escalares obedecen las mismas reglas: no tiene sentido sumar temperaturas a volúmenes o masas a intervalos de tiempo.

# VECTORES Y SUS PROPIEDADES

**Suma geométrica:** para sumar el vector **B** al vector **A**, dibujo **A** con alguna escala (1cm : 1N) y luego dibujo el vector **B** a la misma escala con el extremo inicial en la punta de **A**.

El vector **B** debe dibujarse a lo largo de la dirección que hace el ángulo adecuado con respecto al vector.



El **vector resultante**  $\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$  es el vector que se dibuja desde el extremo inicial de **A** hacia el extremo final de **B**.

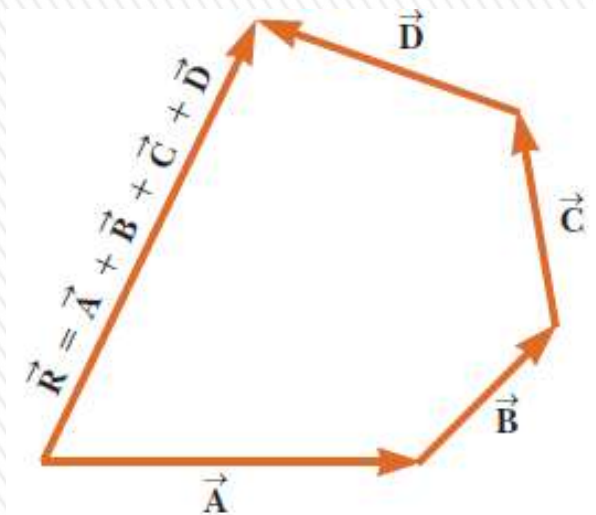
Este procedimiento se conoce como el **método del triángulo de la suma**.

**Ley conmutativa de la suma:** Cuando dos vectores se suman, su adición es independiente del orden:  $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$ .

Se puede generalizar para sumar más de dos vectores.

El vector suma resultante  $\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C} + \mathbf{D}$  es el vector que se dibuja desde el extremo inicial del primer vector hacia el extremo final del último.

El orden en el cual los vectores se sumen no importa.



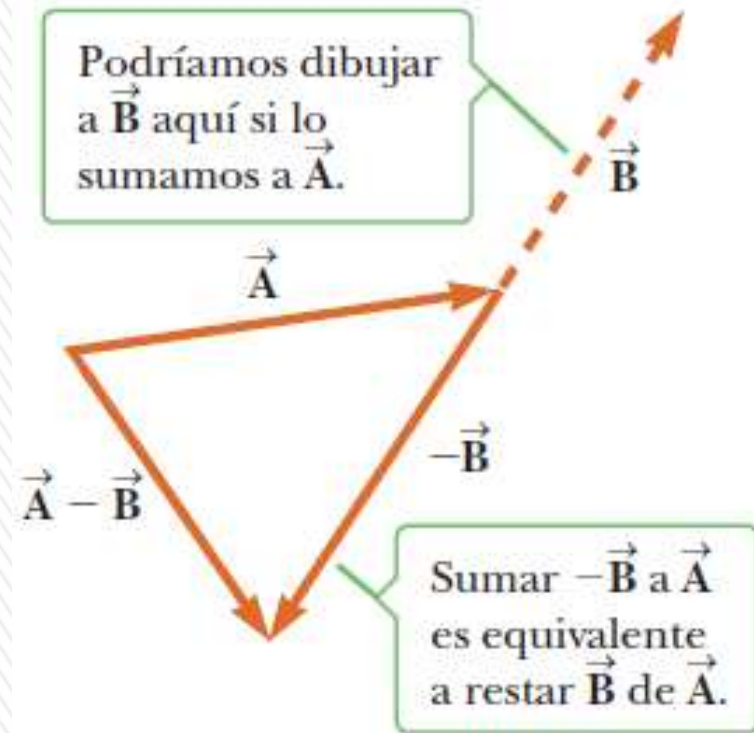
# VECTORES Y SUS PROPIEDADES

**Opuesto de un vector :** es el vector que da cero cuando se suma al mismo: es decir que  $\mathbf{A}$  y  $-\mathbf{A}$  tienen la misma magnitud y dirección pero sentidos opuestos.

**Resta de vectores:** se hace uso de la definición del opuesto de un vector.

Operación  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$  : al vector  $\mathbf{A}$  le sumo el vector  $-\mathbf{B}$ .

La resta vectorial es un caso especial de suma de vectores.



**Multiplicación de un vector  $\mathbf{v}$  por un escalar  $c$ :** se define al producto del escalar por el vector ( $c \cdot \mathbf{v}$ ) a un nuevo vector  $\mathbf{V}$  de módulo  $c$  veces el módulo de  $\mathbf{v}$  ( $\mathbf{V} = c\mathbf{v}$ ), de la misma dirección que  $\mathbf{v}$  y de sentido igual al de  $\mathbf{v}$  si  $c > 0$ . Si  $c < 0$  el sentido de  $\mathbf{V}$  será contrario al de  $\mathbf{v}$ .

**Cuidado:** el módulo del vector suma, no es igual a la suma de los módulos (salvo que tengan la misma dirección)

# VECTORES Y SUS PROPIEDADES

Restar  $\vec{B}$  de  $\vec{A}$  ...

... es equivalente a sumar  $-\vec{B}$  a  $\vec{A}$ .

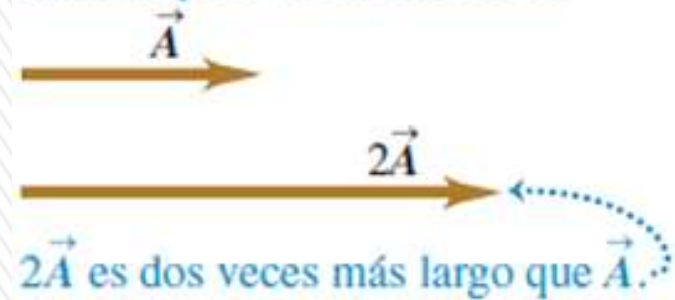
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

$\vec{A} + (-\vec{B}) = \vec{A} - \vec{B}$

Con  $\vec{A}$  y  $-\vec{B}$  de punta a cola,  $\vec{A} - \vec{B}$  es el vector desde la cola de  $\vec{A}$  hasta la punta de  $-\vec{B}$ .

Con  $\vec{A}$  y  $\vec{B}$  punta con punta,  $\vec{A} - \vec{B}$  es el vector desde la cola de  $\vec{A}$  hasta la cola de  $\vec{B}$ .

Al multiplicar un vector por un escalar positivo, la magnitud (longitud) del vector cambia, pero no su dirección.



Al multiplicar un vector por un escalar negativo, cambia su magnitud y se invierte su dirección.

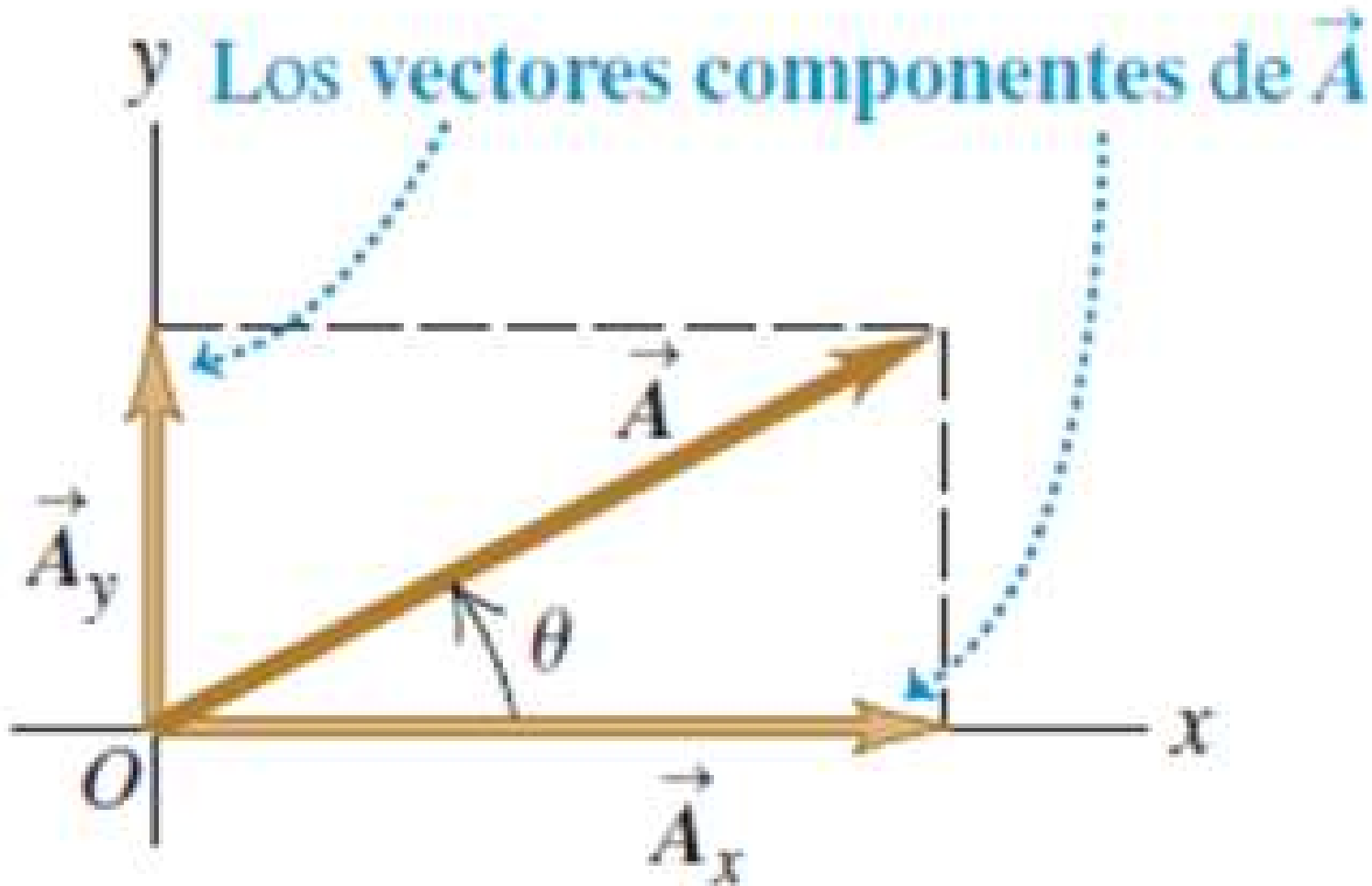


# Componentes de un vector

Cualquier vector en el plano  $xy$  se puede representar como la suma de un vector paralelo al eje  $x$  y un vector paralelo al eje  $y$ .

