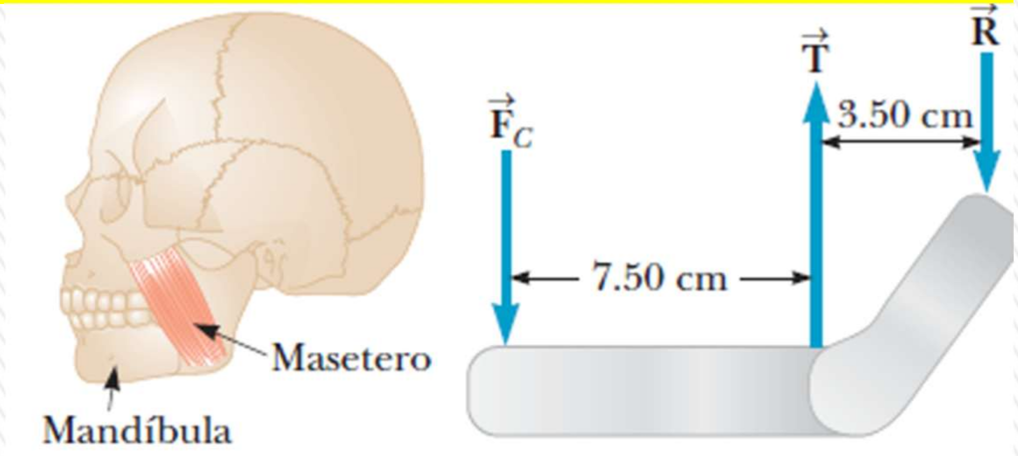
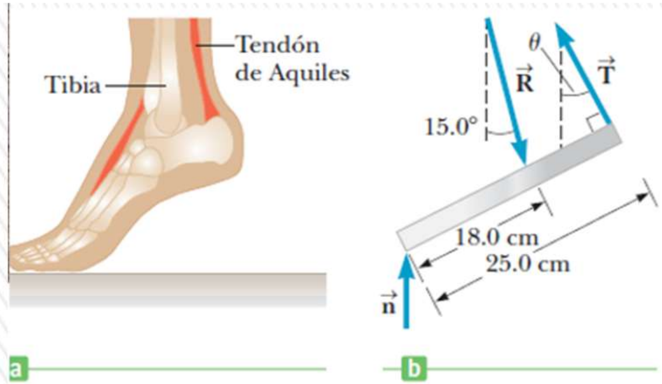
Curso Física 1 para Bio-Geociencias (FI252) 2026
Clase N° 11





La clase pasada: Producto vectorial, torque, condiciones de equilibrio estático.Ejemplos

¿Alguna pregunta?

Hoy veremos: Centro de gravedad, equilibrio y estabilidad, palancas y mandíbulas de animales. Ejemplos.

Segunda evaluación corta: se realizará a partir del lunes 4 de mayo
Clases de consultas generales:
Presencial – Giannina miércoles 13:00 salón 210.
Virtual- miércoles de 17:30 a 19:00 por Zoom (enlace de clase teórica de los martes)

Ejercicio 3.13

Una escalera de densidad uniforme, de largo L = 4,0 m y masa m = 30 kg descansa contra una pared vertical sin rozamiento formando un ángulo de 60° con respecto al piso. El extremo inferior se apoya sobre un piso de coeficiente de rozamiento estático 0,40. Un pintor de masa M = 60 kg intenta subir por la escalera. ¿Hasta qué distancia podrá subir sin que la escalera empiece a resbalar?

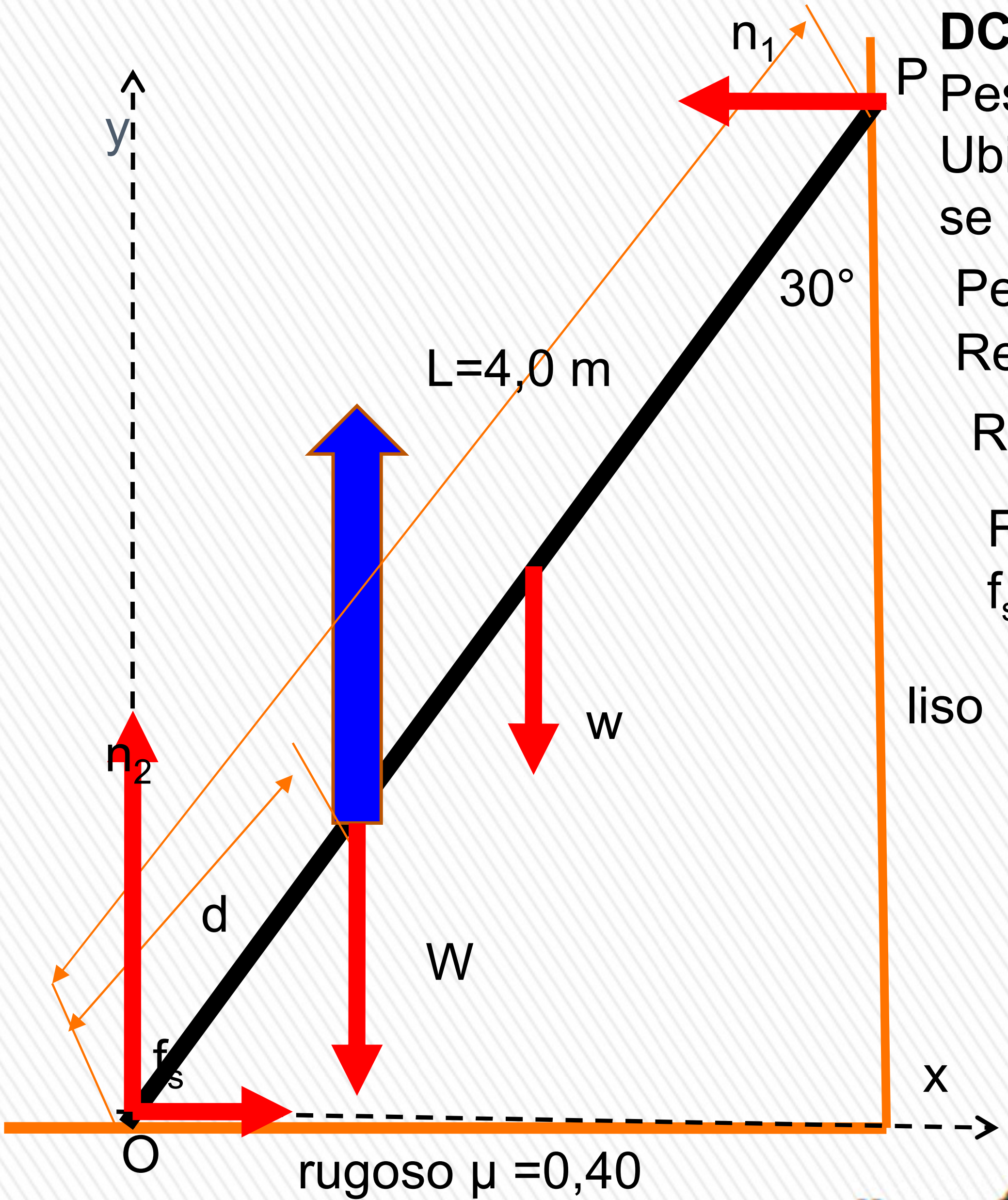
La fuerza que evita el deslizamiento de la escalera es la fuerza de fricción estática. Al empezar a subir el pintor, la escalera va a tender a deslizarse.
Sea *d* la mayor distancia a la que puede subir el pintor sin que la escalera resbale.
Como me piden la distancia máxima, debo considerar el valor máximo posible de la fuerza de fricción estática: $f_s = \mu_s . n$

Para que la escalera permanezca en equilibrio estático se deberán cumplir las condiciones de equilibrio

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0 \qquad \sum \tau = 0$$

Trazo los ejes x e y considerando como origen:
el punto de apoyo de la escalera con el piso.
Realizo el DCL…

Ejercicio 3.13



DCL

Peso de la escalera w=mg=30×9,8=294 N

Ubicado en el centro de la escalera (ya que se supone que es uniforme.

