Curso Física 1 para Bio-Geociencias (FI252) 2025

Segunda evaluación corta: hoy la haremos sobre el final de la clase.

Temas: movimiento de proyectil, leyes de Newton del movimiento y estática

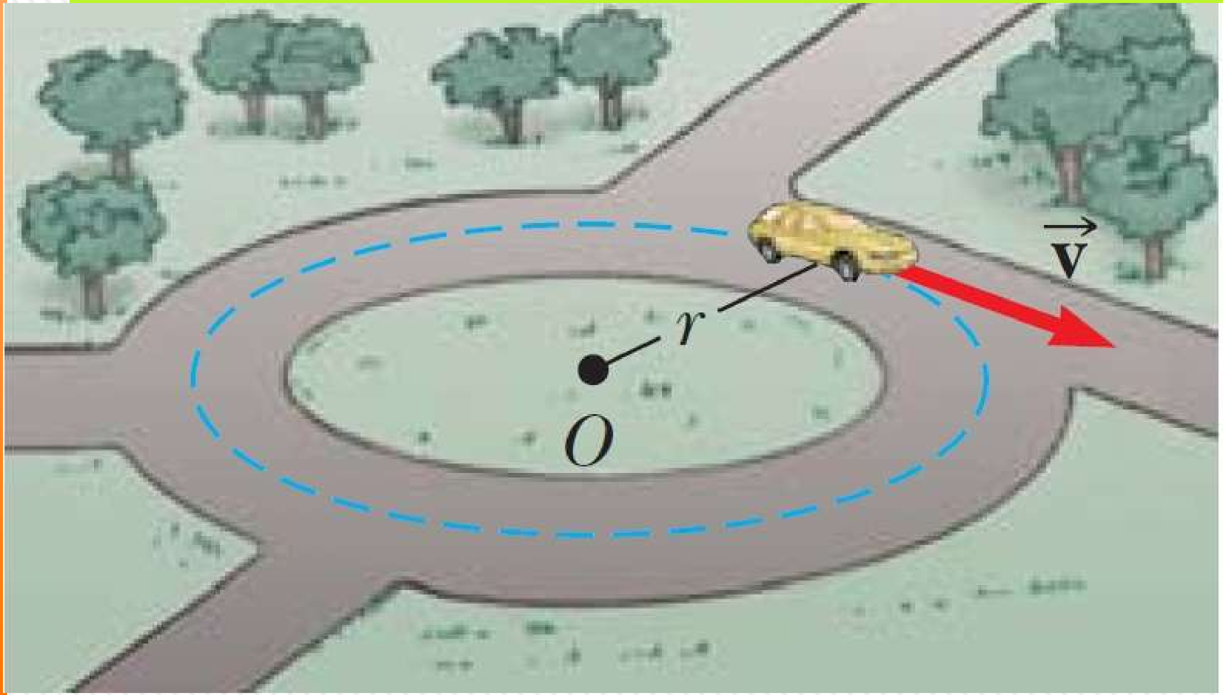
Clase de consultas generales en forma virtual: jueves de 20:15 a 21:30 por Zoom (enlace del teórico virtual)

ATENCIÓN: Se recuerda que en el Salón de Actos no se pueden ingerir alimentos ni beber bebidas o tomar mate….

12- Movimiento circular, rotación de un rígido y aplicaciones de las leyes de Newton

Movimiento circular, rotación de un rígido y otras aplicaciones de las leyes de Newton: La segunda ley aplicada al movimiento circular, Aceleración angular y momento de inercia

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME



Un automovil se mueve en una trayectoria circular con *rapidez constante v:* este tipo de movimiento se conoce como **movimiento circular uniforme (MCU).**