Estos dos vectores  $\mathbf{A}_x$  y  $\mathbf{A}_y$ ; son los **vectores componentes** de  $\mathbf{A}$ :

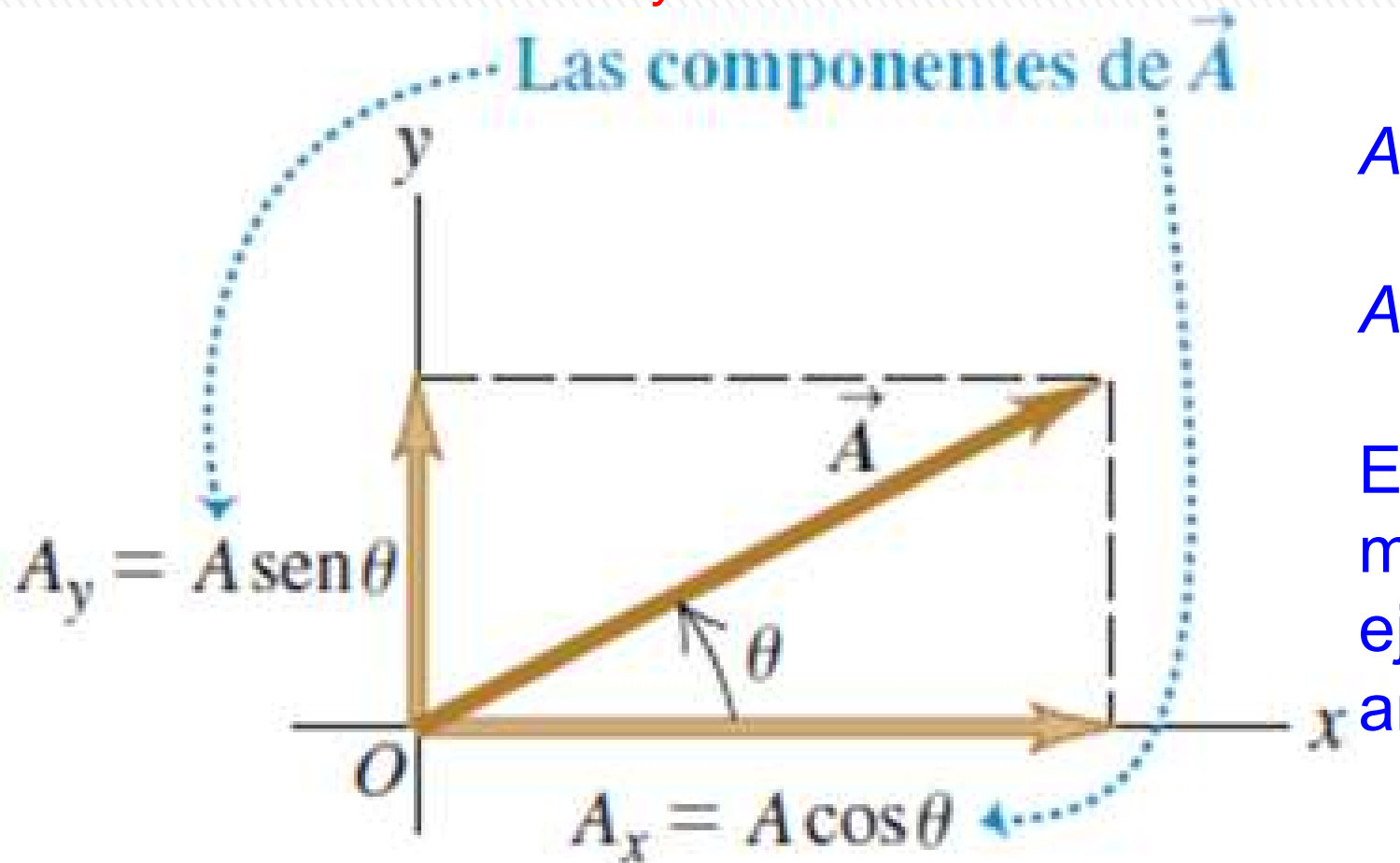
$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$$



# Componentes de un vector

Definimos el número  $A_x$  como el módulo de  $\mathbf{A}_x$  si apunta en el sentido positivo, si apunta en el sentido negativo, es su opuesto. Análogamente se define  $A_y$ .

Los números  $A_x$  y  $A_y$  son las componentes de  $\mathbf{A}$ .

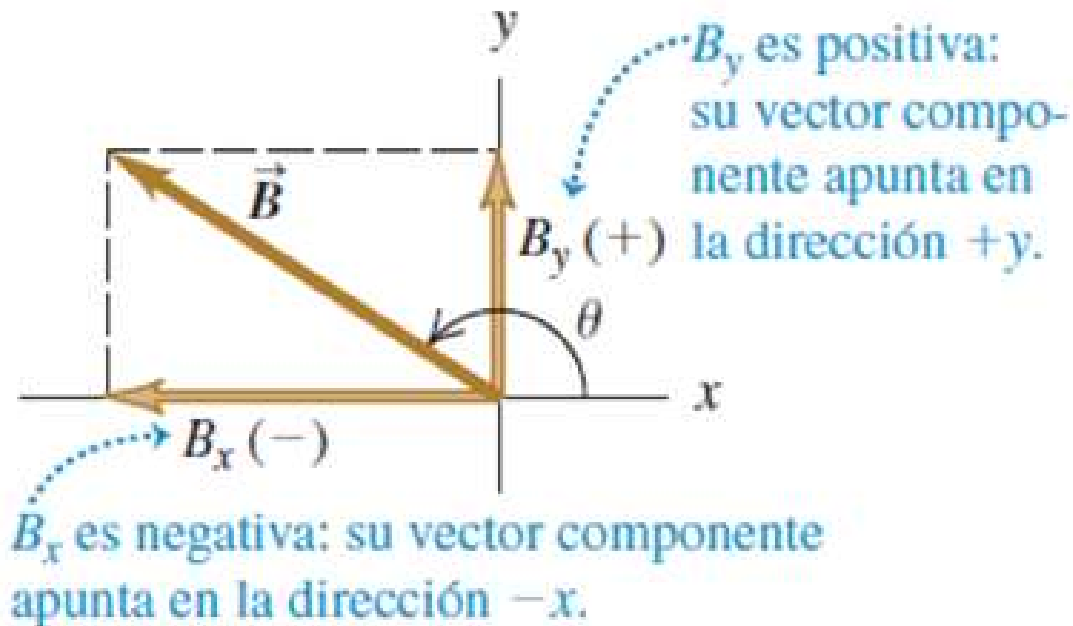


$$A_x = A \cdot \cos \theta$$

$$A_y = A \cdot \sin \theta$$

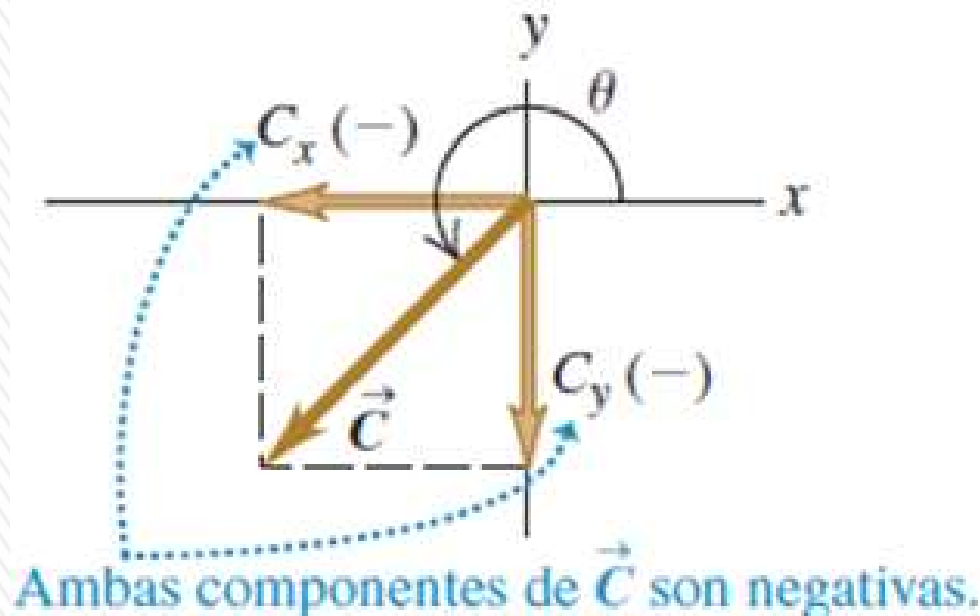
El ángulo se mide a partir del eje x en sentido antihorario

# Componentes de un vector



Las componentes de un vector pueden ser números positivos o negativos.