Peso del pintor: W=Mg= 588 N

Reacción normal de la pared vertical: n_1

Reacción normal del piso vertical: n_2

Fuerza fricción estática del piso vertical: $f_s = \mu_s . n_2$

$$\sum F_x = 0 \quad f_s - n_1 = 0$$

$$n_1 = f_s = \mu_s n_2$$

$$\sum F_y = 0 \quad n_2 - W - w = 0$$

$$n_2 = W + w = 588 + 294 = 882\ N$$

$$n_1 = f_s = \mu_s n_2 = 0.40 \times 882 = 352{,}8\ N$$

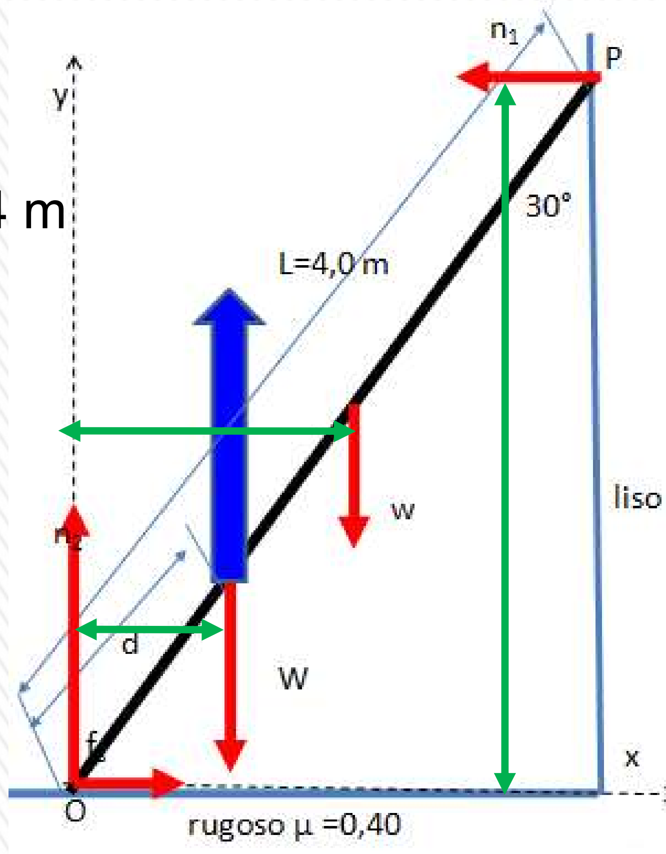
Ejercicio 3.13

Calculo los torques respecto al punto O.
Las fuerzas que tienen torque no nulo respecto a O son: w, W y n_1

Sus brazos de palanca valen respectivamente:

w: (L/2) × sen 30° =0,5L × 0,500 = 0,25 L =1,00 m

W: d × sen 30° =0,5d n_1: L × cos 30°=0,8660L =3,464 m



Sumatoria de torque respecto al punto O:

0,5d W+ (1,000) w –(3,464) n_1= 0

0,5d (588)+ (1,000) (294) –(3,464) (352,8)= 0

294 d = 1222,14 -294 =928,14

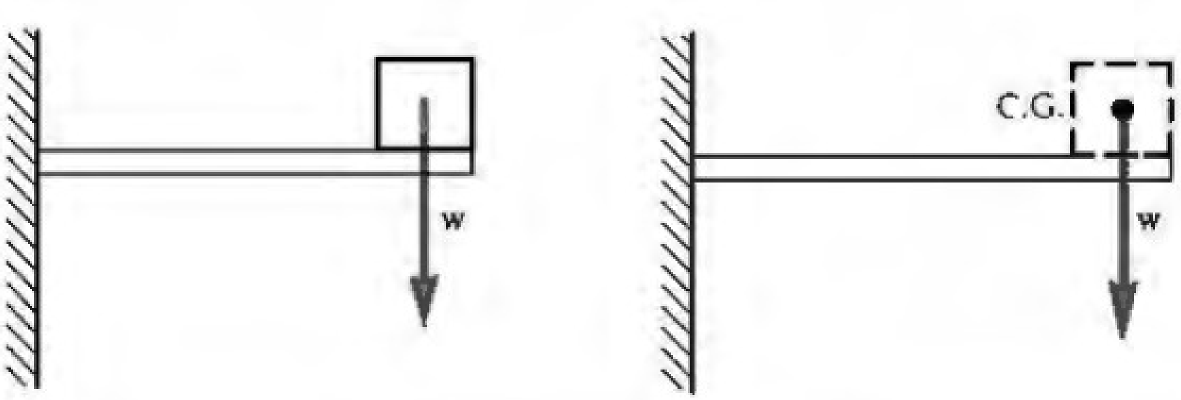
d = 928,14/294 = 3,157 m

d = 3,2 m   h= 2,7 m

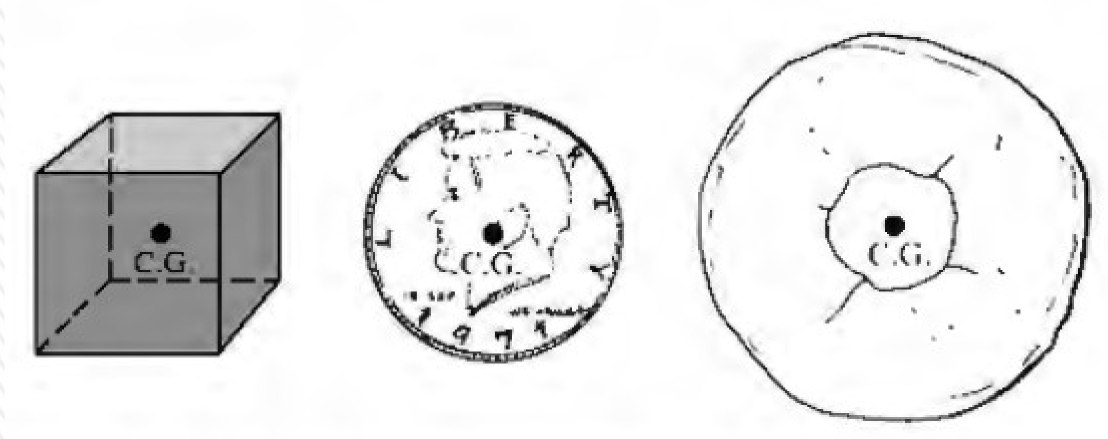
CENTRO DE GRAVEDAD (C.G.)

*El **centro de gravedad (C.G.) o baricentro,** es el punto donde se puede considerar concentrado todo el peso*

Por tanto el torque con respecto a cualquier punto producido por el peso de un objeto extenso es igual al que produciría un objeto puntual con su mismo peso y situado en el C.G.



el C.G. puede no estar en el cuerpo como en el 3er. caso



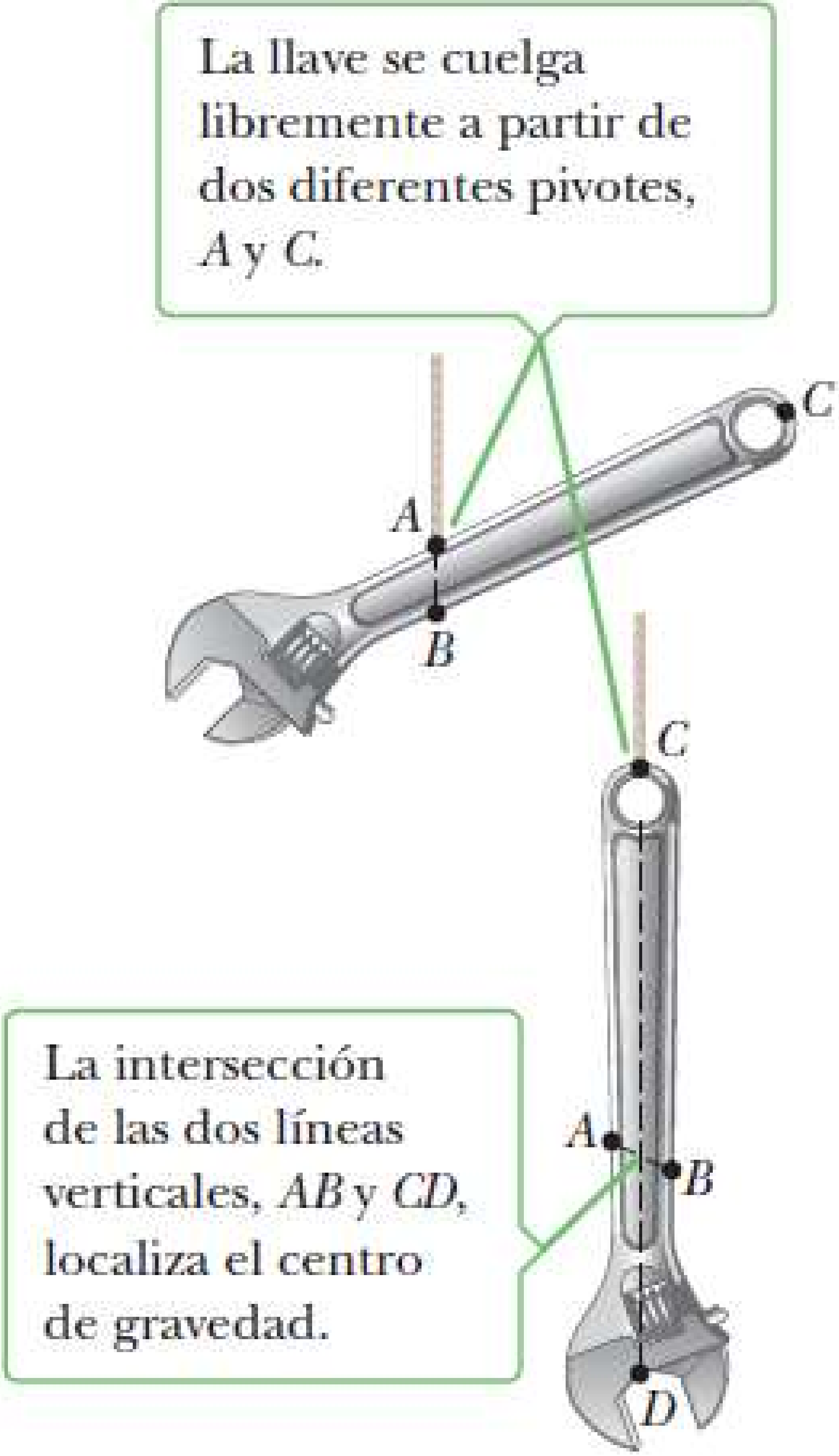
Los C.G. de objetos simétricos y densidad uniforme coinciden con sus centros geométricos.