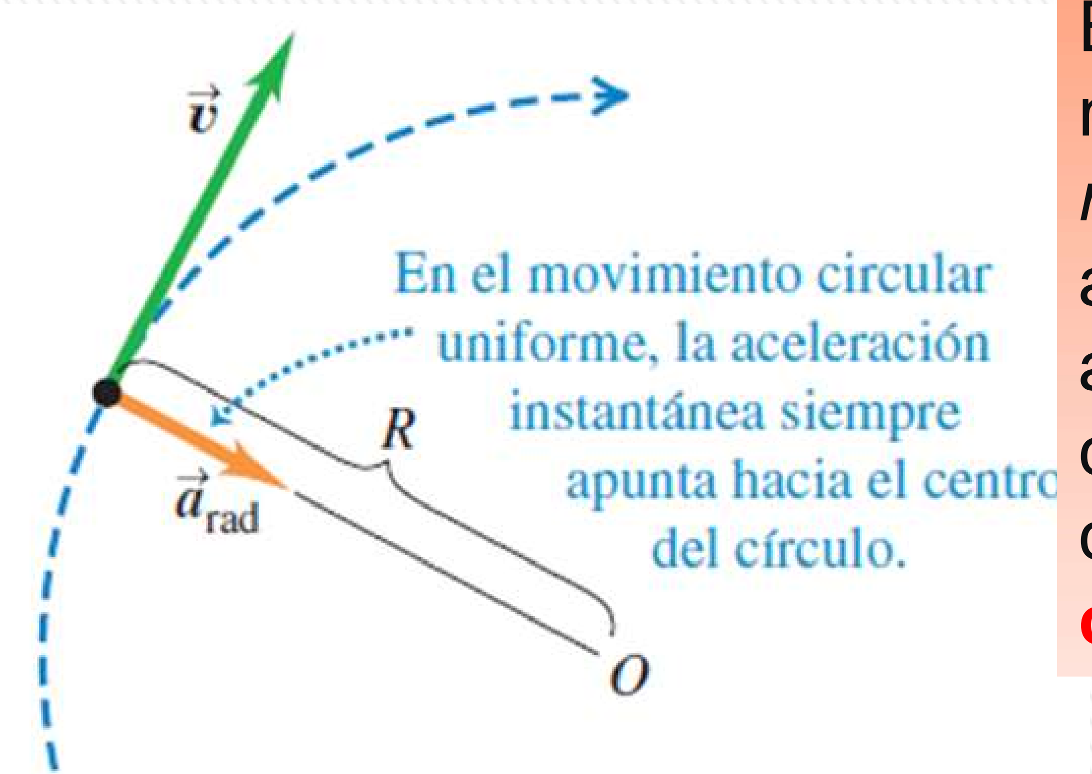
La **aceleración** depende del **cambio en la *velocidad***, *y como la velocidad* es una cantidad vectorial, puede ocurrir en dos formas: por un **cambio en la *magnitud de la velocidad*** *y por un* ***cambio en* la *dirección de la velocidad***.

La última situación ocurre para un objeto que se mueve con rapidez constante en una trayectoria circular.

El vector velocidad siempre es tangente a la trayectoria del objeto y perpendicular al radio de la trayectoria circular.

