4- MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

Repaso: ¿de qué hablamos la clase pasada?

La clase pasada trabajamos con dos temas :

- Análisis dimensional
- Leyes de escala

¿Preguntas de esto?

Repaso: análisis dimensional

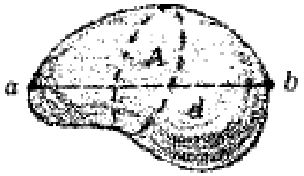
Las **dimensiones fundamentales** de la mecánica son:

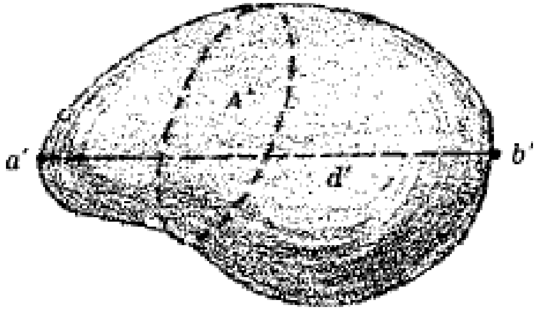
L longitud **M masa** **T tiempo**

REGLAS: dadas A y B magnitudes

- $A = B \Rightarrow [A] = [B]$ (igualdad de magnitudes implica igualdad de dimensiones)
- $[A + B] = [A] = [B]$ (solo se suman o restan magnitudes de igual dimensión)
- $[A \cdot B] = [A] \cdot [B]$ (dimensión del producto es el producto de las dimensiones)
- $[A^n] = [A]^n$ (dimensión de potencia es potencia de la dimensión).
- $[C] = 1$ si C es adimensionado, es decir, un número. Por ejemplo, π.

Repaso: escalas





Dos figuras cualesquiera semejantes de distinto tamaño, tienen un factor de escala k, que es el cociente de longitudes correspondientes de las figuras:

$$k = \frac{d'}{d}$$

Como son semejantes, el factor de escala k es el mismo para dos longitudes cualesquiera.

La razón entre las áreas transversales A y A' vale: $\frac{A'}{A} = k^2$

La razón entre los volúmenes V y V' vale: $\frac{V'}{V} = k^3$

Luego tenemos magnitudes derivadas de estas, como la fuerza, la fuerza relativa, el peso, etc. Y consecuencias sobre el tamaño de las estructuras según la función que deben cumplir.

¿Qué trabajaremos hoy?

MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

- Movimiento rectilíneo, posición, desplazamiento vs distancia
- Rapidez y velocidad media
- Velocidad instantánea, interpretación gráfica
- Aceleración media, aceleración instantánea
- Movimiento rectilíneo con velocidad o aceleración constante
- Caída libre

Movimiento rectilíneo: cinemática

Estudiaremos el movimiento ignorando las interacciones que lo causan. El más sencillo: cuerpo que viaja en línea recta.

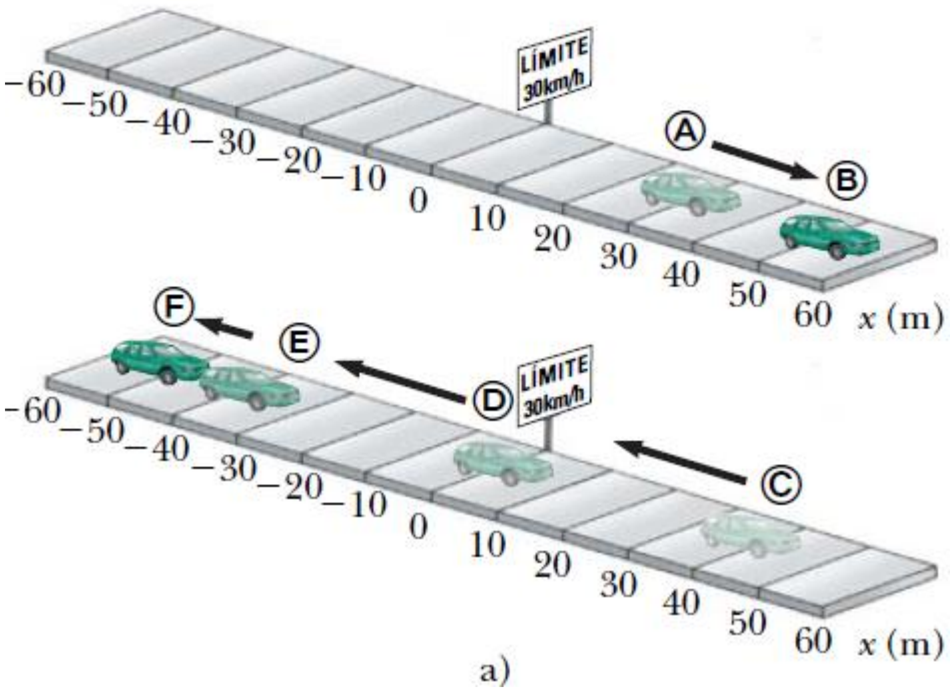
Para simplificar, modelaremos a los objetos como **partículas, u objetos puntuales.**

Utilizaremos algunas magnitudes **escalares** (distancia, rapidez) las cuales quedan dadas solamente por un número, y otras **vectoriales** (posición, desplazamiento, velocidad) que precisan además dirección y sentido.

Para describir el movimiento, precisamos la ubicación de la partícula en todo momento. La **posición** es la ubicación de la partícula respecto a un **marco de referencia** conveniente (sistema de coordenadas).

Para el movimiento 1D: usamos el eje x y fijamos el origen: el 0.

Movimiento rectilíneo: posición



En un movimiento unidimensional - sobre una recta – basta establecer un punto como origen y un sentido determinado como positivo, la recta la defino como eje “x”.

El automóvil en cierto instante estaba en la posición A (x = 30 m) y luego, en otro instante en la posición B (x= 50 m).