Para objetos no simétricos, el C.G. puede calcularse matemáticamente o localizarse experimentalmente.

Un objeto suspendido siempre cuelga de manera que su C.G. se encuentra directamente por debajo del punto de suspensión, ya que en esta posición el torque que resulta del peso con respecto a ese punto es cero.

Esta observación proporciona una manera de localizar el C.G. experimentalmente.

CENTRO DE GRAVEDAD



Una técnica experimental para determinar el centro de gravedad de una llave.

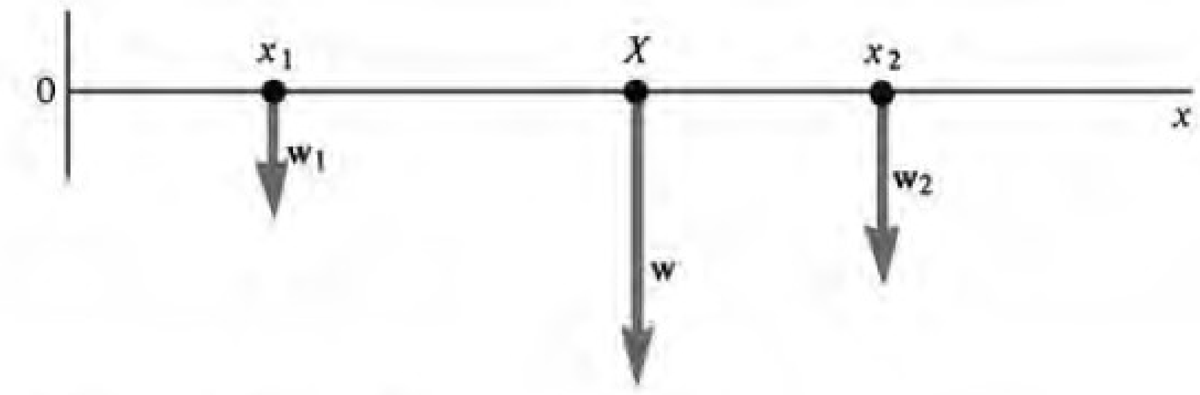
Este soporte de una botella de vino es una sorprendente muestra de equilibrio estático.

CENTRO DE GRAVEDAD

CENTRO DE GRAVEDAD

Vamos a encontrar analíticamente el C.G. de un sistema muy simple: dos masas puntuales en los extremos de una barra sin peso dirigida a lo largo del eje *x.*

El C.G. es un punto desconocido *X.* *A partir de la definición, un peso* $w = w_1 + w_2$, concentrado en el punto *X producirá un torque* igual a la suma de los torques debidos a w_1 *y* w_2.



El momento de cada uno de ellos respecto al origen es $\tau_1 = -x_1.w_1$ y $\tau_2 = -x_2.w_2$.

El torque total respecto a O vale:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 = -x_1.w_1 - x_2.w_2$$

Un solo peso *w* en el punto *X* produce un torque $\tau = -Xw$.

Igualando ambas expresiones parar encontramos que el C.G. está situado en:

$$X = \frac{-x_1.w_1 - x_2.w_2}{-w} = \frac{x_1.w_1 + x_2.w_2}{w_1 + w_2}$$

Si hay más de dos pesos, el C.G. se encuentra de la misma manera:

$$X = \frac{x_1.w_1 + x_2.w_2 + x_3.w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i x_i.w_i}{\sum_i w_i}$$

CENTRO DE GRAVEDAD

La ecuación anterior del centro de gravedad contiene los pesos tanto en el numerador como en el denominador. Si sustituimos $w_i = m_i g$ *para cada peso, los factores g se anulan (suponiendo que el valor de g no varía).*

Entonces, *X se expresa en función de las masas en* vez de en función de los pesos y se denomina ***centro de masas (C.M.)****.*

No hay diferencia entre el C.G. y el C.M. mientras **g tenga la misma dirección y módulo para** cada peso.

El procedimiento para hallar el centro de gravedad de configuraciones más complicadas es básicamente el mismo. Si los pesos se hallan en diversos puntos en un plano, entonces el C.G. se encuentra en un punto *(X. Y.) del plano.*

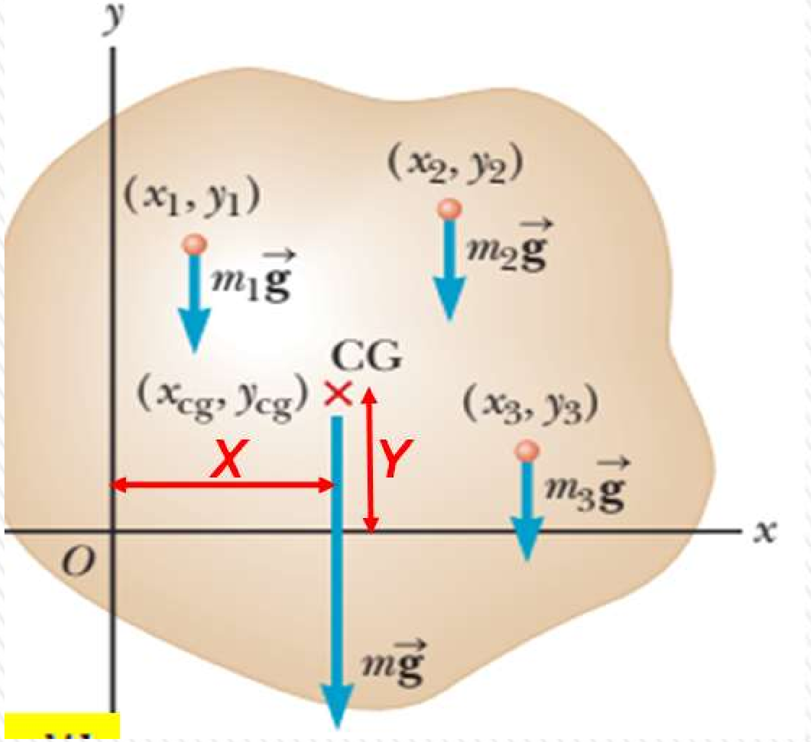
Usamos la ecuación anterior para hallar *X y una ecuación análoga para* las coordenadas *y de los pesos se emplea para obtener Y.*

$$X = \frac{x_1 . w_1 + x_2 . w_2 + x_3 . w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i x_i . w_i}{\sum_i w_i}$$

$$Y = \frac{y_1 . w_1 + y_2 . w_2 + y_3 . w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i y_i . w_i}{\sum_i w_i}$$

CENTRO DE GRAVEDAD

No hay diferencia entre el ***centro de gravedad*** *y el* ***centro de masas*** *mientras el valor de* **g puede suponer como tenga la misma dirección y módulo** para cada peso.



El procedimiento para hallar el centro de gravedad o centro de masas de un sistema de partículas plano es el siguiente.

Calculo todos los productos $x_i.w_i$ (ó $x_i.m_i$), donde x_i es la distancia de cada w_i (o m_i) al eje y, los sumo y los divido entre el peso (o masa) total. Con esto obtengo la coordenada *X* del C.G. (o del C.M.) al eje y.