Describimos la dirección de un vector por su ángulo  $\theta$  en relación con una dirección de referencia: *el eje x positivo*, el ángulo debe ser medido en el sentido antihorario.



$$\frac{A_x}{A} = \cos \theta \quad \text{y} \quad \frac{A_y}{A} = \text{sen } \theta$$

$$A_x = A \cos \theta \quad \text{y} \quad A_y = A \text{sen } \theta$$

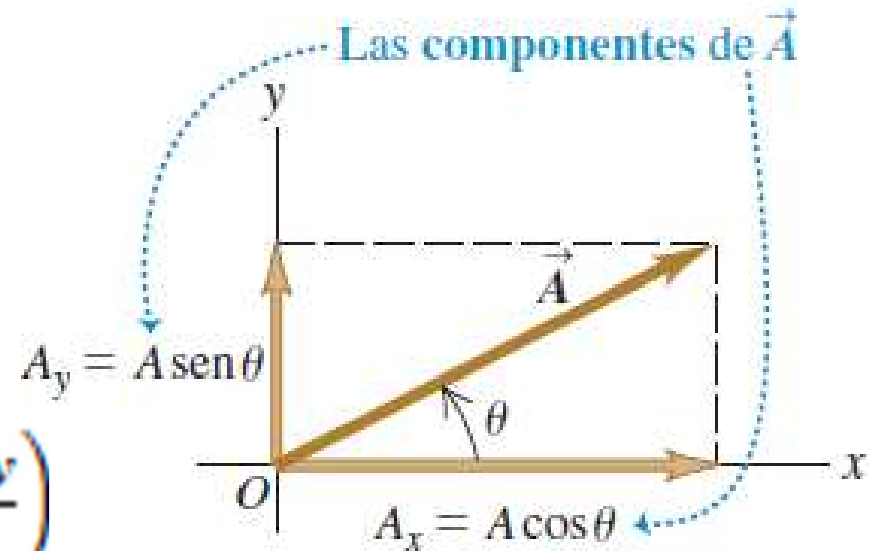
( $\theta$  medido del eje  $+x$  girando hacia el eje  $+y$ )

# Componentes de vectores: cálculos

## 1. Cálculo de la magnitud y la dirección de un vector a partir de sus componentes

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \quad \Rightarrow \quad \theta = \arctan\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$$

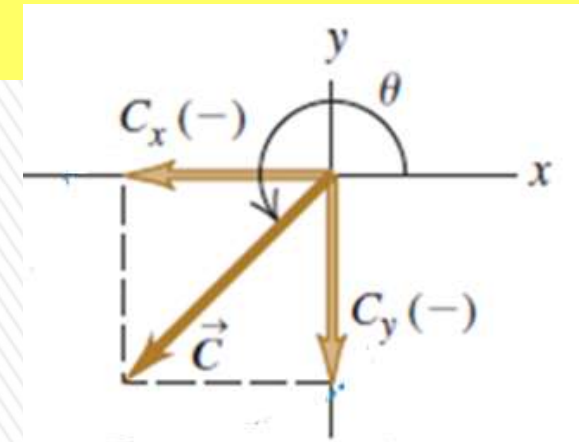


**CUIDADO:** Cálculo de dirección de vector a partir de sus componentes  
Inconveniente en uso de ecuaciones p/obtener  $\theta$ : dos ángulos cualesquiera que difieran  $180^\circ$  tienen la misma tangente. Para decidir cuál es correcto, debemos examinar las componentes individuales.

$$C_x = -5,0 \text{ m} \quad C_y = -5,0 \text{ m}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{C_y}{C_x}\right) = \arctan\left(\frac{-5,0}{-5,0}\right) = \arctan(1) = 45^\circ$$

**Sin embargo el valor correcto es:  $225^\circ$**



# Componentes de vectores: cálculos

## 2. Multiplicación de un vector por un escalar.

Si multiplicamos un vector  $\mathbf{A}$  por un escalar  $c$ , cada componente del vector  $\mathbf{D} = c \cdot \mathbf{A}$ , es el producto de  $c$  por la correspondiente componente de  $\mathbf{A}$ .

$$D_x = c \cdot A_x \quad D_y = c \cdot A_y$$

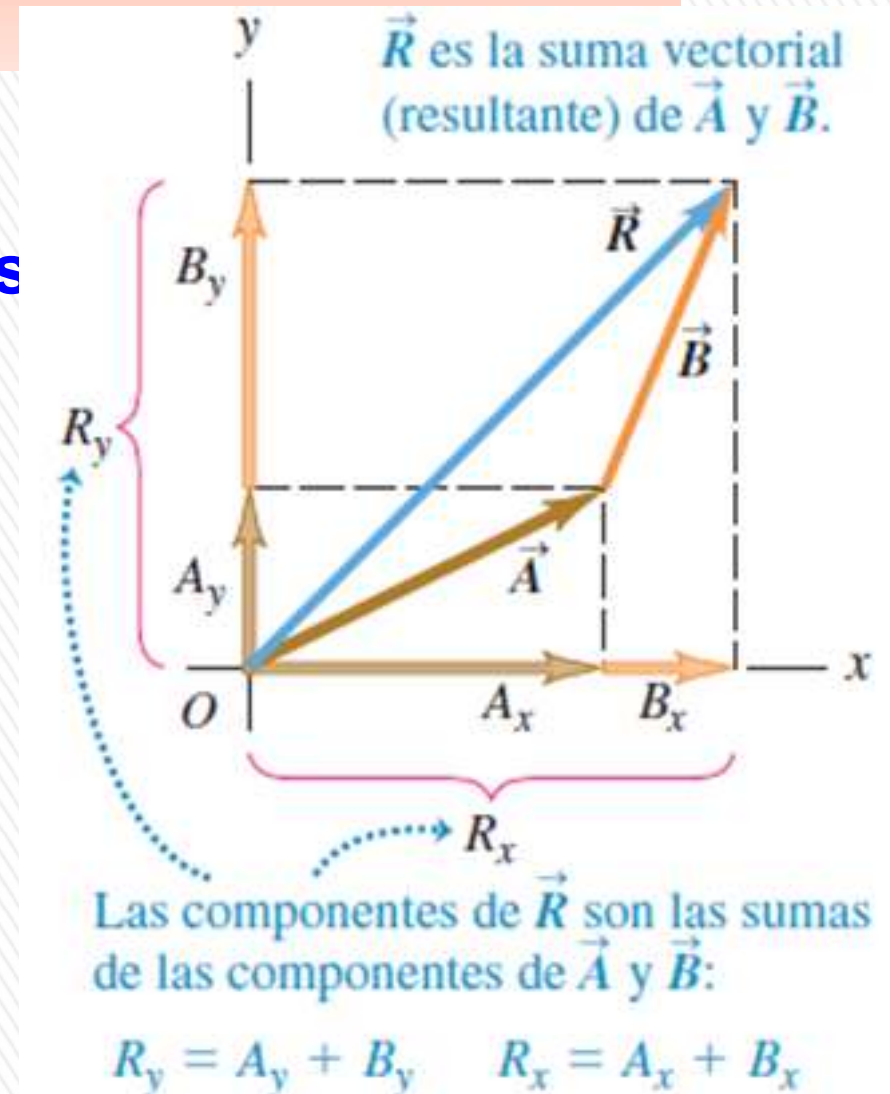
## 3. Uso de componentes para calcular la suma de vectores (resultante) de dos o más vectores

Cada una de las componentes del vector suma, es la suma de las respectivas componentes de los vectores:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$$

$$R_x = A_x + B_x \quad R_y = A_y + B_y$$

Podemos ampliar este procedimiento para calcular la suma de cualquier cantidad de vectores



# Componentes de vectores (3D)

El método de las componentes se puede generalizar para tres dimensiones: vectores con cualquier dirección en el espacio.

Se introduce un eje  $z$  *perpendicular al plano  $xy$* ; entonces, en general,

Un vector **A** tiene componentes  $A_x$ ,  $A_y$  y  $A_z$  en las tres direcciones de coordenadas.

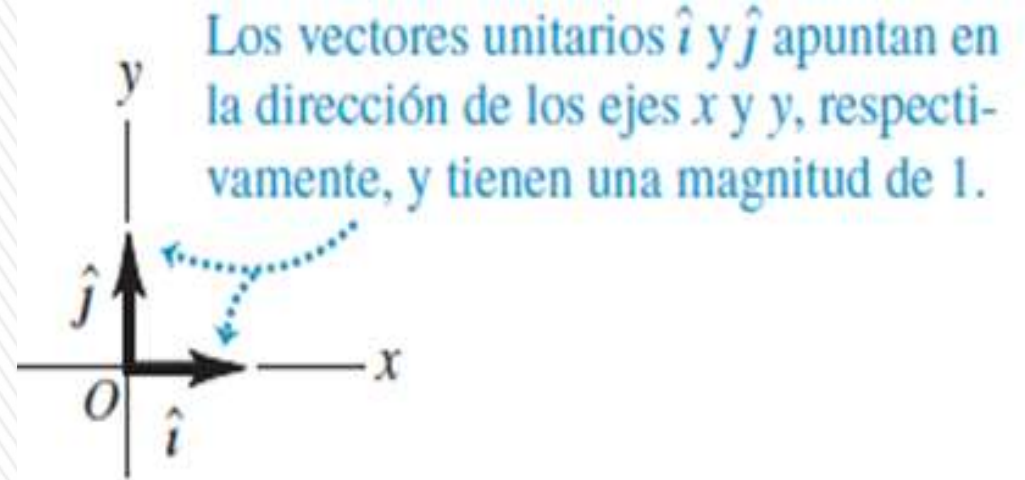
La magnitud  $A$  está dada por:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$



# VECTORES UNITARIOS (VERSORES)

**Vector unitario (o versor)** es un vector con módulo igual a 1. Su única finalidad consiste en direccionar: señalar una dirección en el espacio.