Posición del automóvil en varios tiempos

Posición	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53

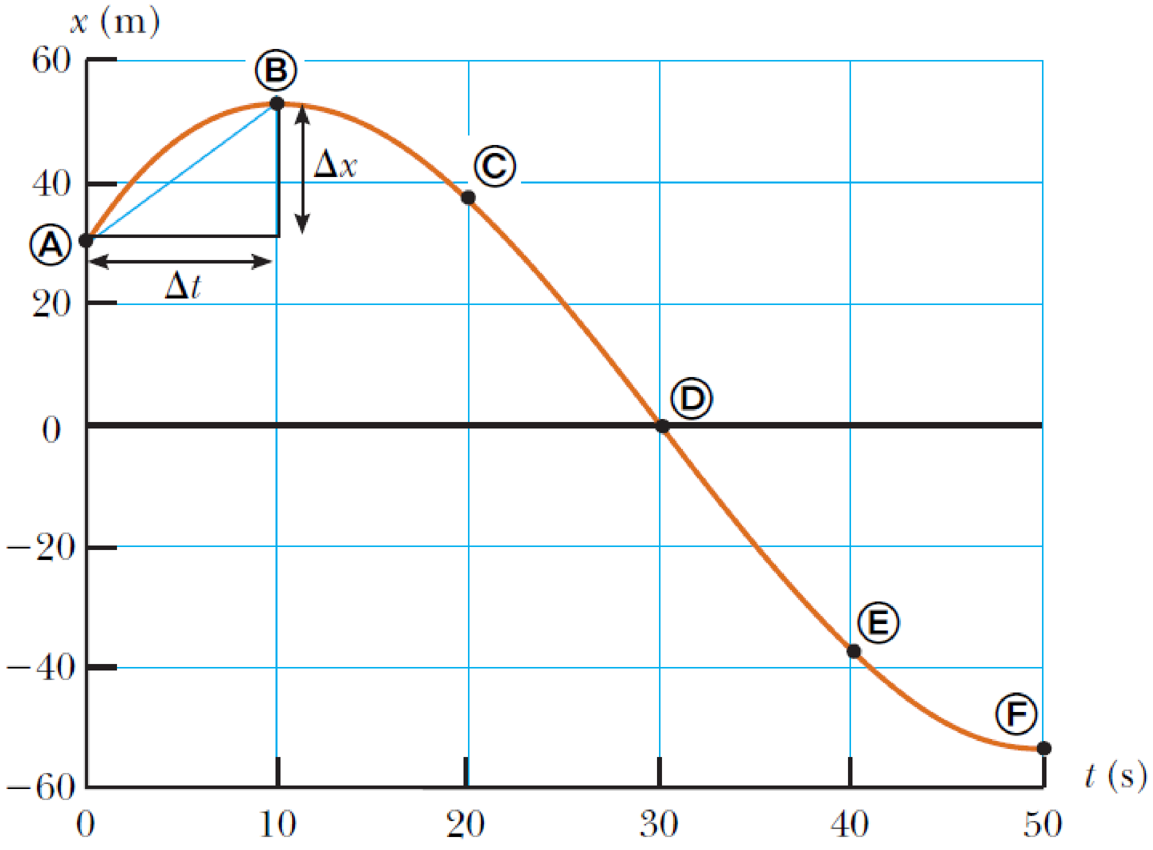
Las diferentes posiciones las puedo representar como su ubicación en el eje x, respecto al origen 0. Al variar el instante ***t*** considerado la posición cambia, por lo que puedo representar esto como una función de x que depende el tiempo t: **x(t)**. Esta función se le llama ***ley horaria***.

Movimiento rectilíneo: posición

En ciencia, **cómo comunicamos la información es igual de importante que la propia información**. En vez de una tabla, para describir la posición suele ser más útil una ***representación gráfica***.

En ciencia, las gráficas se utilizan en ***todas*** las disciplinas. Hay que amigarse con ellas.

Posición del automóvil en varios tiempos		
Posición	***t* (s)**	***x* (m)**
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53



b)

Movimiento rectilíneo: desplazamiento Δx

El **desplazamiento** de una partícula se define como su cambio de posición entre dos instantes:

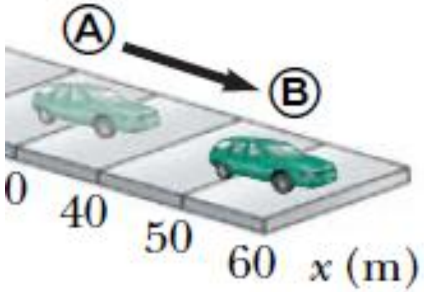
$$\Delta x = x_2 - x_1 = x_f - x_i$$

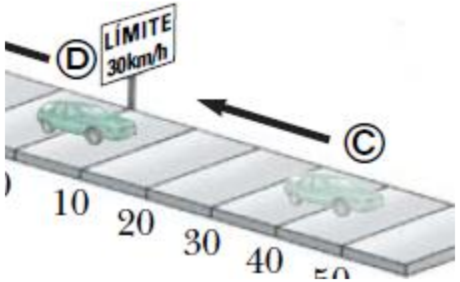
donde x_f es su posición en el instante final, y x_i en el instante inicial.

Se utiliza la letra griega delta (Δ) mayúscula para denotar la ***variación en cualquier cantidad física.*** Si $x_f > x_i \Rightarrow \Delta x > 0$, y en cambio, si $x_f < x_i \Rightarrow \Delta x < 0$.

El desplazamiento es una magnitud ***vectorial*** : en el caso 1D, todos los vectores tienen dirección= eje x, y su signo indica el sentido, + hacia la derecha, y – hacia la izquierda (en general).

Por ejemplo, el auto:





Movimiento rectilíneo: distancia recorrida

Es importante **no confundir** el desplazamiento con **la distancia**, que es la longitud total del trayecto recorrido al moverse de un lugar a otro.

La **distancia** es una cantidad ***escalar***, sólo tiene magnitud (tamaño o módulo), mientras que el **desplazamiento** es un ***vector***, tiene además dirección y sentido.

En la final del mundo de 2022, Messi **recorrió una *distancia* de 8.24km**, pero su ***desplazamiento promedio* fue de 0m**, y el *desplazamiento máximo* que podría haber realizado de 125m.

Es decir, ***el desplazamiento de un objeto no es lo mismo que la distancia que recorre.***

Si un jugador corre desde su arco hacia el arco rival, y vuelve, habrá recorrido una distancia de 210m, y describirá un desplazamiento de 0m.

Velocidad media y rapidez

Es usual comparar desplazamientos en función del tiempo que toman. Para ello se utilizan dos conceptos: ***rapidez*** (escalar) y ***velocidad*** (vector).

Para precisar la **velocidad** necesito: qué tan rápido voy (40km/h), en qué dirección voy (por Iguá) y con qué sentido (hacia el centro).