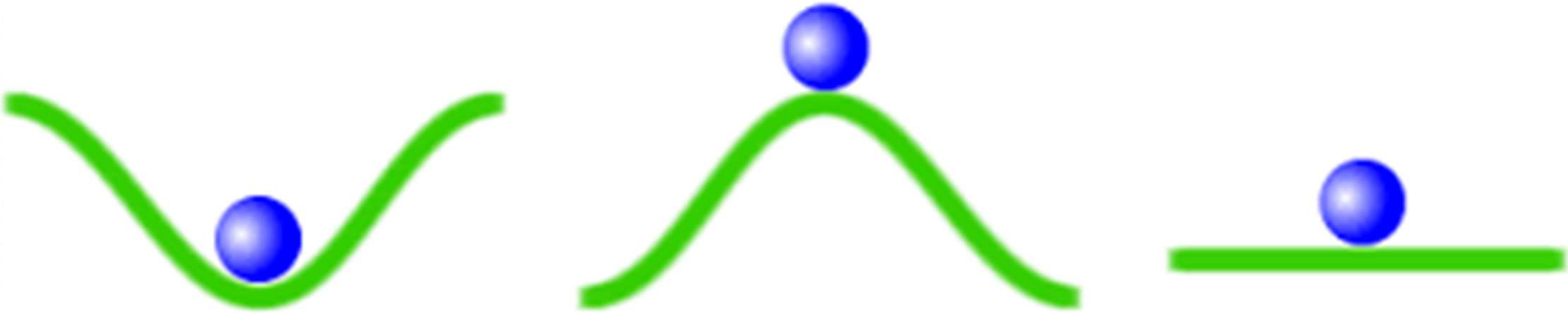
Para determinar Y, la coordenada del C.G. (o del C.M.) al eje x, hago los productos $y_i.w_i$ (ó $y_i.m_i$) siendo y_i la distancia de cada w_i (o m_i) al eje x.

$$X = \frac{x_1.w_1 + x_2.w_2 + x_3.w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i x_i.w_i}{\sum_i w_i}$$

$$Y = \frac{y_1.w_1 + y_2.w_2 + y_3.w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i y_i.w_i}{\sum_i w_i}$$

En el edificio más alto del mundo, el Burj Khalifa de Dubai con 828 m de altura, el centro de gravedad está a 9 mm por debajo del centro de masas.

TIPOS DE EQUILIBRIO



Un equilibrio se dice que es **estable** si, al perturbarlo, por sí mismo, vuelve al punto anterior de estabilidad. Un péndulo es un buen ejemplo. Aunque lo alteremos tantas veces como queramos, siempre retomará la posición inicial, la vertical.

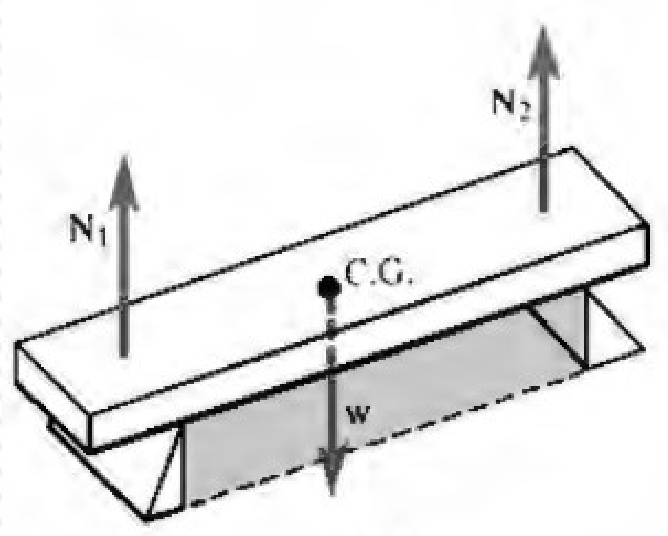
Un equilibrio se dice que es **inestable** si, al perturbarlo, el objeto se aleja de su posición inicial. Ejemplo, una bolita sobre el polo de una esfera. Una vez apartada, no regresa, se aleja del punto de equilibrio.

Un equilibrio se dice que es **indiferente** si, al perturbarlo, no modifica su estado, es decir accede a un nuevo punto de equilibrio. Un libro caído en el suelo es un buen ejemplo. La típica expresión *“de ahí no pasa”*, cuando algo se nos cae al suelo, define de forma gráfica la situación. Es indiferente a lo que le hagamos.

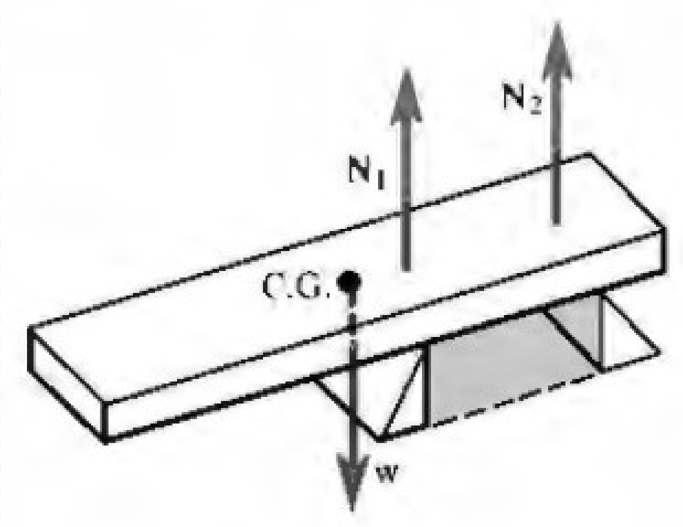
ESTABILIDAD Y EQUILIBRIO

La idea básica de estabilidad y equilibrio se ilustra mediante el tablón de la figura.

Si su C.G. se halla entre los soportes, los torques en torno al C.G. debidos a $\mathbf{N_1}$ y a $\mathbf{N_2}$ son opuestos y se anulan, y por lo tanto el tablón se halla en equilibrio.

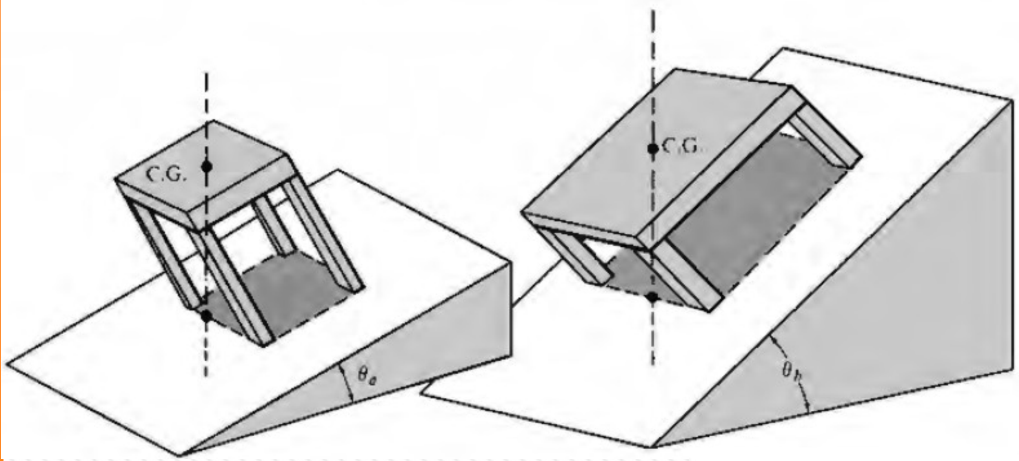


Sin embargo, cuando el centro de gravedad se halla a la izquierda de ambos soportes, los torques de $\mathbf{N_1}$ y $\mathbf{N_2}$ con respecto al C.G. son ambos positivos.
Como el torque neto no es nulo, el tablón se cae.
Así, **un objeto se halla en equilibrio sólo cuando *su centro de gravedad se halla por encima del área de la base definida* por sus soportes.**



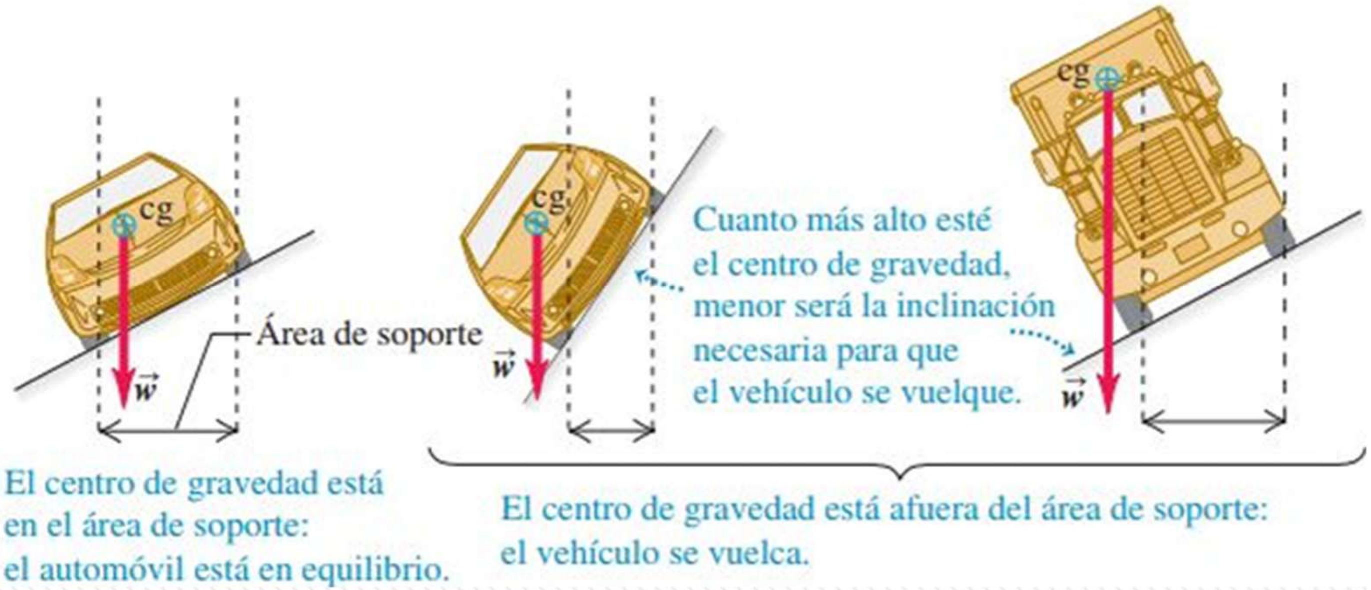
Un animal que se sostiene sobre cuatro patas es análogo a una mesa.
Una mesa colocada sobre una superficie que se vaya inclinando gradualmente, acaba por caerse cuando su centro de gravedad ya no se halla sobre la superficie delimitada por los extremos de sus cuatro patas.