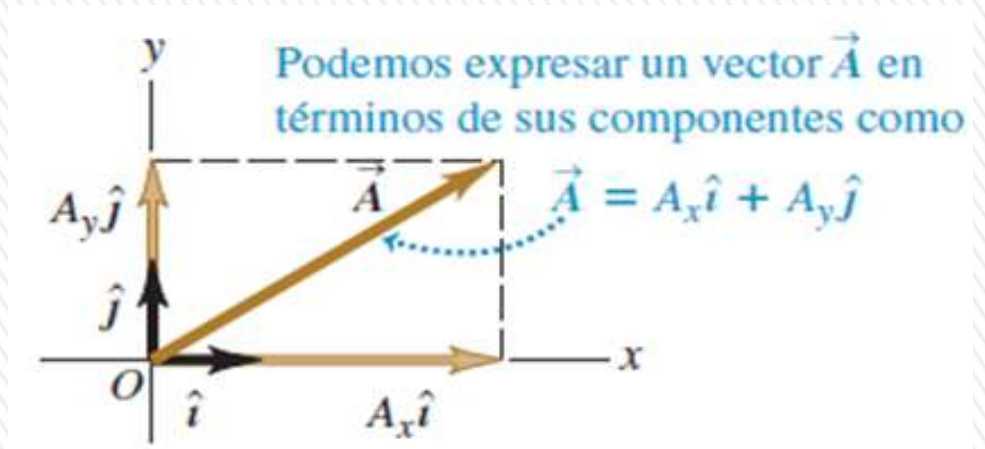
Incluiremos un acento circunflejo o “sombrero” (^) sobre el símbolo de un vector unitario para distinguirlo de los vectores ordinarios cuya magnitud podría ser 1 o alguna otra.

En un sistema de coordenadas  $x$ - $y$  podemos definir un vector unitario  $\hat{i}$  que apunte en la dirección del eje  $+x$  y un vector unitario  $\hat{j}$  que apunte en la dirección del eje  $+y$

# VECTORES UNITARIOS (VERSORES)

Vector **A** de dos dimensiones escrito en función de sus 2 componentes

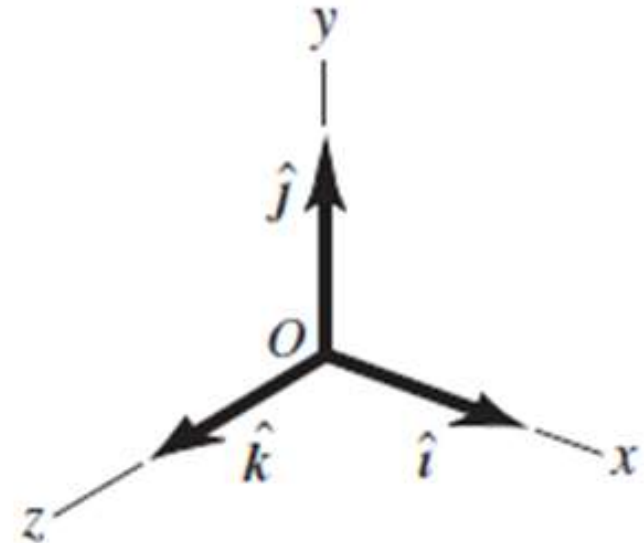
$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$$



Vector **A** de tres dimensiones escrito en función de sus 3 componentes:

$$\mathbf{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

Los vectores unitarios  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$ .



## Ejemplo

Dado los dos desplazamientos:

$$\bar{D} = (6,00 \hat{i} + 3,00 \hat{j} - 1,00 \hat{k})m$$

$$\bar{E} = (4,00 \hat{i} - 5,00 \hat{j} + 8,00 \hat{k})m$$

Obtenga la magnitud del desplazamiento

$$2\bar{D} - \bar{E}$$

$$2\bar{D} - \bar{E} = 2(6,00 \hat{i} + 3,00 \hat{j} - 1,00 \hat{k}) - (4,00 \hat{i} - 5,00 \hat{j} + 8,00 \hat{k})$$

$$2\bar{D} - \bar{E} = (2 \times 6,00 - 4,00)\hat{i} + (2 \times 3,00 - (-5,00))\hat{j} + (2 \times (-1,00) - 8,00)\hat{k}$$

$$2\bar{D} - \bar{E} = (8,00 \hat{i} + 11,00 \hat{j} - 10,00 \hat{k})m$$

$$|2\bar{D} - \bar{E}| = \sqrt{8,00^2 + 11,00^2 + (-10,00)^2} = 16,8819 m$$

$$|2\bar{D} - \bar{E}| = 16,9 m$$



# Desplazamiento, velocidad y aceleración en dos dimensiones

En el movimiento rectilíneo, la dirección y el sentido de un vector (velocidad o aceleración) se tiene en cuenta al especificar el signo: positivo o negativo.

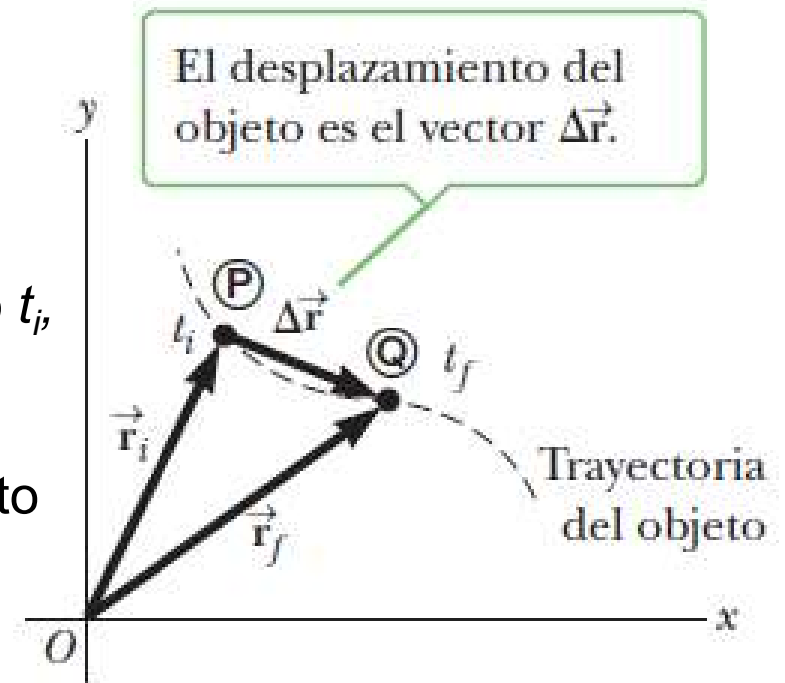
Por ejemplo, la velocidad de un cohete es positiva si éste va hacia arriba y negativa si va hacia abajo, mientras que  $g$  es negativo porque va hacia abajo.

En dos o tres dimensiones se debe hacer uso **completo del concepto vectorial**.

Un objeto se mueve a través del espacio como se muestra en la figura.

Cuando el objeto está en algún punto  $P$  en el tiempo  $t_i$ , su posición se describe mediante el **vector de posición  $\vec{r}_i$** , dibujado desde el origen hasta  $P$ .

Cuando el objeto se ha movido hacia algún otro punto en el tiempo  $t_f$ , su vector de posición es  $\vec{r}_f$ .



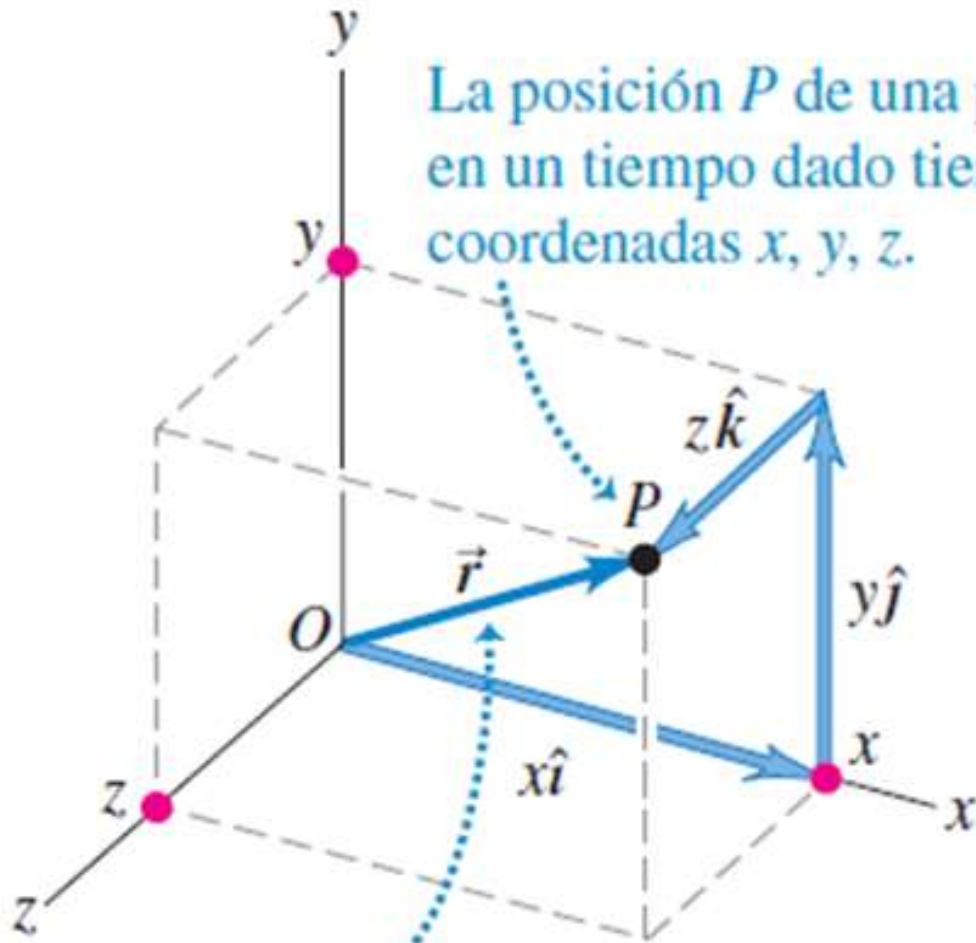
Del diagrama vectorial de la figura, el vector de posición final es la suma del vector de posición inicial y el desplazamiento  $\Delta \vec{r}$ :