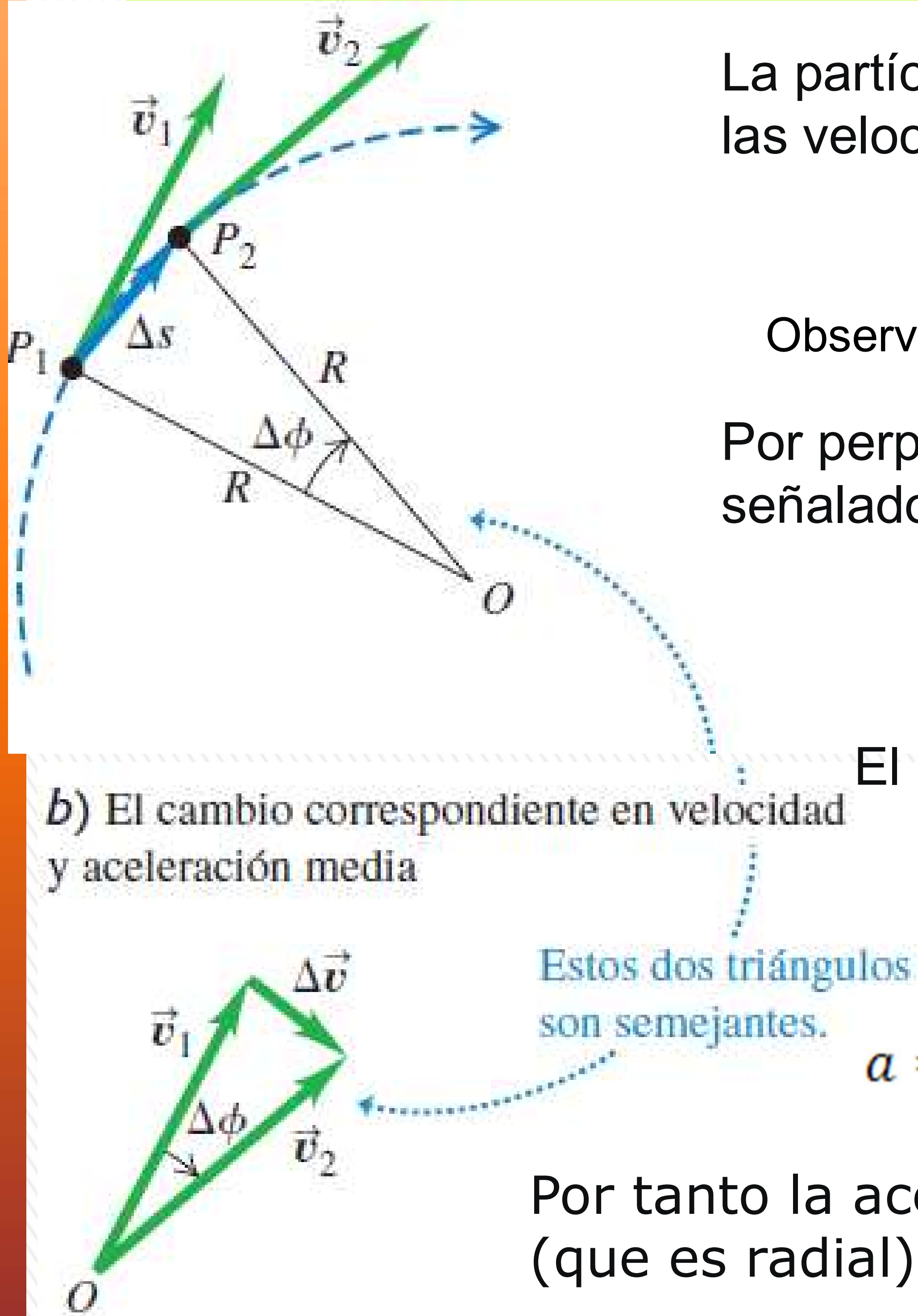
MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

El vector aceleración en MCU siempre es perpendicular a la trayectoria y siempre apunta hacia el centro del círculo.
Si eso no fuera cierto, habría una componente de la aceleración paralela a la trayectoria, paralela al vector velocidad, lo que provocaría a un cambio en la rapidez del móvil a lo largo de la trayectoria, esto contradice con que el móvil se mueve con rapidez constante a lo largo de la trayectoria.