ESTABILIDAD Y EQUILIBRIO



Cuanto más cortas sean las patas para una mesa de forma determinada, mayor será el ángulo θ *en que esto ocurra y mayor será su estabilidad;* una mesa baja es más estable que una mesa alta.

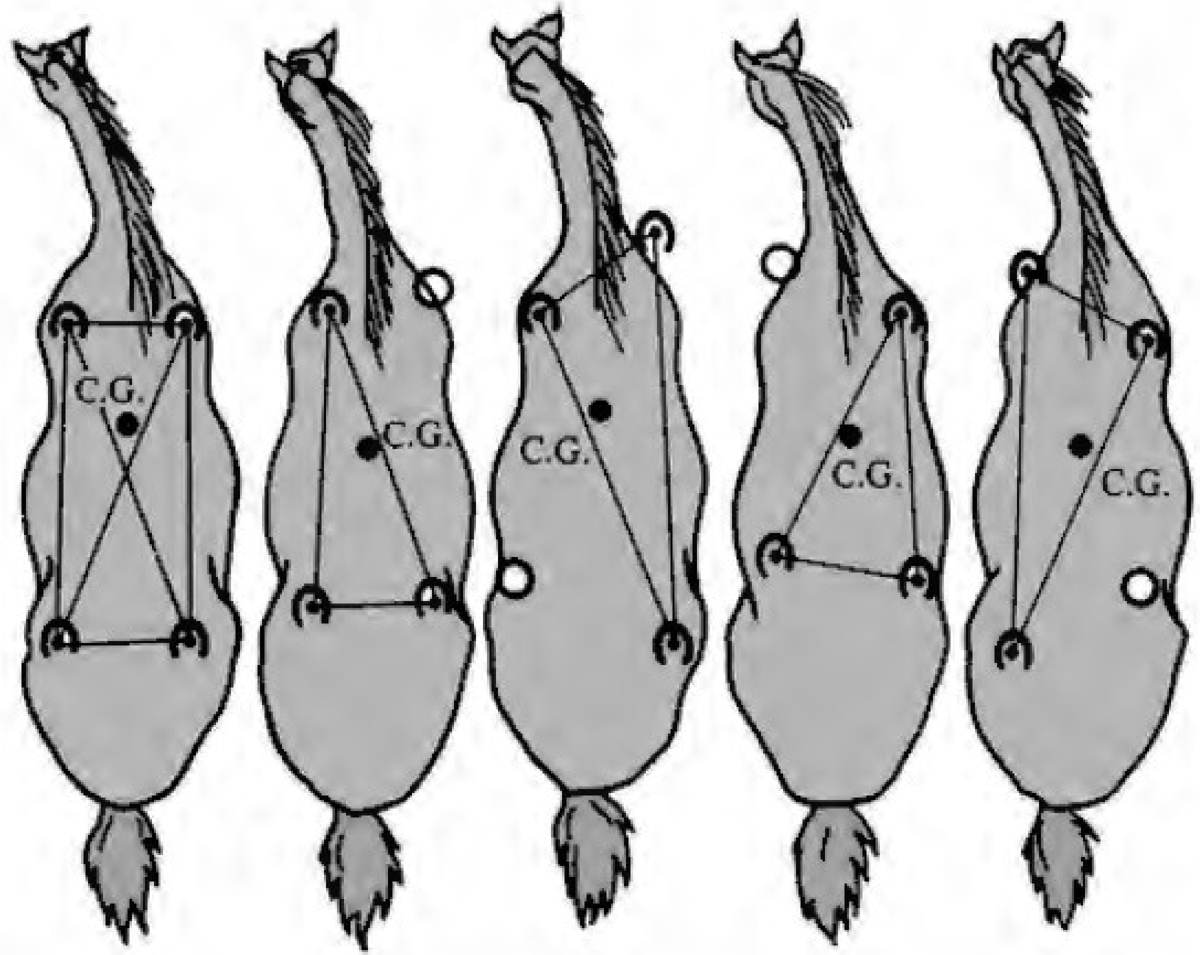
Análogamente, el C.G. de los automóviles, barcos y vasijas ha de mantenerse lo más bajo posible para asegurar la máxima estabilidad.



Las ratas y ardillas tienen piernas relativamente cortas, por lo que están bien adaptadas para vivir en terrenos escarpados o en las ramas de los árboles.
En cambio, el caballo y el antílope, cuyas patas son largas, se encuentran bien dispuestos para ser eficaces en la carrera sobre terrenos casi planos.

ESTABILIDAD Y EQUILIBRIO

Si un cuadrúpedo levanta una pata, permanecerá en equilibrio si su C.G. se encuentra por encima del área triangular de la base delimitada por las tres patas restantes.
Moviendo las patas en el orden correcto, puede andar lentamente manteniendo siempre tres patas en contacto con el suelo, y con el C.M. por encima del triángulo definido por ellas.



El orden es: delantera derecha, trasera izquierda, delantera izquierda, trasera derecha.
Es el que siguen todos los animales cuadrúpedos y los niños cuando gatean.
Los seres humanos, los pájaros y algunos animales pueden mantenerse en equilibrio sobre uno o dos pies, pero ello ocurre gracias a que sus pies son suficientemente anchos como para permitírselo.

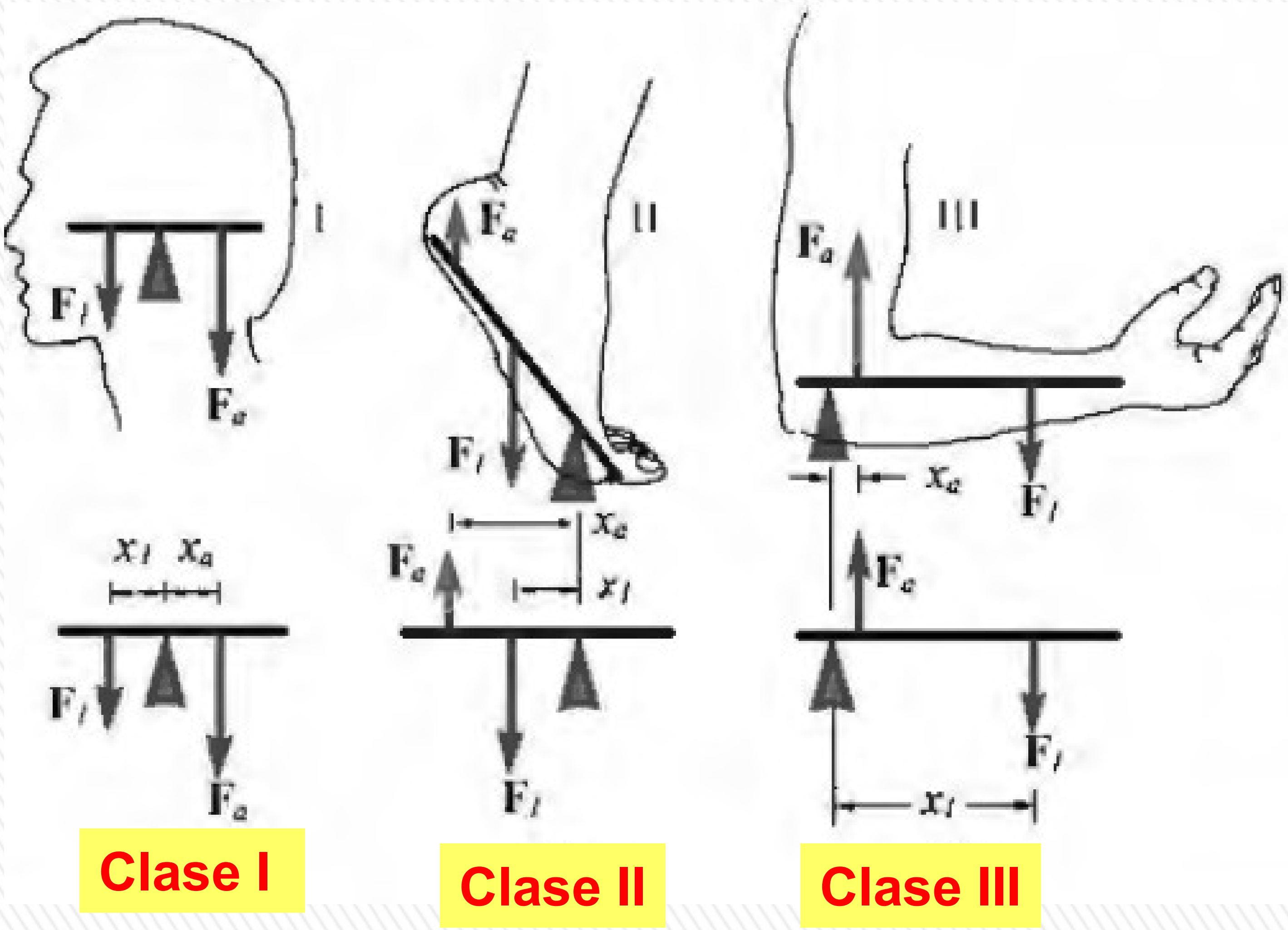
PALANCAS Y VENTAJA MECÁNICA

Máquinas simples: palancas y sistemas de poleas.