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \Delta \vec{r}$$

A partir de esta correspondencia, podemos redefinir las magnitudes físicas que vimos para el movimiento en una dimensión, en magnitudes vectoriales para movimiento en dos o tres dimensiones.

# VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

**Vector posición**  $\vec{r}$  de una partícula en un instante dado es un vector que va del origen del sistema de coordenadas al punto  $P$ . Coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  de  $P$  son las componentes  $x$ ,  $y$  y  $z$  del vector.



El vector de posición del punto  $P$  tiene las componentes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ :  
$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}.$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

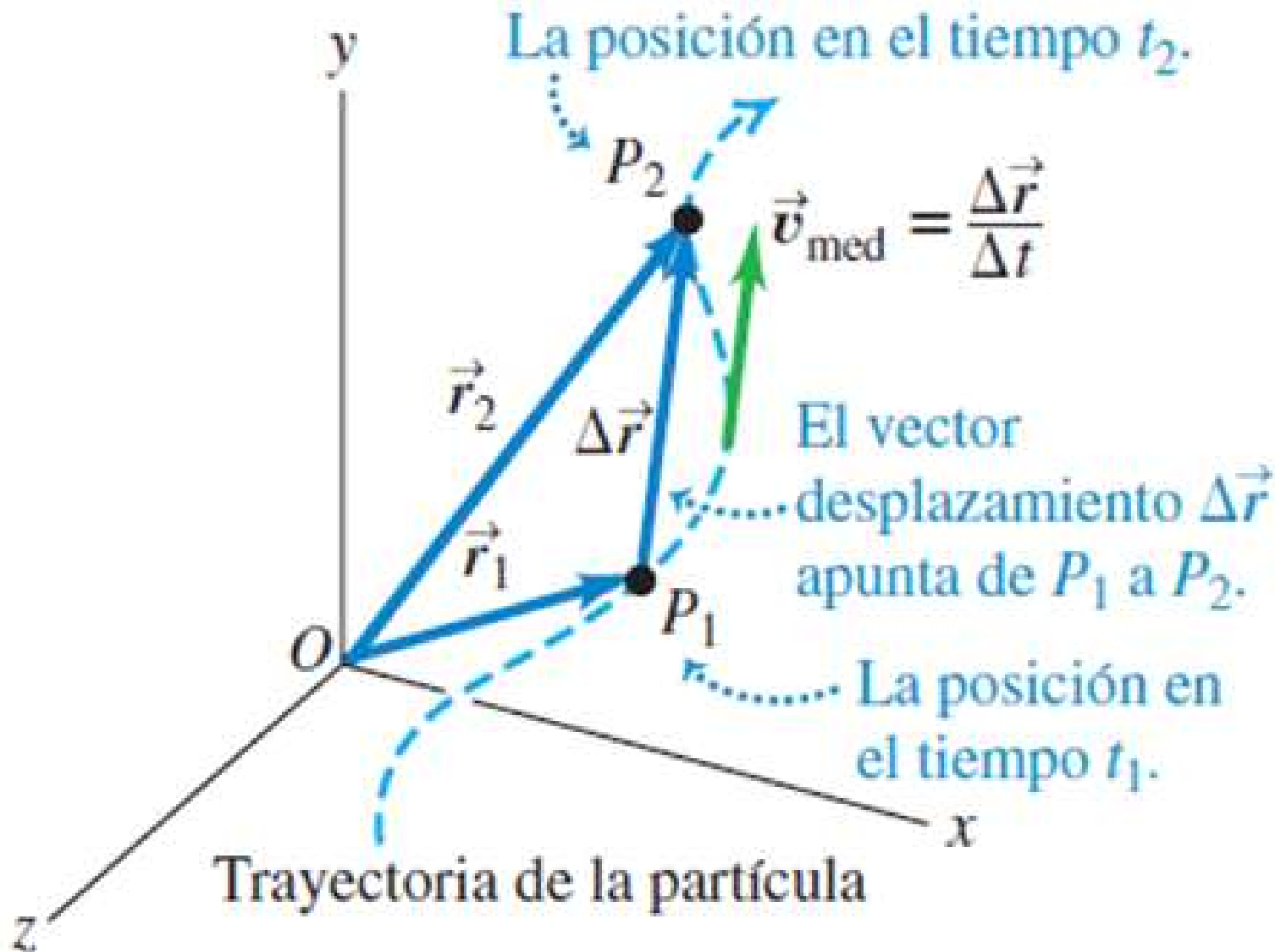
Vamos a extender las definiciones vistas en cinemática unidimensional de velocidades y aceleraciones medias e instantáneas al caso de dos y tres dimensiones. Pero ahora no trataremos a magnitudes escalares, sino vectoriales.

# VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

En un  $\Delta t$  la partícula se mueve de  $P_1$  a  $P_2$ .

**Desplazamiento:**  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j} + (z_2 - z_1) \hat{k}$$



## Velocidad media

durante ese intervalo  $\Delta t$ :

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

**Rapidez media:** es el cociente entre la distancia total recorrida y el tiempo insumido.

Es un escalar y no siempre coincide con el módulo de la velocidad media.

# VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

Definimos la **velocidad instantánea**:  $\bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{d\bar{r}}{dt}$

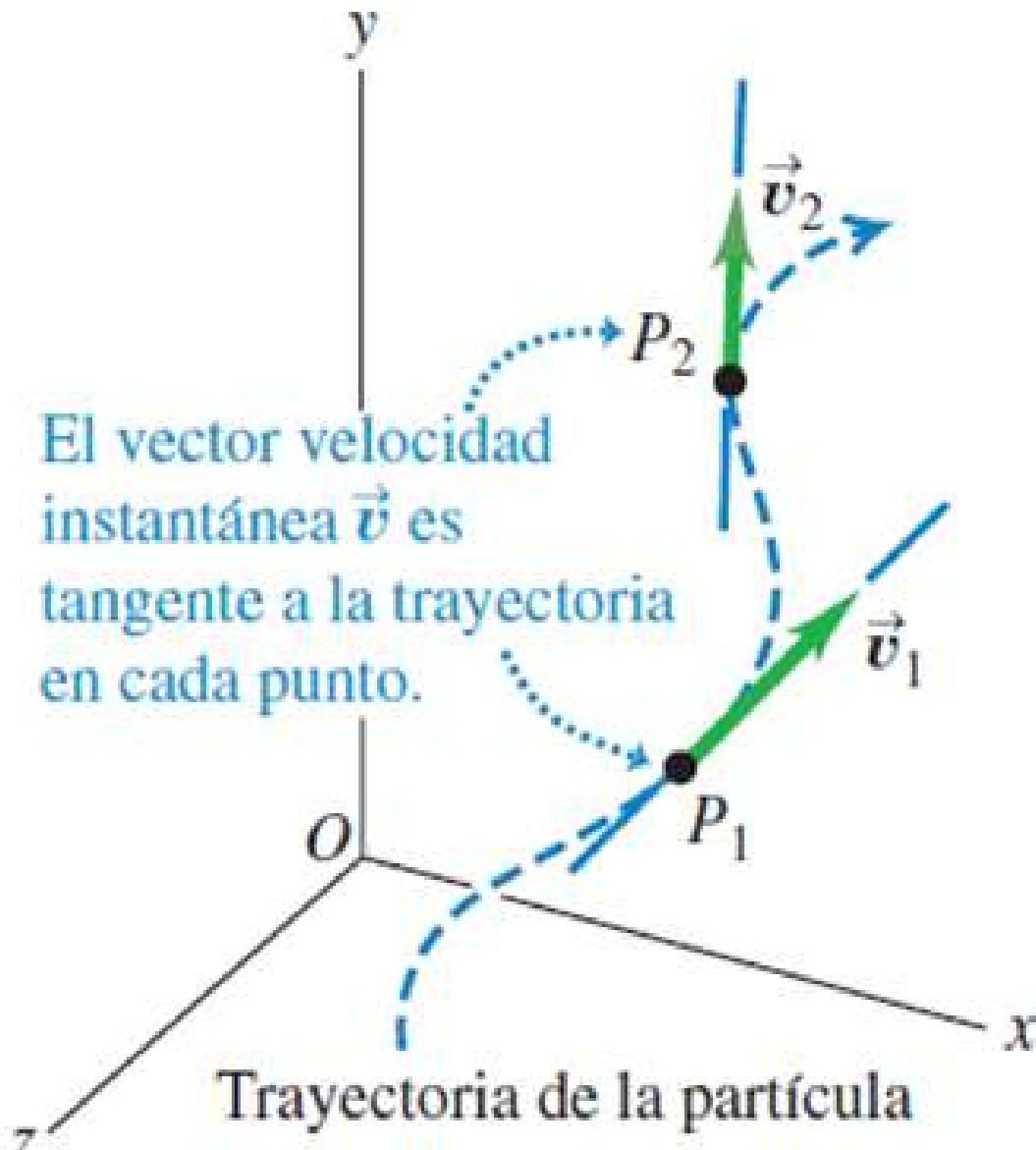
$$\bar{v} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k}$$

$$\bar{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

El cualquier punto de la trayectoria, el vector es tangente a la trayectoria en ese punto, y el sentido es el del movimiento.