Definimos la **rapidez media o promedio** de una partícula en un intervalo dado como:

$$\textbf{rapidez media} = \frac{\textbf{distancia total}}{\textbf{tiempo total}}$$

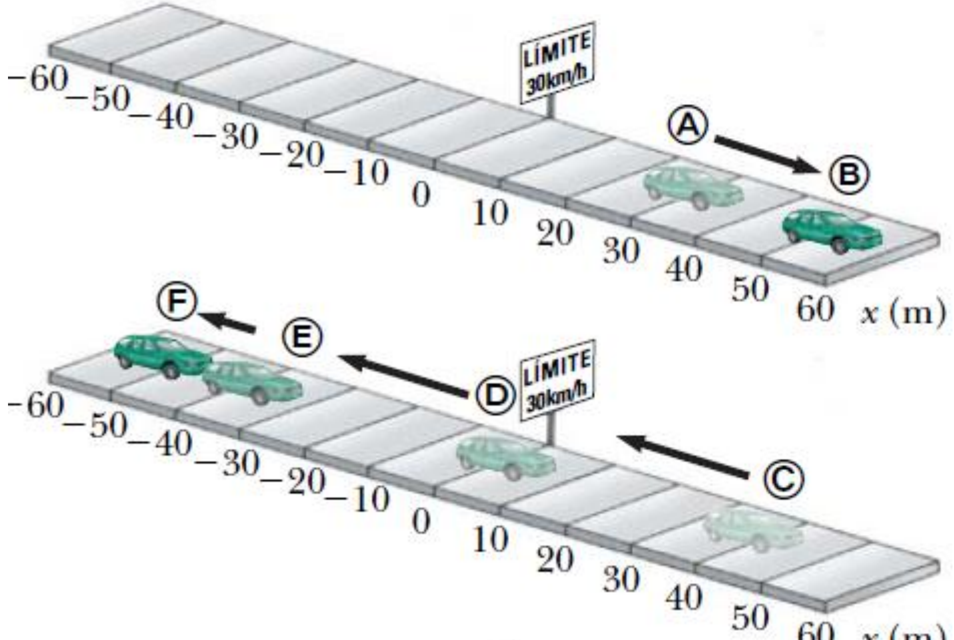
Definimos la **velocidad media o promedio** como el cociente:

$$v_{\text{media}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

La unidad de ambas es el m/s. Su signo indica si avanza (+) o retrocede (-).

Ejemplo

Encuentre el desplazamiento, velocidad promedio y rapidez promedio del automóvil de la figura entre las posiciones *A* y *F*



a)

Posición del automóvil en varios tiempos

Posición	t (s)	x (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53

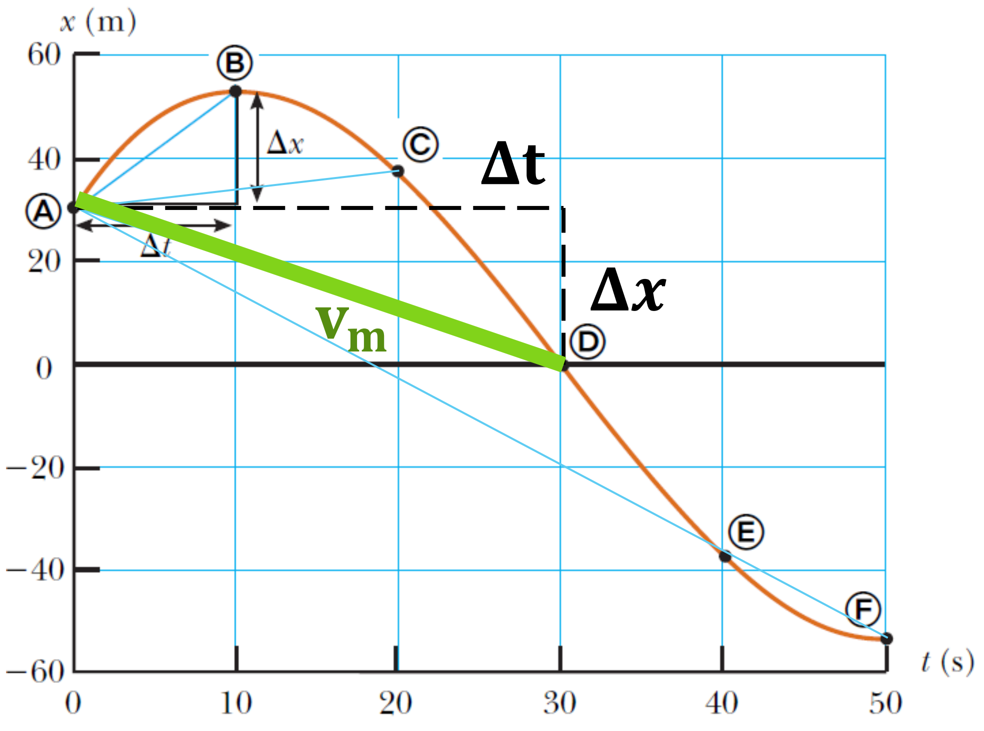
R: $\Delta x = -83m$, $v_m = -1.7m/s$, $\text{rapidez}_\text{m} = 2.5m/s$

Interpretación gráfica

La gráfica x(t) en general no es una línea recta (salvo si la velocidad es constante).

Si escogemos dos puntos, (A) y (D), y dibujamos la recta que los une, su **pendiente es la velocidad media** para el intervalo de tiempo $\Delta t = t_D - t_A$

La velocidad media de un objeto en un intervalo Δt en un intervalo dado es la pendiente de la línea recta que une los dos extremos, inicial y final, del intervalo



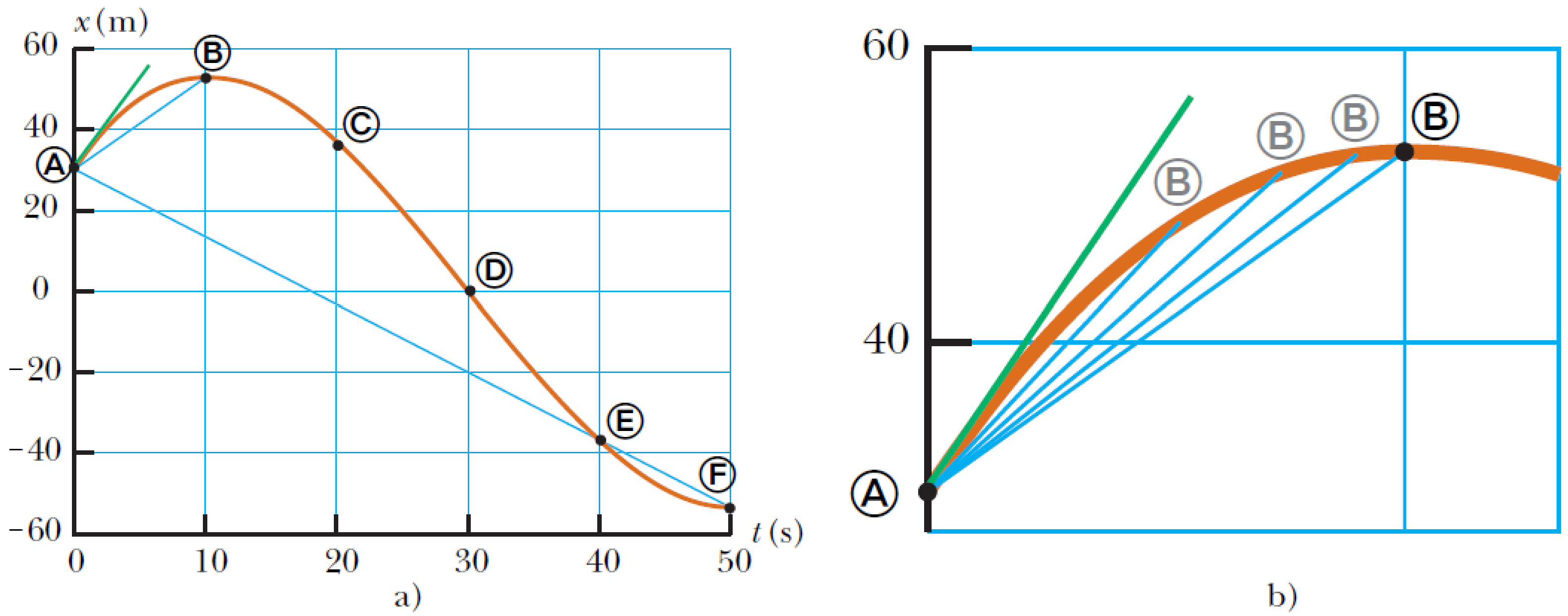
b)