En cada caso, se aplica una fuerza F_a **(fuerza aplicada)** y se contrarresta una fuerza de carga F_L ***(fuerza de carga).***

La ***ventaja mecánica (V.M.) de la máquina*** *se define como el cociente* de los módulos de estas fuerzas

$$V.M. = \frac{F_L}{F_a}$$



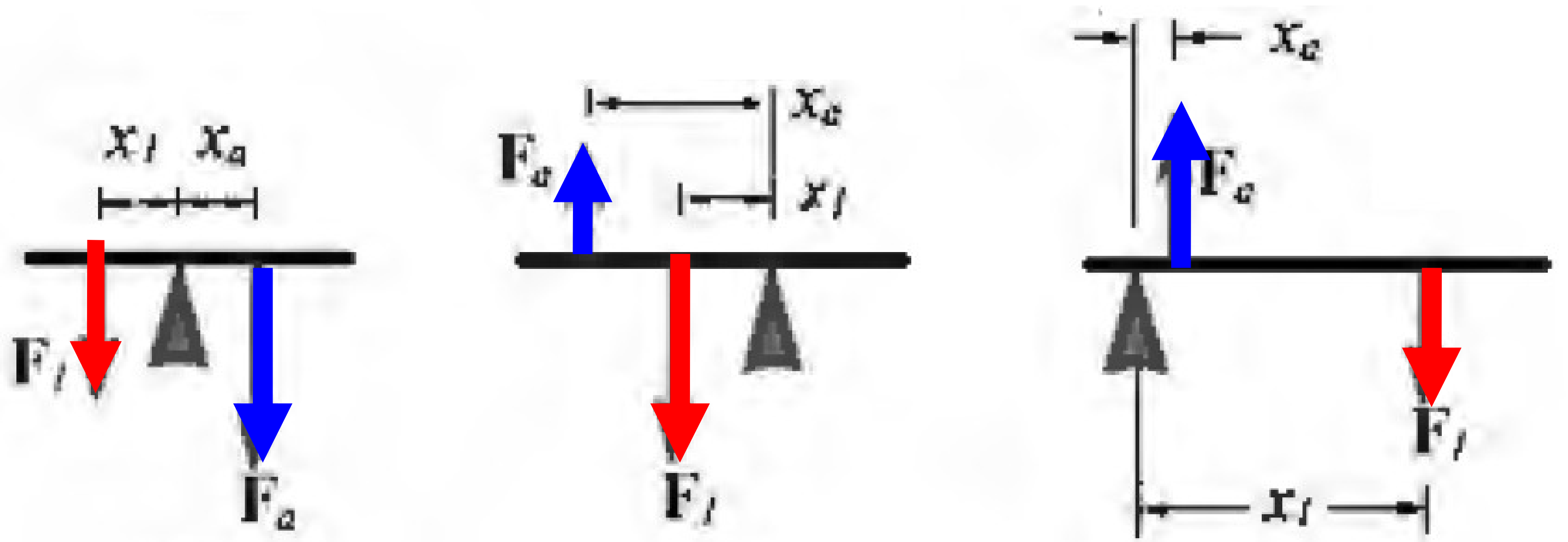
Una palanca es en esencia una barra rígida utilizada con un punto de apoyo (fulcro).

Según las posiciones relativas de F_L, F_a ***y el fulcro , se definen tres clases*** **de palanca**.

PALANCAS Y VENTAJA MECÁNICA

La ventaja mecánica en todas las clases de palancas se puede expresar como un cociente de distancias a partir del fulcro.
Si las fuerzas son perpendiculares a la palanca, la razón de la fuerza de carga y aplicada en equilibrio es:

$$V.M. = \frac{F_L}{F_a} = \frac{x_a}{x_L}$$



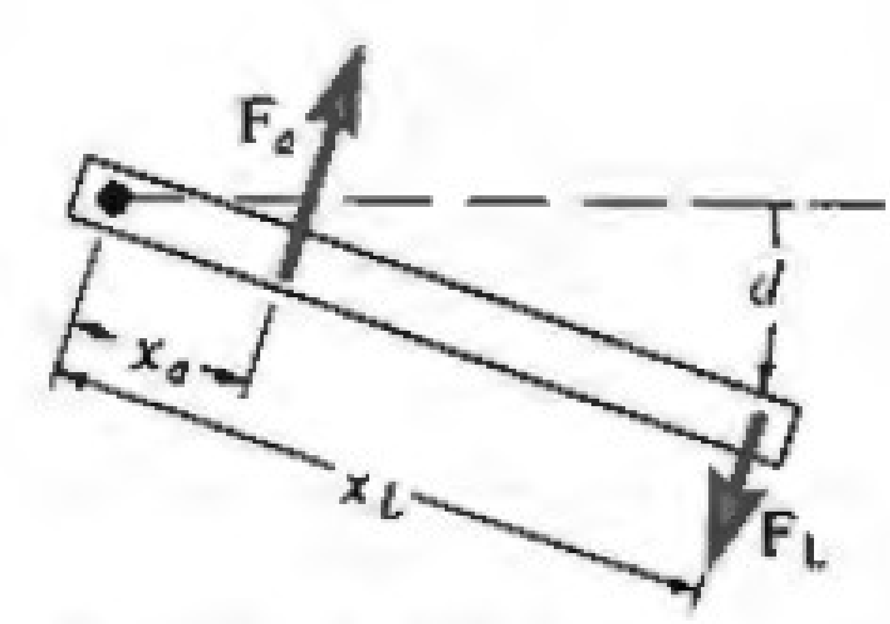
Se debe considerar la fuerza o componente perpendicular a la palanca.
Ventajas mecánicas de las palancas: **clase III es siempre menor que 1, clase II es siempre mayor que 1 y de clase I pueden ser mayor o menor que 1** .
La **ventaja mecánica V.M.** dada por la ecuación anterior es un valor ideal.
Las máquinas reales siempre tienen fuerzas de rozamiento que reducen la ventaja mecánica real por debajo de su valor ideal.

PALANCAS Y VENTAJA MECÁNICA

Las extremidades se pueden modelar como palancas tipo III.

Las extremidades cortas con pequeños valores de x_L *tendrán V.M.* relativamente grandes y serán capaces de ejercer grandes fuerzas.

Sin embargo, la distancia que recorre el extremo de un miembro es proporcional a su longitud x_L *por lo que el movimiento* rápido requiere extremidades largas.



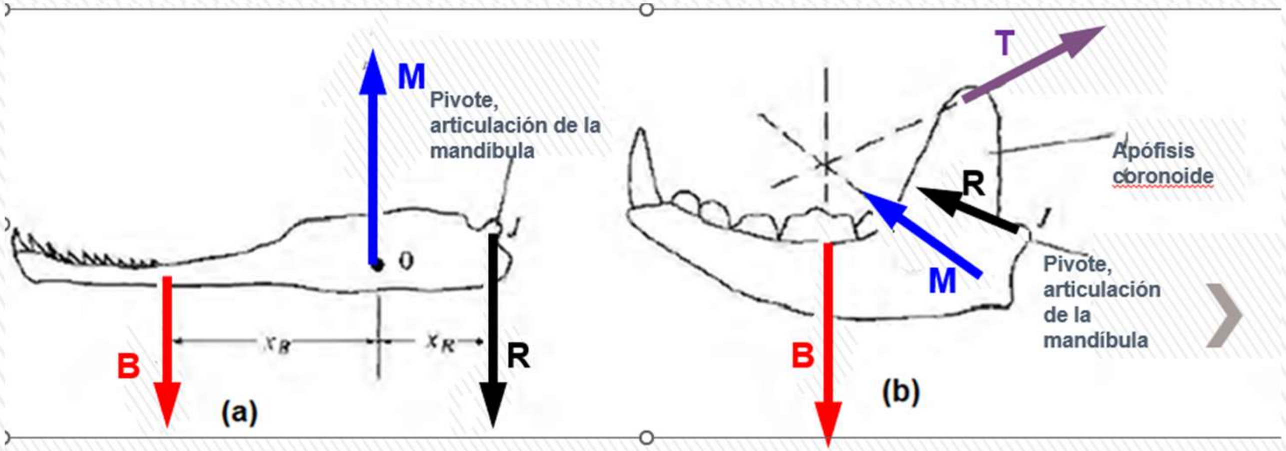
Hay un compromiso entre la fuerza y la velocidad de movimiento.