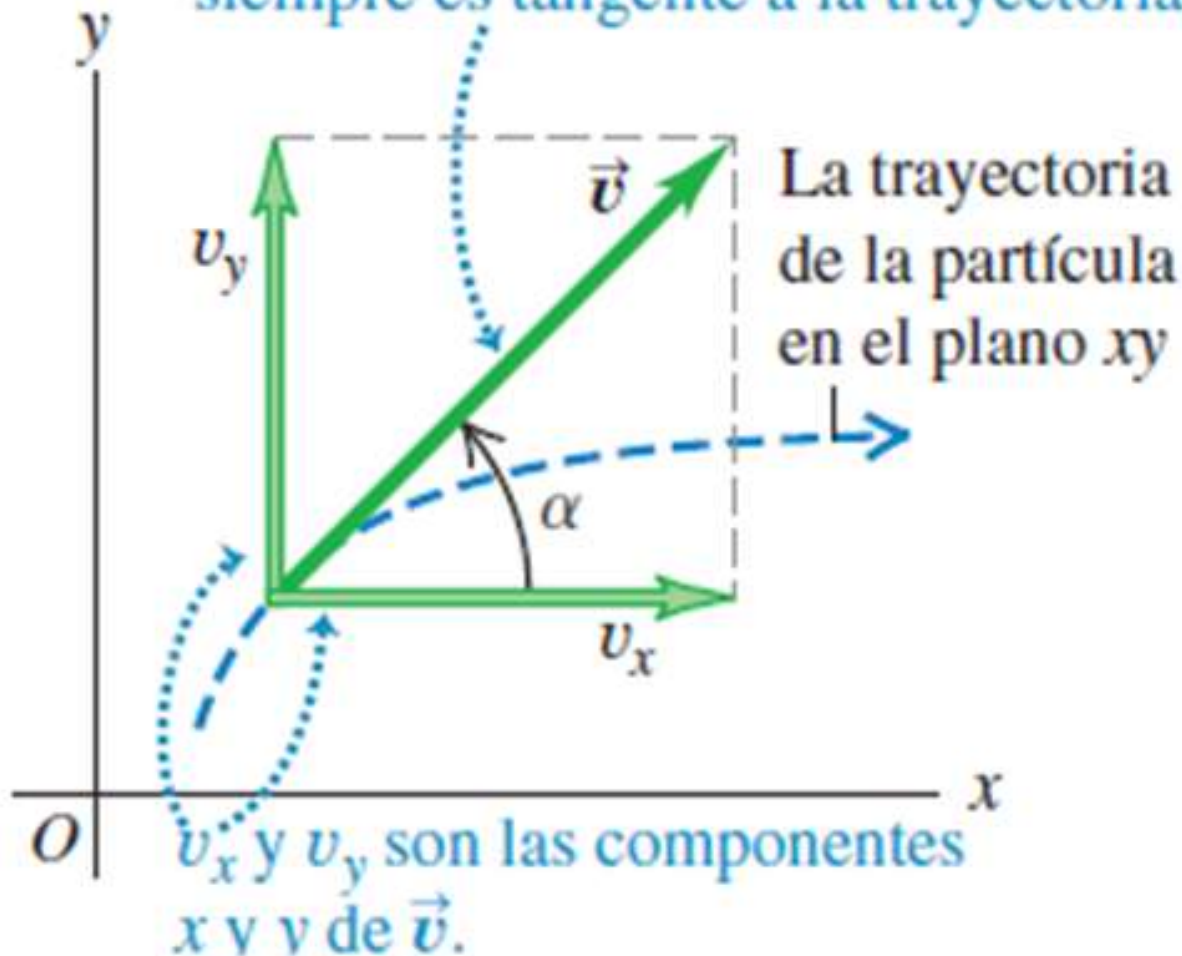
El módulo de  $\bar{v}$  es la **rapidez**.

$$|\bar{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



# VECTORES DE POSICIÓN Y VELOCIDAD

El vector velocidad instantánea  $\vec{v}$  siempre es tangente a la trayectoria.



En dos dimensiones:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

La dirección de la velocidad instantánea está dada por el ángulo  $\alpha$

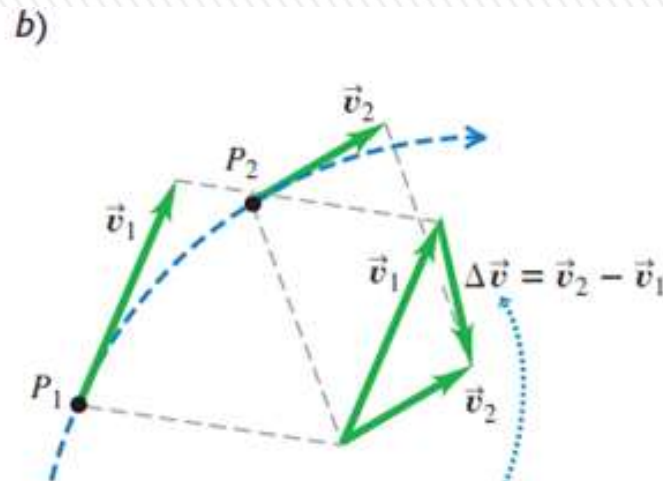
$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$



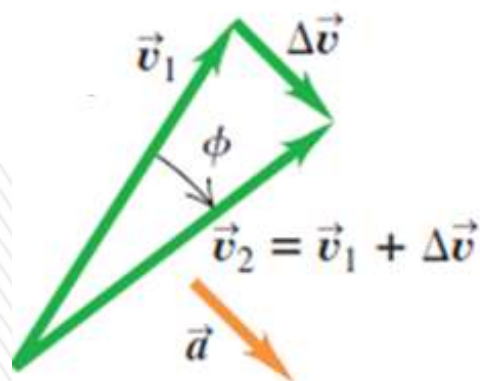
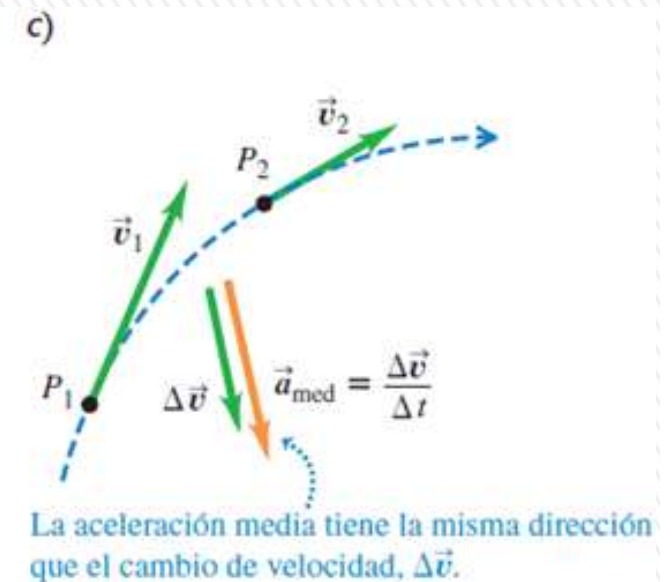
# VECTOR ACELERACIÓN

**La aceleración describe cómo cambia la velocidad.**

**Velocidad como vector:** aceleración describe cambios *tanto en la magnitud de la velocidad (es decir, la rapidez) como en la dirección de la velocidad (la dirección en que se mueve la partícula).*



Para determinar la aceleración media del automóvil entre  $P_1$  y  $P_2$ , primero obtenemos el cambio en la velocidad  $\Delta \vec{v}$  restando  $\vec{v}_1$  de  $\vec{v}_2$ . Observe que  $\vec{v}_1 + \Delta \vec{v} = \vec{v}_2$ .