La pendiente de una recta es una medida de su *inclinación*, y es el cociente del cambio en la coordenada vertical – ordenadas – entre el cambio en la coordenada horizontal – abscisas.

Velocidad instantánea

Retomando el ejemplo del jugador que recorre la cancha de arco a arco y vuelve. Su velocidad media será 0. Pero esto no nos dice mucho.

Interesa conocer la velocidad para intervalos de tiempo breves, eventualmente, *infinitesimalmente pequeños*, es decir, en cada instante. Esto es su **velocidad instantánea**



Velocidad instantánea

La velocidad instantánea v es igual a la velocidad media cuando el intervalo de tiempo Δt se hace muy pequeño (estrictamente es prácticamente nulo, *o tiende a cero*).

Una forma matemática más precisa de definirla es como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo Δt se hace infinitesimalmente pequeño:

$$\boldsymbol{v \equiv \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

El intervalo se hace cada vez más pequeño, sin llegar a cero. En términos matemáticos, esto es la *derivada* de la posición respecto al tiempo, y se escribe:

$$\boldsymbol{v = \frac{dx}{dt} = \dot{x}}$$

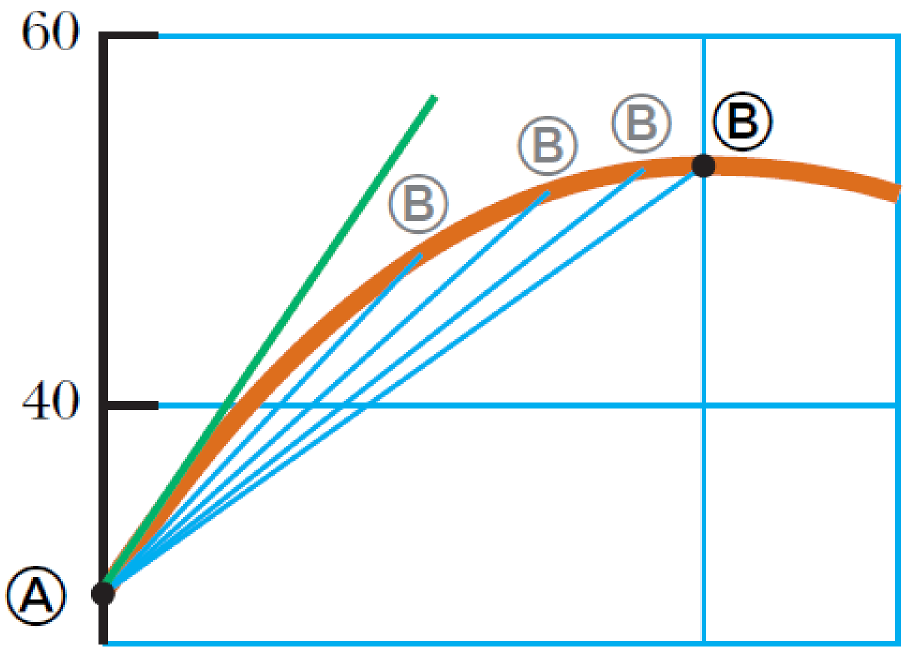
¡Para acordarnos: la derivada, nos da la pendiente de la gráfica!

Velocidad instantánea: interpretación

La figura muestra las cuerdas formadas por las líneas azules gradualmente se aproximan a una recta tangente a medida que el Δt se hace más pequeño.

La pendiente de la recta tangente a la curva posición vs. tiempo en un "tiempo determinado" se define como la velocidad instantánea en ese tiempo.

La ***rapidez instantánea*** de un objeto, que es una cantidad escalar, se define como la **magnitud de la velocidad instantánea.**



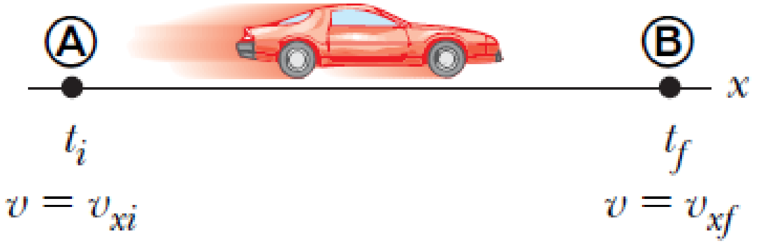
b)

Aceleración: aceleración media

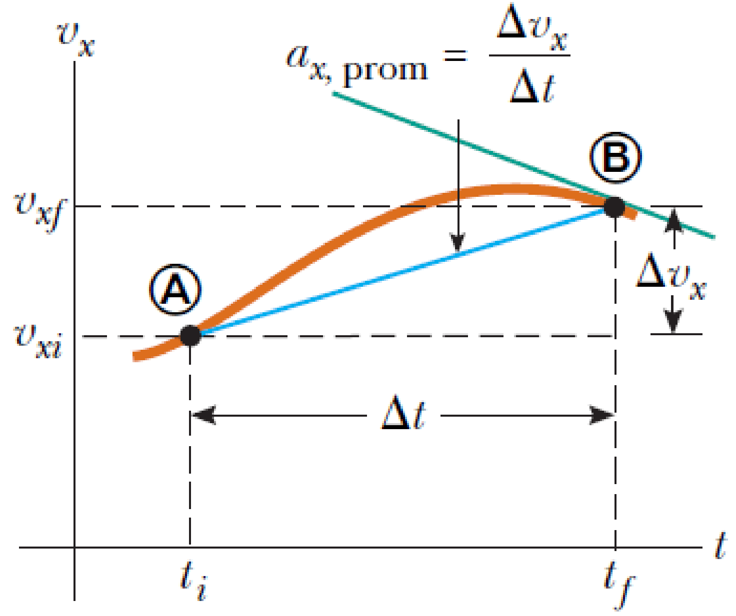
Un móvil difícilmente viaja distancias considerables con velocidad constante. *El cambio de velocidad de un objeto al transcurrir el tiempo se le conoce como* ***aceleración***