La pata delantera de un caballo de carreras tiene una ventaja mecánica de 0,08.

El armadillo, que es un animal zapador, tiene una pata delantera cuya ventaja mecánica es 0,25. Por lo tanto, aunque no puede moverse con tanta velocidad, tiene la fuerza suficiente para excavar.

Las mandíbulas de los animales

Un animal debe poder morder con fuerza: esto depende del módulo, dirección y punto de aplicación de las fuerzas ejercidas por los músculos que cierran la mandíbula. Además, los huesos de la articulación *de la mandíbula superior con la inferior* deben ser lo suficientemente resistentes a fin de evitar fracturas y dislocaciones.
Los mamíferos han evolucionado a partir de reptiles de modo que los músculos implantados en la mandíbula inferior iban *creciendo progresivamente, mientras que los huesos de* la articulación iban *disminuyendo de tamaño, lo que se* explica en términos de los cambios de dirección y de punto de aplicación de las fuerzas musculares.

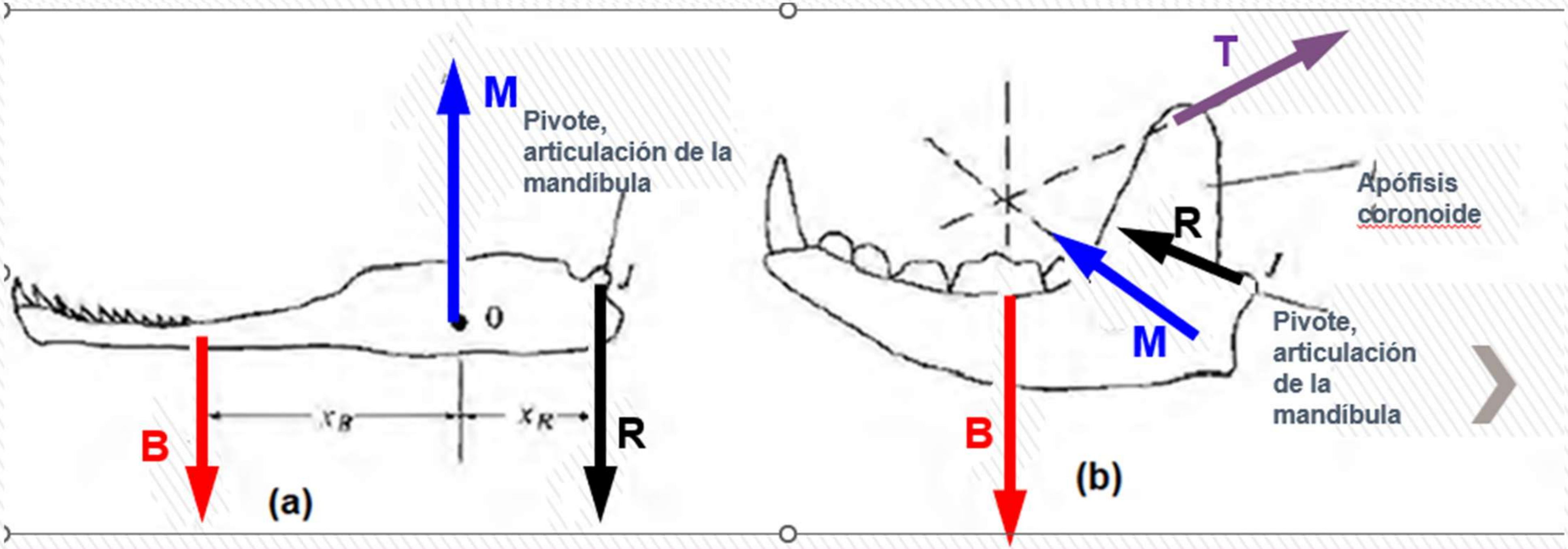


Diferencias básicas entre la mandíbula inferior de un reptil primitivo y el típico aspecto de un mamífero actual.

En el reptil es una simple barra con unos músculos que empujan hacia arriba, implantados en un punto cercano a la articulación.
La mandíbula de los mamíferos tiene una gran protuberancia llamada ***apófisis coronoides,*** *en la cual se implanta* el **músculo *temporal*** *que* empuja hacia *atrás y hacia arriba* ***(fuerza T).***
El ***masetero*** *y el* ***pterygoides*** *empujan hacia adelante* y hacia arriba (fuerza **M).**

Mandíbulas de animales

Un reptil primitivo que muerde con una fuerza dirigida hacia arriba **-B** la comida situada entre sus dientes posteriores experimenta una reacción igual pero opuesta **B sobre su mandíbula.** Como la fuerza muscular **M** se aplica cerca de la articulación, se puede alcanzar el equilibrio estático sólo si la **fuerza R** ejercida sobre la articulación es grande y dirigida hacia abajo.

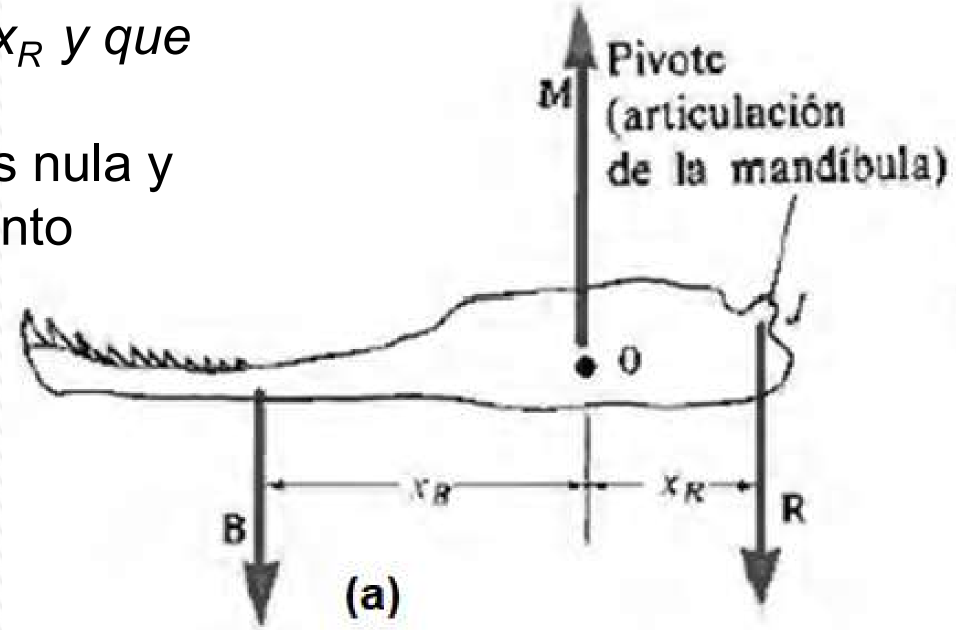


(a) **Mandíbula inferior de un reptil primitivo. M** es la fuerza debida al músculo. **B** es la fuerza de reacción que presenta el objeto que está siendo mordido y **R** es la fuerza debida a la articulación de la mandíbula en ***J****.*

(b) Mandíbula de mamífero*. Las fuerzas musculares son **T** y **M.*** La fuerza **R** debida a la articulación de la mandíbula puede ser nula si las líneas de acción de las tres fuerzas **T**, **B** y **M** se cortan de la manera que se muestra aquí.