En un MCU: la partícula se mueve en un círculo con *rapidez constante y el* vector aceleración es perpendicular a la trayectoria y se dirige al centro de la trayectoria circular: **aceleración centrípeta.**

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME



b) El cambio correspondiente en velocidad y aceleración media

La partícula se mueve de P_1 a P_2 en Δt, siendo las velocidades $\mathbf{v_1}$ y $\mathbf{v_2}$ respectivamente

$$\Delta\overline{v} = \overline{v_2} - \overline{v_1}$$

Observar que: $\overline{v_1} + \Delta\overline{v} = \overline{v_2}$

Por perpendicularidad, los triángulos señalados son semejantes:

$$\frac{\Delta v}{v_1} = \frac{\Delta s}{R} \quad \rightarrow \Delta v = \frac{v_1}{R}\Delta s$$

El módulo de la aceleración media vale:

$$a_{med} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1}{R}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

Por tanto la aceleración (que es radial) vale:

$$\boxed{a = a_{radial} = \frac{v^2}{R}}$$

MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

$$a = a_{radial} = \frac{v^2}{R}$$

La aceleración en el movimiento circular uniforme siempre apunta al centro del círculo y se le llama **aceleración centrípeta**.

En el movimiento circular uniforme, la magnitud a_{rad} de la aceleración instantánea es igual al cuadrado de la rapidez v dividido entre el radio R del círculo; su dirección es radial y apunta hacia adentro sobre el radio

El periodo *T del movimiento*, *es el tiempo que dura* una revolución (una vuelta completa alrededor del círculo).
En un tiempo *T, la partícula* recorre una distancia igual a la circunferencia 2πR, *así que su rapidez es:*

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$a = a_{radial} = \frac{v^2}{R} = \frac{1}{R}\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Ejemplo

La Tierra tiene 6380 km de radio y gira una vez sobre su eje en 24 horas. ¿Qué aceleración radial (a_{rad}) tiene un objeto en el ecuador? Dé su respuesta en m/s^2 y como fracción de g.

$$R = 6380\ km = 6{,}38 \times 10^6 m$$

$$T = 24\ h = 24 \times 60 \times 60\ seg = 86.400\ s$$

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(6{,}38 \times 10^6)}{86400} = 463{,}97\ m/s$$

$$a_{rad} = \frac{v^2}{R} = \frac{463{,}97^2}{6{,}38 \times 10^6} = 0{,}03374\ m/s^2$$

a_{rad}= 3,4×10^{-2} m/s^2 = 3,4×10^{-3} g

MOVIMIENTO CIRCULAR NO UNIFORME

Trayectoria circular y la rapidez varía.

La **aceleración radial** sigue valiendo lo mismo que en el uniforme, y *siempre es perpendicular* a la velocidad instantánea y dirigida al centro del círculo.
Su valor a_{rad} no es constante. La aceleración radial (centrípeta) es mayor en el punto del círculo donde la rapidez es mayor.

La aceleración tiene también una componente de aceleración *paralela a la velocidad instantánea (a_{tan})*