ACELERACIÓN MEDIA

Se define como el cociente entre la variación de la velocidad $\Delta v = v_f - v_i$ y el intervalo de tiempo Δt



a)



b)

$$\boldsymbol{a_m \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}}$$

Unidad: metros/segundo por segundo, o m/s^2

En 1D: si aceleración y velocidad tienen mismo signo, la rapidez está aumentando, sino, disminuyendo (frenando). No importa si ambas + o -.

Aceleración: aceleración instantánea

Así como la velocidad, la aceleración puede cambiar en diferentes intervalos de tiempo (auto habilitado por luz verde, llega a siguiente semáforo en amarillo).

Nos interesa la **ACELERACIÓN INSTANTÁNEA** que es el límite de la aceleración media cuando el intervalo Δt tiende a cero:

Normalmente llamamos ***aceleración*** a la aceleración instantánea

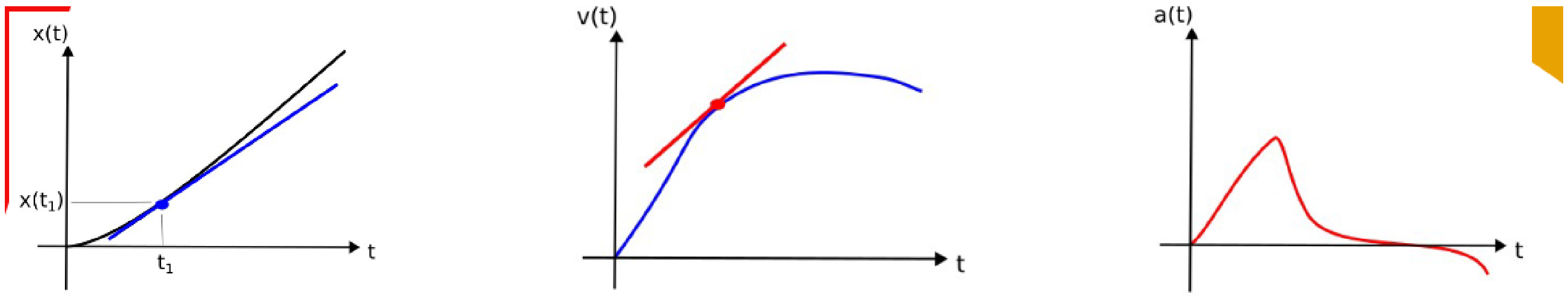
$$\boldsymbol{a \equiv \lim_{\Delta t \to 0} a_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Así como la velocidad a la posición, la **aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo:**

$$\boldsymbol{a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x}}$$

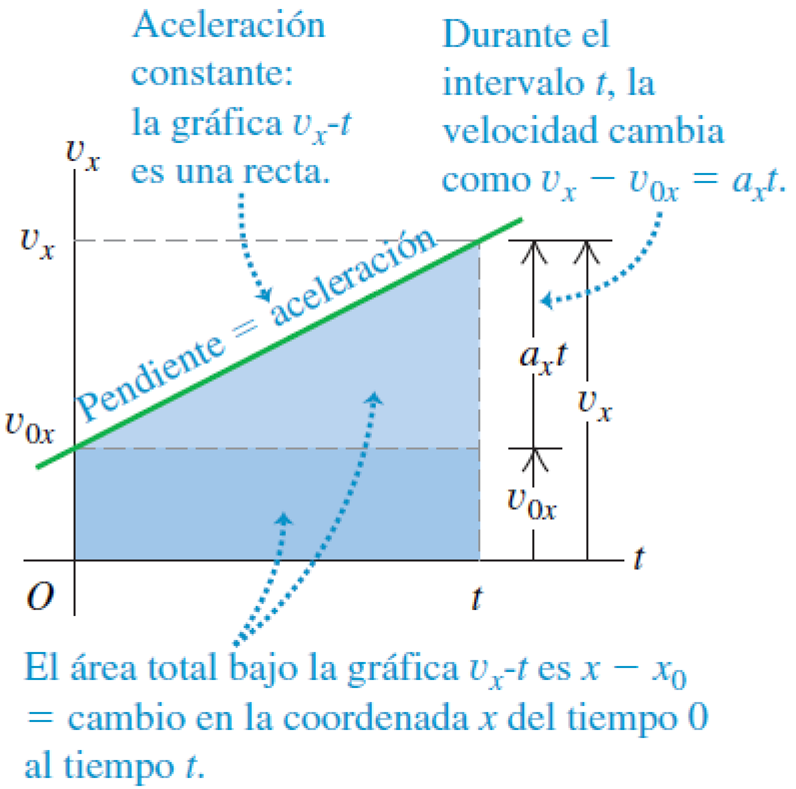
Asimismo, podemos decir que es la *derivada segunda de la posición respecto al tiempo.*

Resumen: relaciones entre cantidades

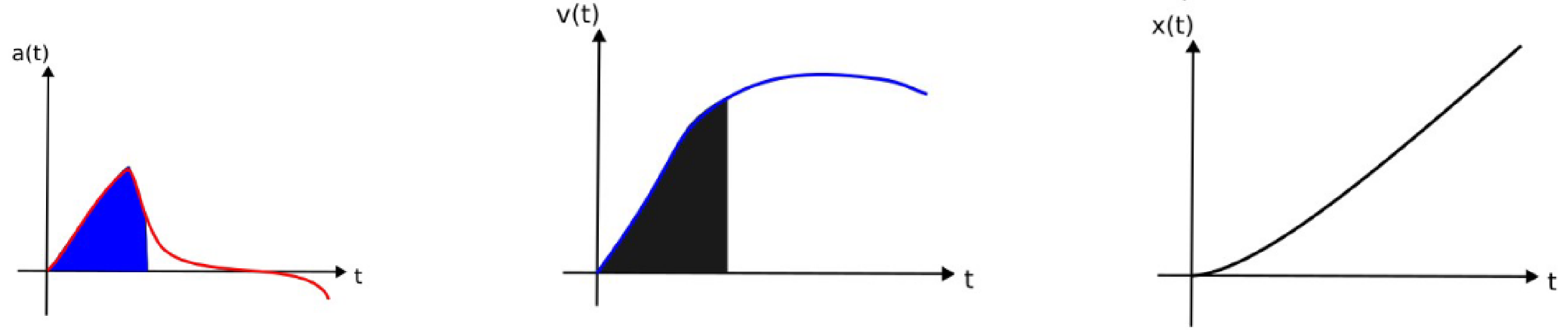


v(t) es la pendiente

a(t) es la pendiente



¿Se puede ir al revés? a(t)→ x(t)