Mandíbulas de animales- reptiles

Mandíbula del reptil: supongamos que $x_B = 2x_R$ *y que la fuerza de mordida B = 100N.*
Analicemos el equilibrio; sumatoria de fuerzas nula y sumatoria de torques respecto a cualquier punto nulo. El torque neto respecto a O:



$$B.x_B - R.x_R = 0$$

$$R = \frac{x_B}{x_R} B = 2B = 2(100\ N) = 200\ N$$

Como la fuerza neta sobre la mandíbula debe ser cero, *M – B – R = 0, la fuerza muscular requerida es*

$$M = B + R = B + \frac{x_B}{x_R} B = \left(1 + \frac{x_B}{x_R}\right) B$$

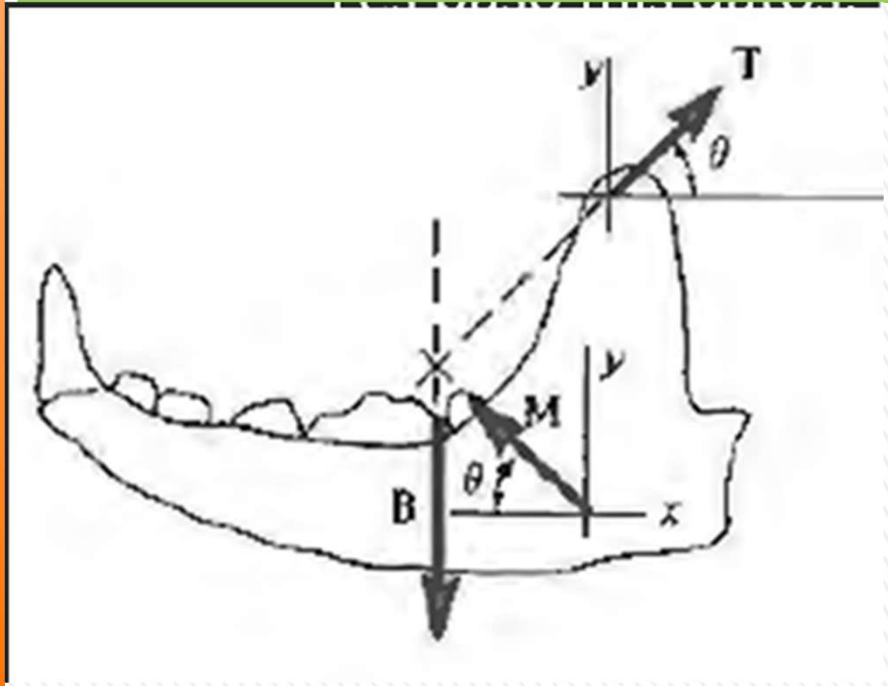
$$M = 100 + 200 = 300\ N$$

Entonces para una fuerza de mordida B = 100 N se requiere que los músculos hagan una fuerza M = 300 N y que el pivote de la articulación J deba soportar una fuerza entonces R = 200 N.

Así pues, ***la fuerza B sobre la comida es menor*** **que las fuerzas *M y R* *ejercidas por el músculo y* la articulación, respectivamente.**

Se ve claramente que la solidez de la articulación es un factor que limita la fuerza con que puede morder el reptil y el margen de seguridad del músculo.

Mandíbulas de animales - mamíferos

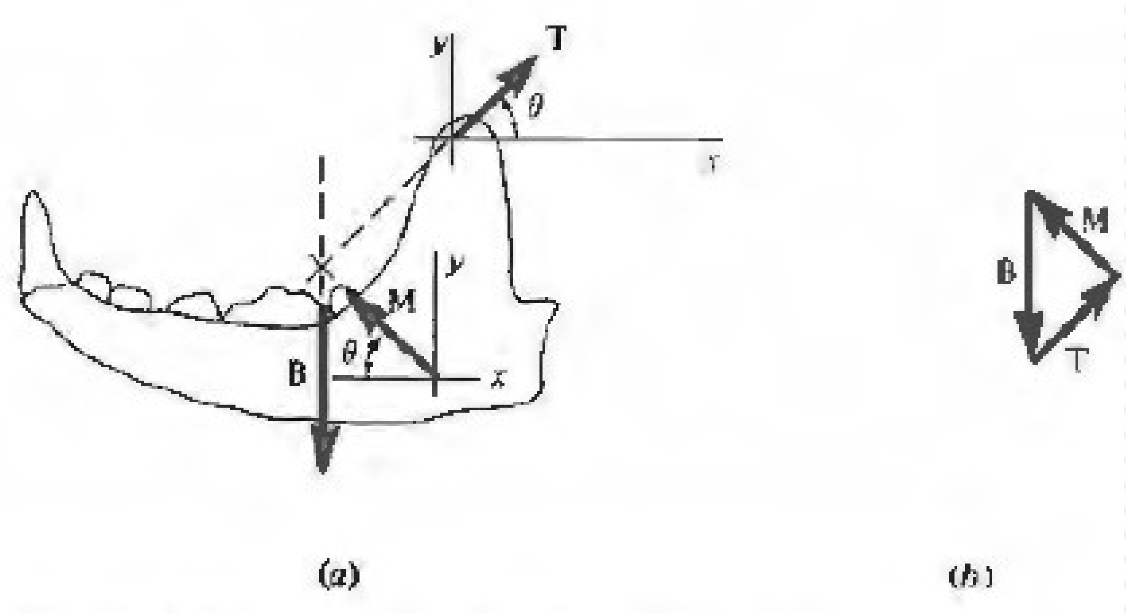


Fuerzas sobre la mandíbula de un mamífero cuando la articulación no suministra fuerza alguna (fuerza R=0).
Para esto, las fuerzas B, M y deben ser concurrentes a un punto.

En la mandíbula de los mamíferos, se aplica además de la fuerza **M** debido a los músculos *masetero y el pterigoides* otra fuerza, la **T** debido al músculo temporal. Si las líneas de acción de **T, M y B** se cortan en un punto, sus torques con respecto a este punto son cero.

Por consiguiente, la segunda condición de equilibrio, $\tau = 0$, requiere que también la línea de acción de **R** pase por este punto.
Además, cuando las fuerzas también satisfacen **T + M + B = 0,** *la articulación no debe proporcionar ninguna fuerza* ***R*** *para satisfacer la condición Σ* **F = 0.**

Mandíbulas de animales - mamíferos



Si **T + M + B** no es nula**,** o si sus líneas de acción no se cortan en un punto común, la articulación deberá proporcionar una fuerza **R**, que de todos modos será mucho menor que la correspondiente en el reptil.

Por lo tanto, la articulación no necesita una estructura tan grande y por lo tanto no limita el tamaño del músculo que puede tener el animal.

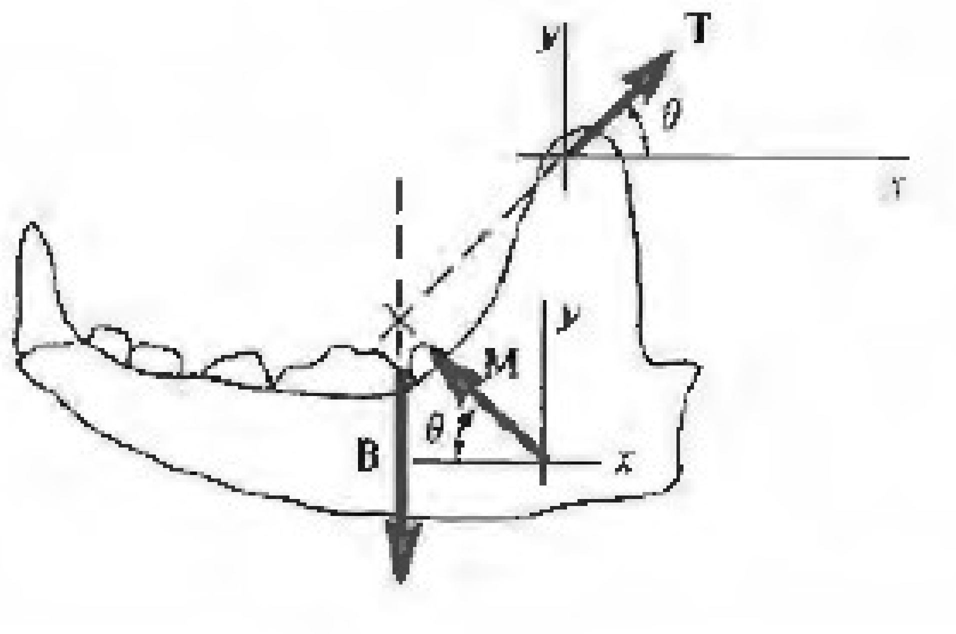
Los mamíferos carnívoros usan sus poderosos incisivos para desgarrar y transportar sus presas, mientras que los herbívoros muelen su comida lateralmente entre los molares.

El peso del músculo temporal de un carnívoro oscila entre la mitad y los dos tercios del peso total de los músculos que cierran las mandíbulas.

Sin embargo, en los herbívoros, este músculo sólo pesa una décima parte del total.

Ejemplo (similar 3.11)

Para ilustrar la superioridad de la mandíbula los mamíferos, supongamos que las fuerzas musculares **T** y **M** de la figura forman ambas un ángulo de θ= *45º con* la horizontal. ¿Cómo se ha de relacionar **M** con **T** para que la articulación no tenga que hacer ninguna fuerza **R** y cuánto valdrá la fuerza B ejercida sobre la comida?



(Suponer que las líneas de acción de B, T y M se cortan en un punto común, de modo que se cumple la segunda condición de equilibrio $\tau = 0$)

Según x: $T \cos 45° = M \cos 45°$ por lo que resulta que $T=M$

Según y: $T \operatorname{sen} 45° + M \operatorname{sen} 45° = B$ como $\operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Por lo que resulta que: $B = \sqrt{2}\, M = \sqrt{2}\, T$

Por consiguiente, la fuerza *B ejercida por la mandíbula* sobre la comida es mayor que cualquiera de las dos fuerzas musculares *T y M, y la fuerza debida a la articulación* es nula.

Por el **contrario, en el caso del reptil hallamos que la fuerza** ***B*** **es menor que la fuerza muscular o la fuerza de la articulación**.