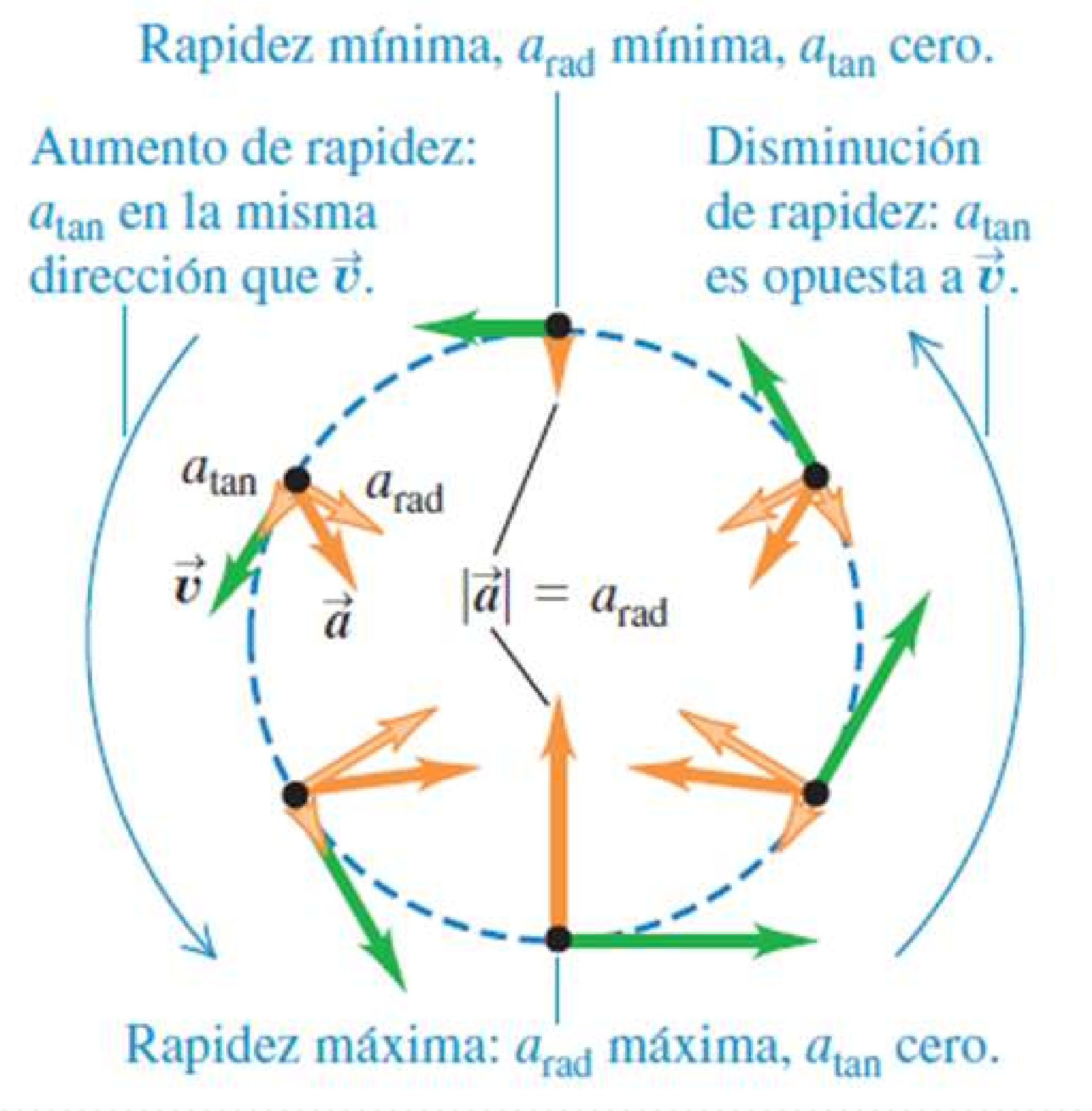
*La componente de **aceleración tangencial a_{tan}** es igual a la tasa* de cambio de la *rapidez*

$$a_{radial} = \frac{v^2}{R} \qquad a_{tangencial} = \frac{d|\bar{v}|}{dt} = \frac{dv}{dt}$$