v(t) es el área azul

x(t) es el área negra

MRU y MRUA: ecuaciones

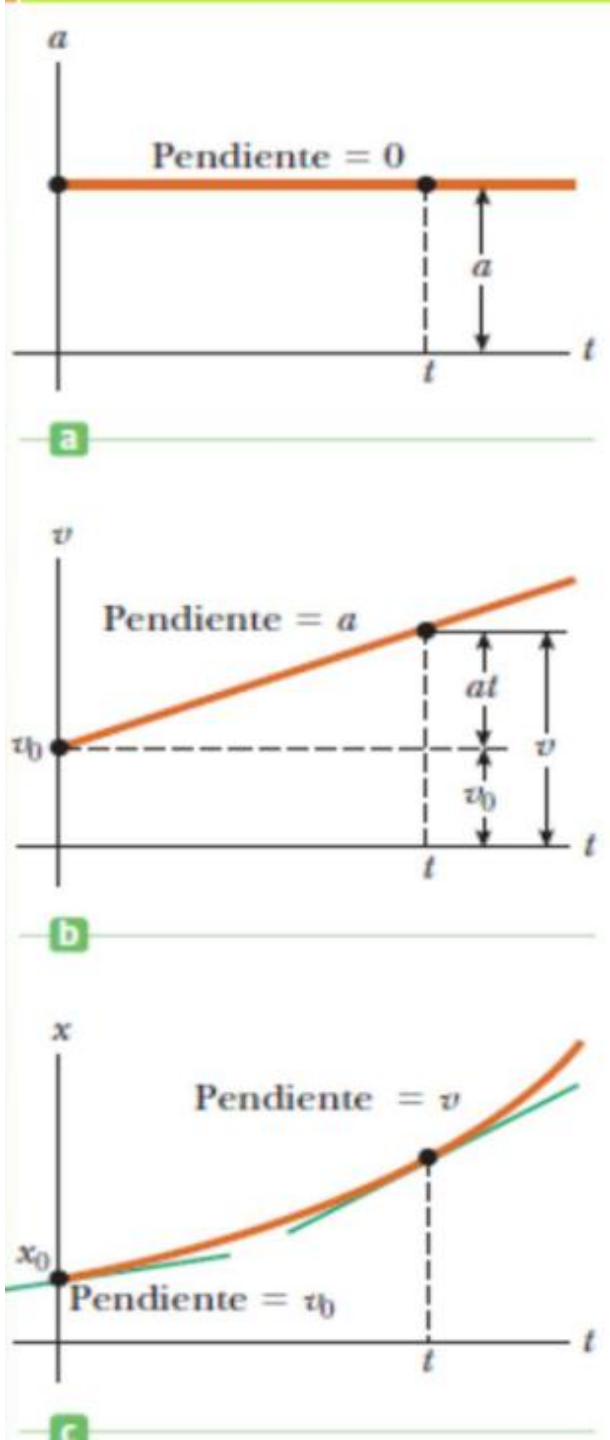
Como calentamiento, deduzcamos las ecuaciones del MRU – ***movimiento rectilíneo uniforme***

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$$

Visto esto, vayamos al caso más general, ***movimiento rectilíneo uniformemente acelerado*** (MRUA)

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$
$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$
$$v_f^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

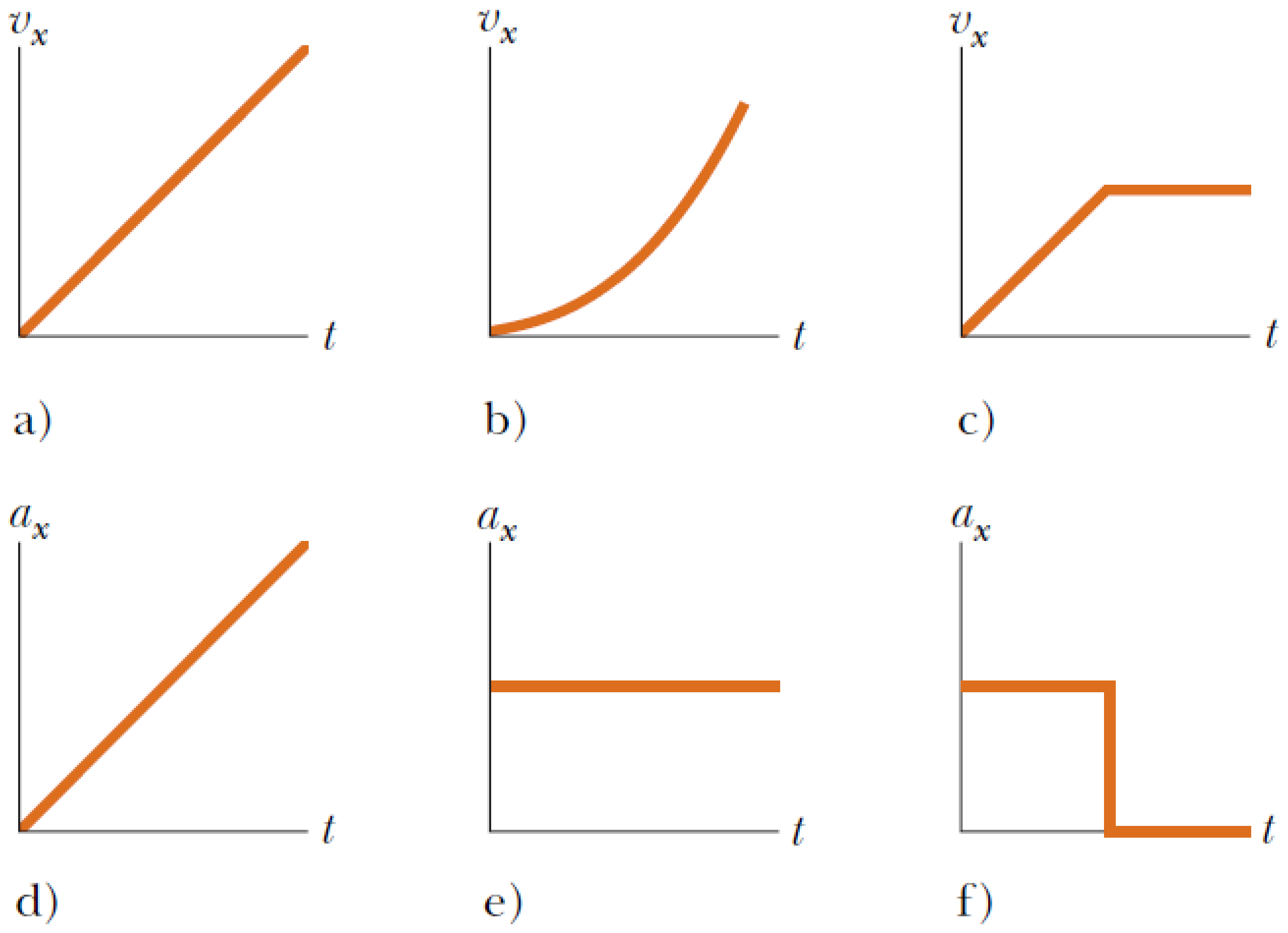
RECORDAR: el área bajo la gráfica de $v(t)$ es igual al desplazamiento, y el área bajo la gráfica $a(t)$ es igual a $v(t) - v_0$