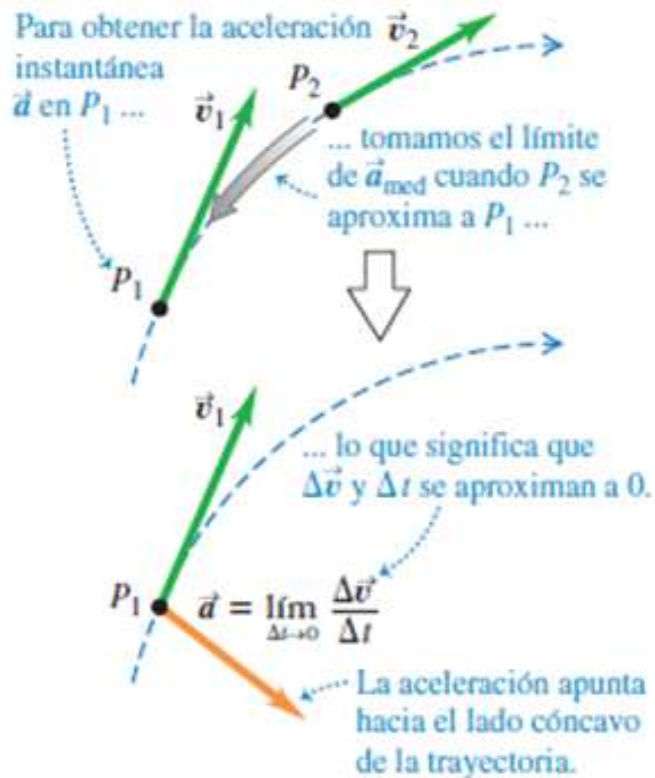


$$\bar{a}_{med} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{t_2 - t_1}$$

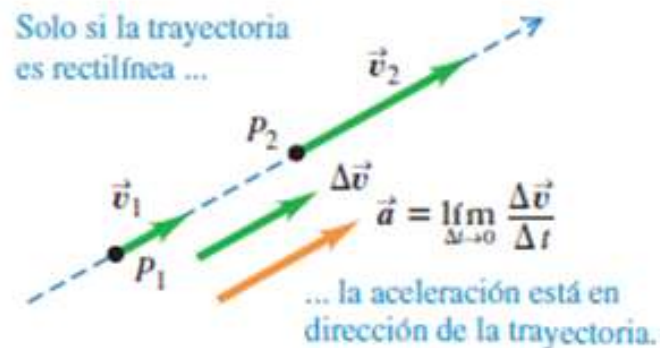
Definimos la **aceleración media**:

# VECTOR ACELERACIÓN

a) Aceleración: trayectoria curva



b) Aceleración: trayectoria en línea recta



Definimos **aceleración instantánea**:

$$\bar{\mathbf{a}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{\mathbf{v}}}{\Delta t} = \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} = \frac{d^2 \bar{\mathbf{r}}}{dt^2}$$

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{dv_x}{dt} \hat{\mathbf{i}} + \frac{dv_y}{dt} \hat{\mathbf{j}} + \frac{dv_z}{dt} \hat{\mathbf{k}} = \frac{d^2 x}{dt^2} \hat{\mathbf{i}} + \frac{d^2 y}{dt^2} \hat{\mathbf{j}} + \frac{d^2 z}{dt^2} \hat{\mathbf{k}}$$

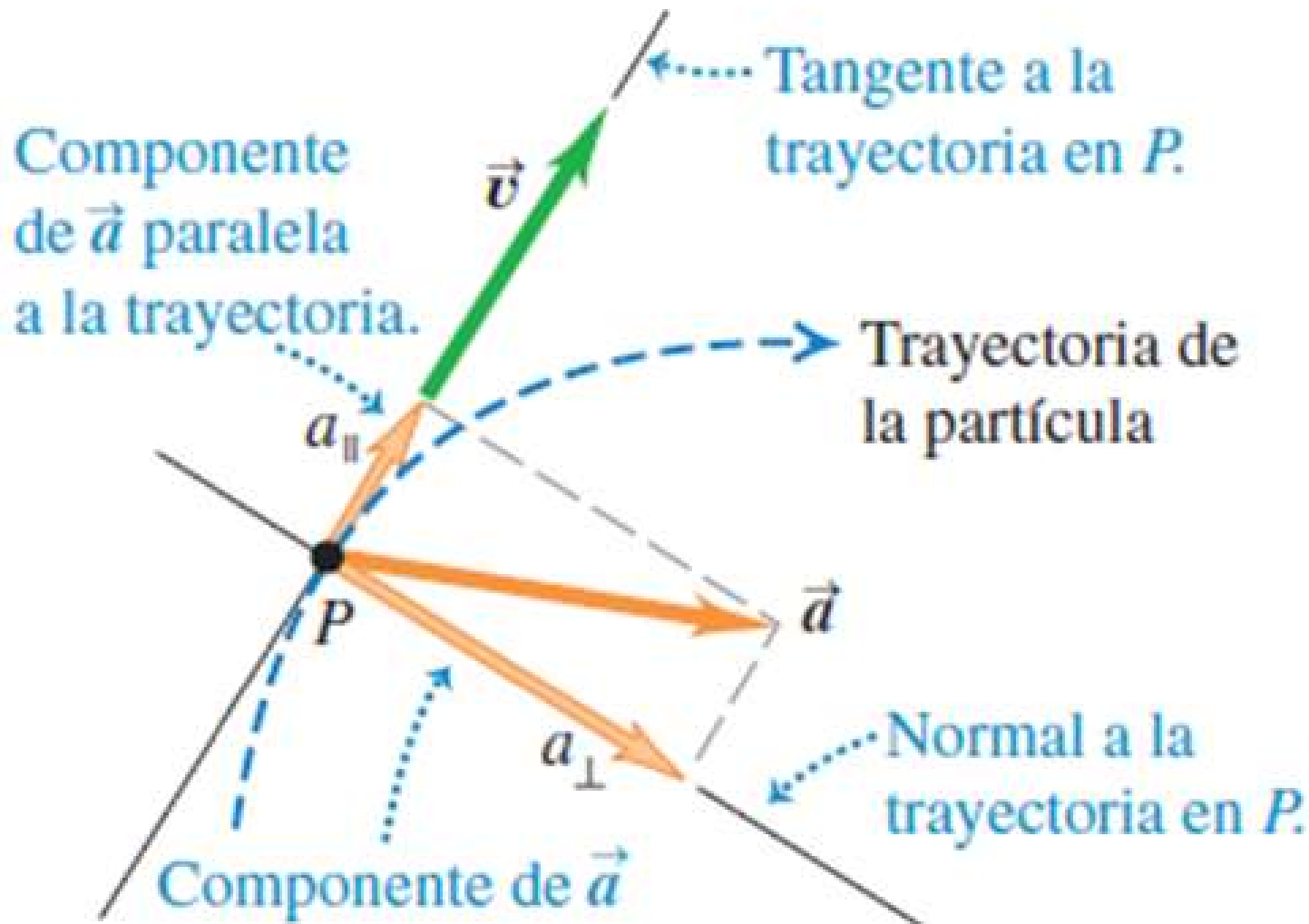
El vector  $\mathbf{a}$  no tiene que ser tangente a la trayectoria.

Si la trayectoria es curva, apunta hacia el lado cóncavo de la trayectoria (interior de la curva descrita por la partícula).

La aceleración es tangente a la trayectoria solo si la partícula se mueve en línea recta.

**Atención: Cualquier partícula que sigue una trayectoria curva está acelerando !!!**

## COMPONENTES PERPENDICULAR Y PARALELA DE LA ACELERACIÓN



El vector  $\vec{a}$  se puede visualizar en términos de una **componente paralela a la trayectoria de la partícula** (paralela a la velocidad), y otra **componente perpendicular a la trayectoria**, (perpendicular a la velocidad).

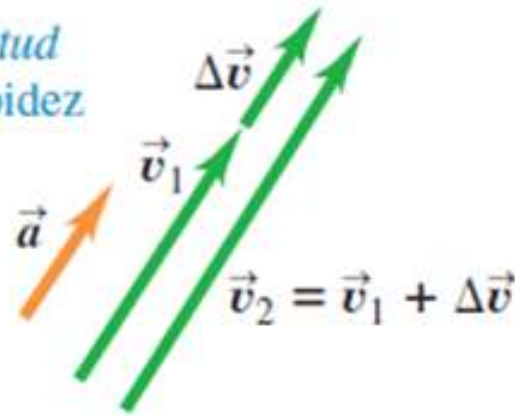
La **componente paralela** determina los **cambios en la rapidez** de la partícula.

La **componente perpendicular** indica los **cambios en la dirección del movimiento** de la partícula.

# COMPONENTES PERPENDICULAR Y PARALELA DE LA ACELERACIÓN

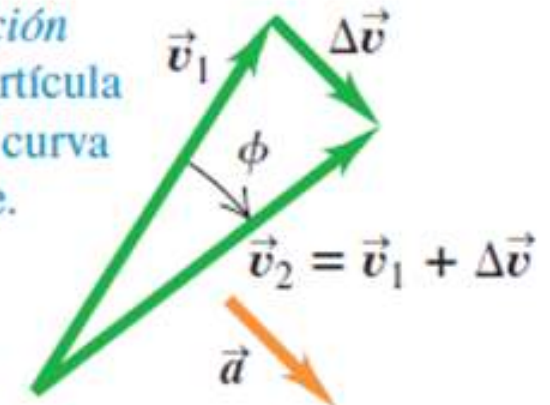
a) Aceleración paralela a la velocidad:

Solo cambia la *magnitud* de la velocidad: la rapidez cambia, pero no la dirección.