Pregunta rápida

¿Qué gráfica de la primer línea corresponde con qué gráfica de la segunda?

WOOCLAP
EULQPC



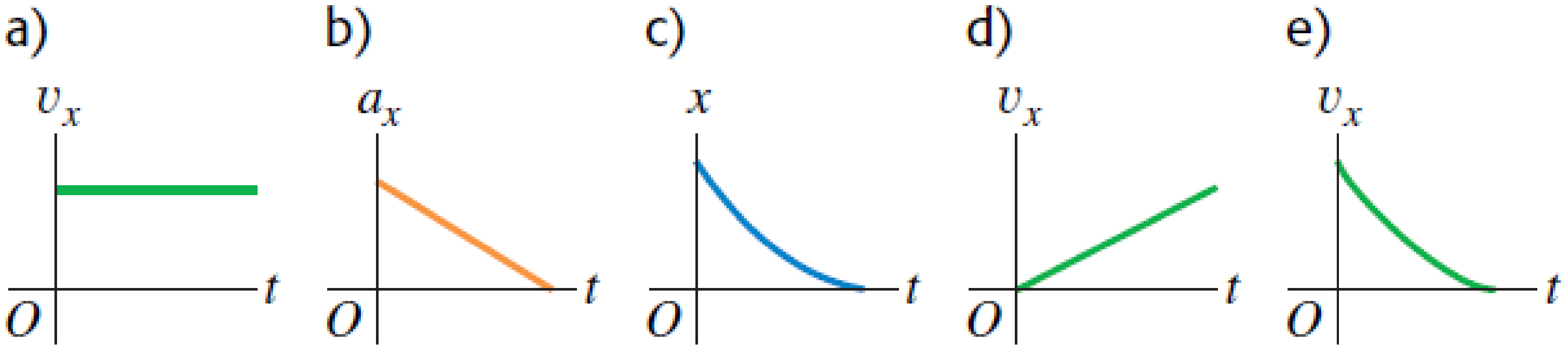
Pregunta rápida

WOOCLAP
EULQPC

Considere esta serie de fotos, tomadas en intervalos regulares de tiempo, de la posición de un insecto. ¿Qué gráfica describe al movimiento?

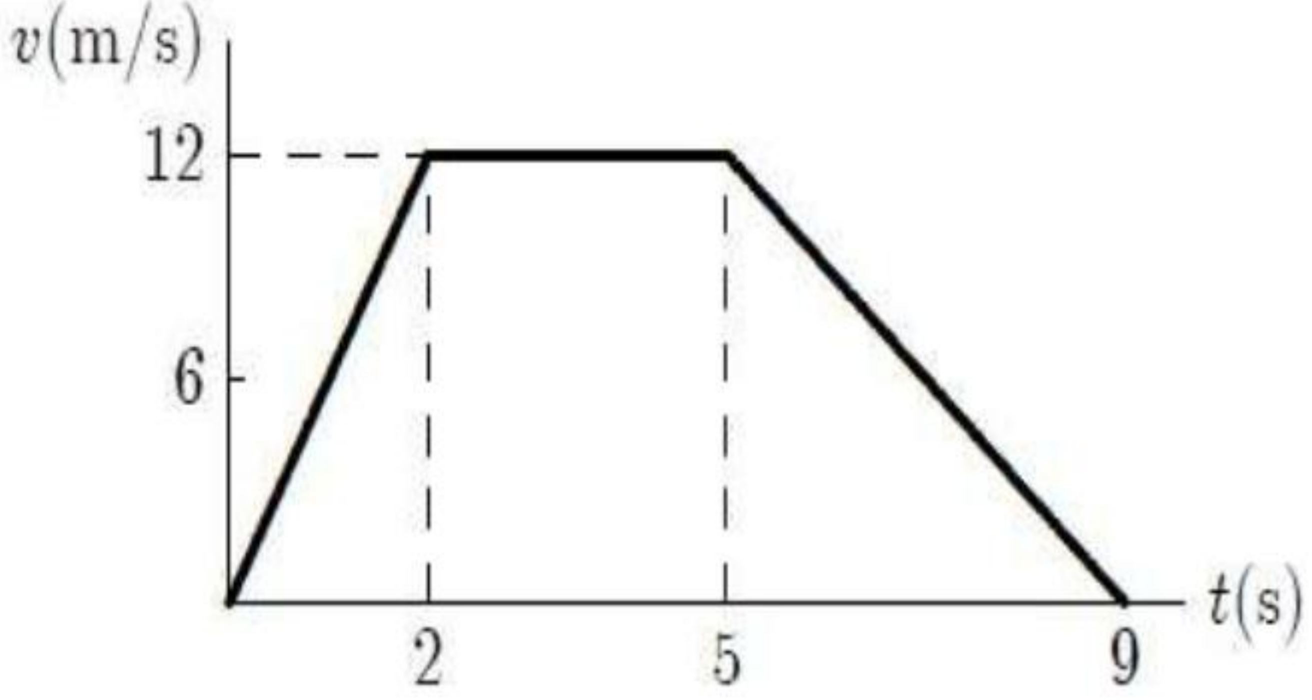
Figura 2.30 Pregunta P2.2.

Figura 2.31 Pregunta P2.2.