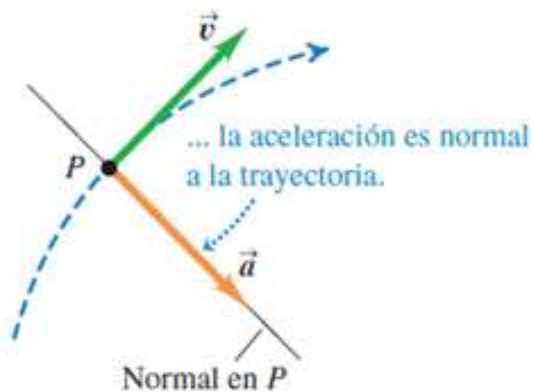


b) Aceleración perpendicular a la velocidad:

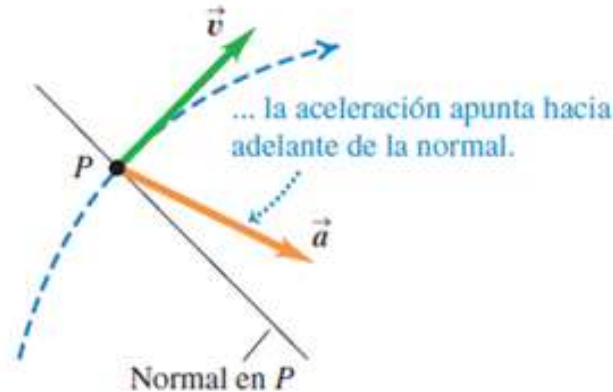
Solo cambia la *dirección* de la velocidad: la partícula sigue una trayectoria curva con rapidez constante.



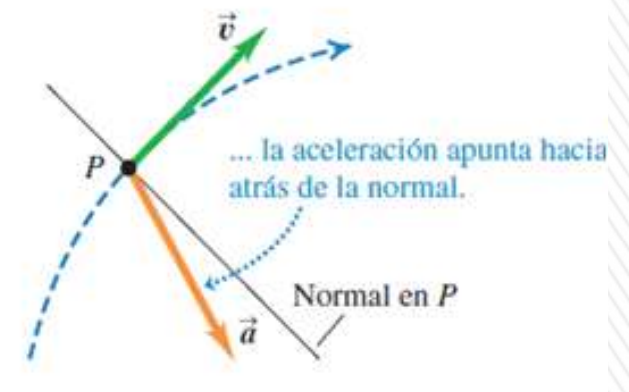
a) Cuando la rapidez es constante en una trayectoria curva ...



b) Cuando la rapidez se incrementa en una trayectoria curva ...



c) Cuando la rapidez disminuye en una trayectoria curva ...



**IMPORTANTE:** un objeto puede acelerar en diferentes formas:

- 1) La magnitud del vector velocidad (la rapidez) puede cambiar con el tiempo.
- 2) La dirección del vector velocidad puede cambiar con el tiempo, incluso si la rapidez es constante, como puede suceder a lo largo de una trayectoria curva.
- 3) Tanto la magnitud y la dirección del vector velocidad pueden cambiar al mismo tiempo.

# MOVIMIENTO DE UN PROYECTIL

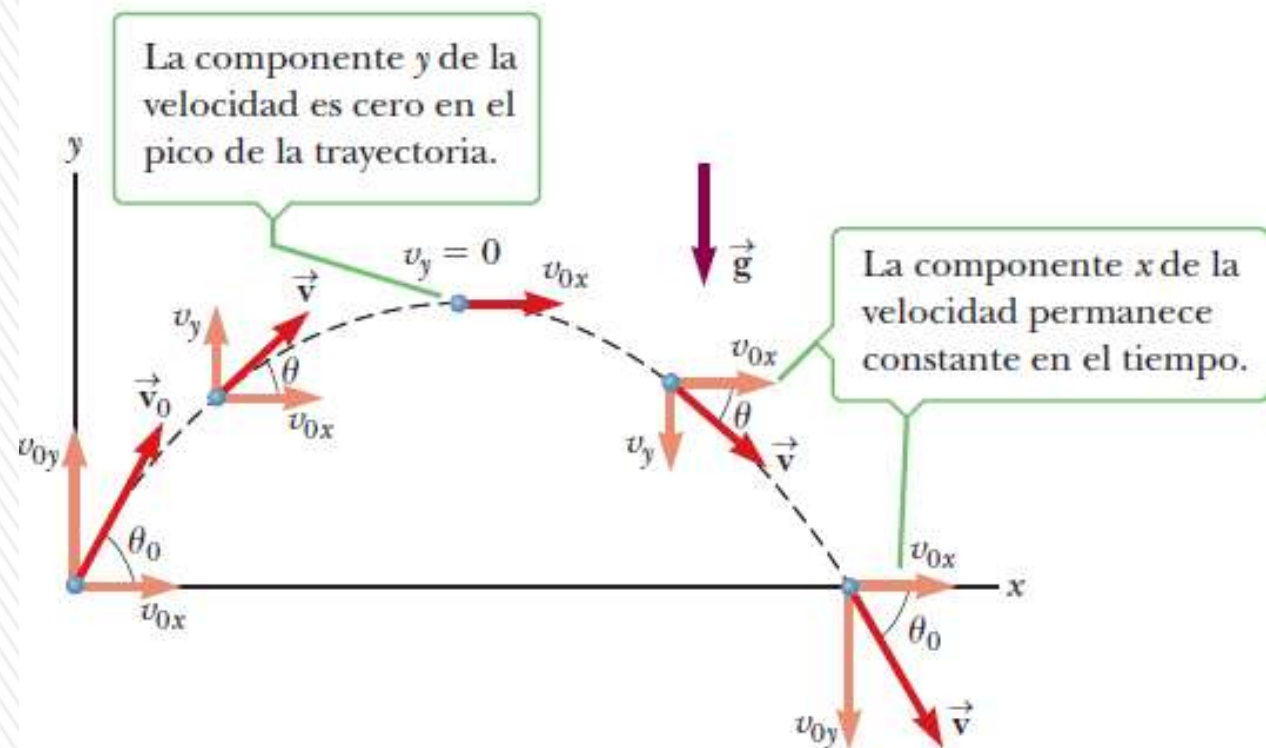
Veremos objetos que se mueven en las dos direcciones  $x$  y  $y$  de *manera simultánea bajo aceleración constante*.

Un caso especial importante de este movimiento en dos dimensiones se le conoce como **movimiento de un proyectil**.

Cualquiera que haya lanzado alguna clase de objeto en el aire ha observado un movimiento de un proyectil.

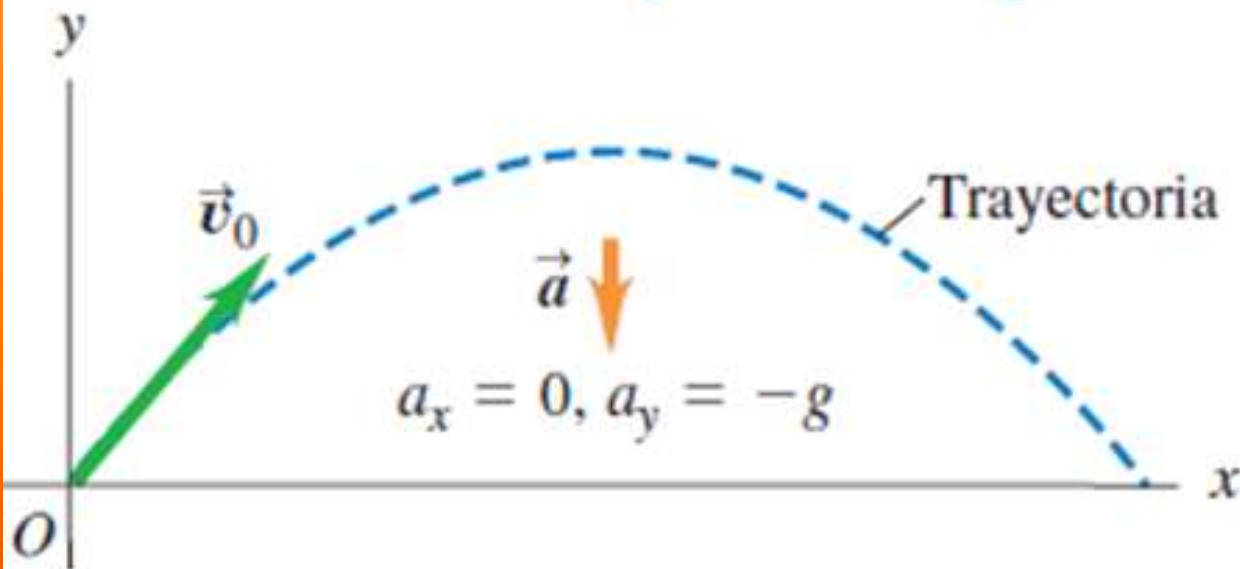
Si se omiten los efectos de la resistencia del aire, la variación de  $g$  con la altura y de su dirección y la rotación de la Tierra, la trayectoria del proyectil dentro del campo de gravedad de la Tierra es una curva en forma de **parábola**,

La figura muestra esta trayectoria. La dirección  $x$  positiva es horizontal y hacia la derecha, y la dirección  $y$  es vertical y positiva hacia arriba. El hecho experimental más importante acerca del movimiento de un proyectil en dos dimensiones es que **los movimientos horizontal y vertical son completamente independientes entre sí**.



# MOVIMIENTO DE PROYECTILES

- Un proyectil se mueve en un plano vertical que tiene un vector velocidad inicial  $\vec{v}_0$ .
- Su trayectoria depende solo de  $\vec{v}_0$  y de la aceleración hacia abajo debida a la gravedad.



## Modelo:

- Proyectil como partícula.
- Aceleración gravedad constante tanto en magnitud como en dirección.
- Se ignoran efectos de la resistencia del aire, como curvatura y rotación de la Tierra.

El movimiento del proyectil **siempre se limita a un plano vertical**, determinado por la dirección de la velocidad inicial. La aceleración gravitatoria es exclusivamente vertical y no puede acelerar al proyectil de forma lateral.

**Movimiento es bidimensional.**