Pregunta rápida

Considere esta curva de velocidad. ¿Cuál es el desplazamiento total?



Ejemplo

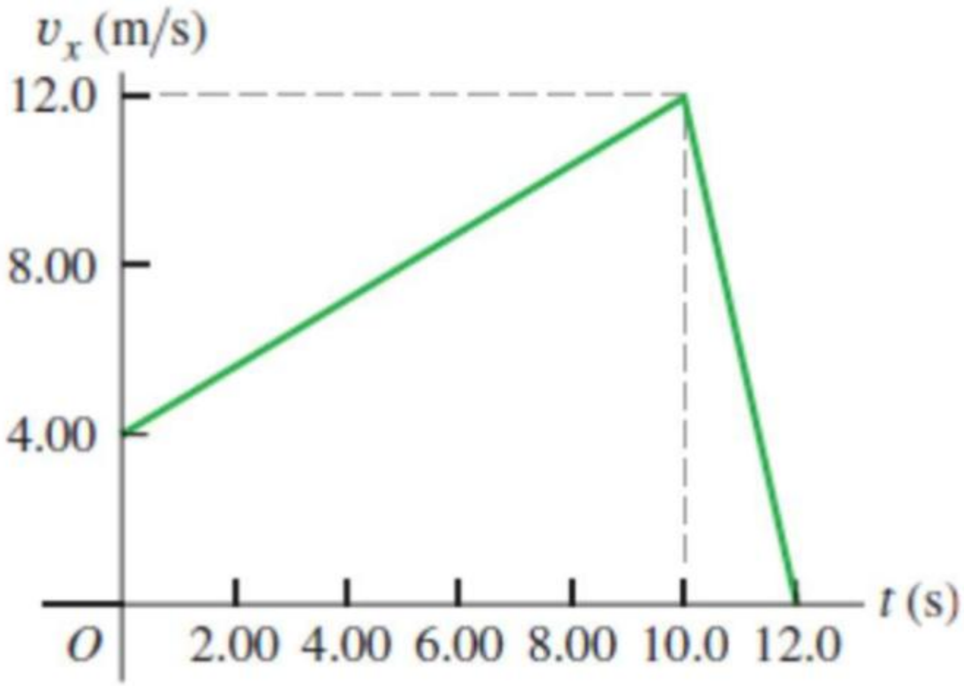
EJERCICIO 2.4

Una gacela corre en línea recta (el eje x). En la figura, la gráfica muestra la velocidad de este animal en función del tiempo. Durante los primeros 12,0 s, obtenga:

a) la distancia total recorrida y,

b) el desplazamiento de la gacela.

c) Dibuje una gráfica a(t) que muestre la aceleración de la gacela en función del tiempo durante los primeros 12,0 s.



Caída libre

Se sabe que, despreciando la resistencia del aire, todos los objetos caen sobre la Tierra con la misma aceleración (1600 Galileo) – si bien hasta ese momento se creía que los más pesados caen más caían más rápido (Aristóteles).

Galileo descubrió la ley de caída libre de objetos al observar que si dos pesas diferentes se dejaban caer de manera simultánea desde la Torre inclinada de Pisa, golpeaban la superficie de la Tierra aproximadamente en el mismo tiempo. En 1971, David Scott repitió el experimento, en la Luna.

Caída libre: *caso idealizado de movimiento donde se omite la resistencia del aire y se supone aceleración constante de* **g** – vertical, y hacia abajo.

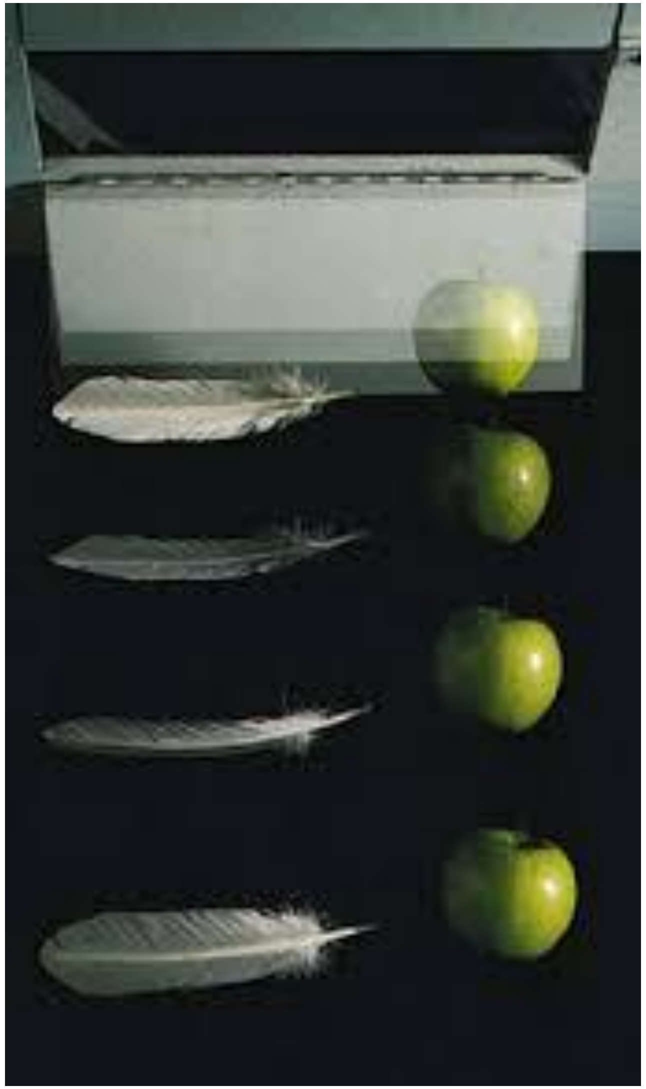
El valor de g disminuye con el aumento de la altitud y también varía ligeramente con la latitud. En la superficie de la Tierra, el valor de ***g*** es aproximadamente $9{,}80\ m/s^2$.

Caída libre: ecuaciones

Si ignoramos resistencia del aire y variación de **g**, se trata de un movimiento de aceleración constante.

Si consideramos, convencionalmente, que la dirección *hacia 'arriba' es la positiva*, las ecuaciones son:

$$\boldsymbol{v(t) = v_0 - g(t - t_0)}$$
$$\boldsymbol{y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) - \frac{1}{2} g(t - t_0)^2}$$



EJEMPLO: pensemos que se arroja una piedra hacia arriba, y definimos el origen en el punto de lanzamiento ($y_0 = 0$). Calculemos el tiempo de vuelo y altura máxima del lanzamiento.

$$\boldsymbol{y_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \qquad t_{max} = \frac{v_0}{g}}$$