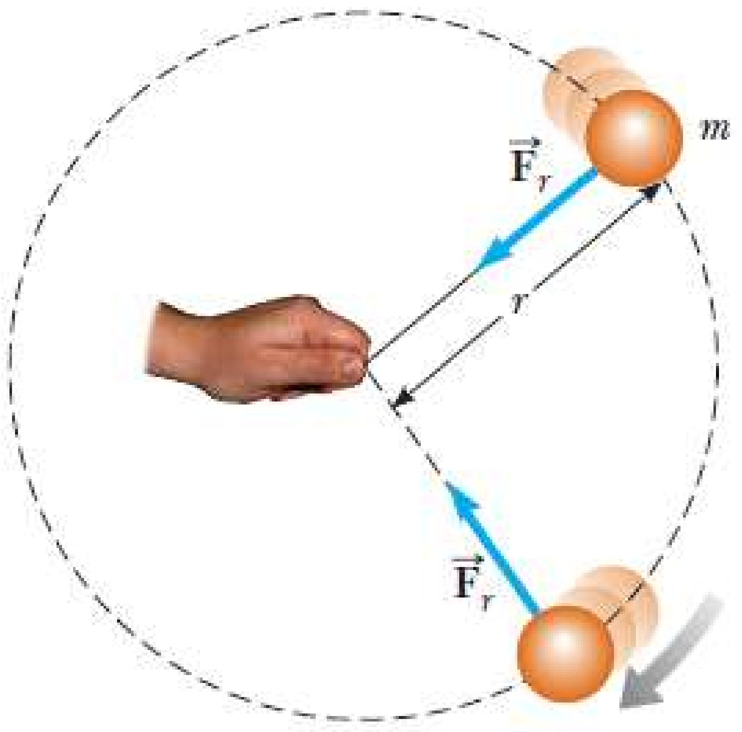
La componente tangencial tiene el mismo sentido que la velocidad si la partícula está acelerando, y la dirección opuesta si está frenando.

MOVIMIENTO CIRCULAR NO UNIFORME

Movimiento de un carrito de montaña rusa con rapidez variable (se modela como partícula que se mueve en círculo vertical)



Segunda ley de Newton para una partícula en movimiento circular uniforme



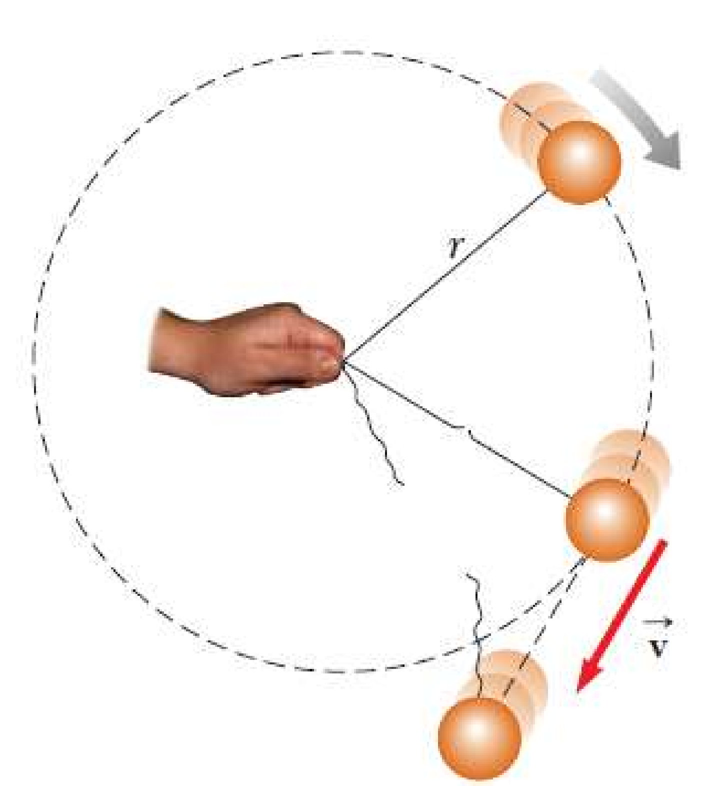
Una bola de masa *m se ata a una cuerda de longitud r y se la hace* girar con rapidez constante en una trayectoria circular horizontal, sobre una mesa sin fricción, como se muestra.

¿Por qué la bola se traslada en un círculo? Según la primera ley de Newton, la bola se movería en una línea recta si no hubiese fuerza en ella; sin embargo, la cuerda evita el movimiento a lo largo de una línea recta al ejercer en la bola una fuerza radial $\mathbf{F}_r$ que la hace seguir la trayectoria circular.

Esta fuerza se dirige a lo largo de la cuerda hacia el centro del círculo, como se muestra en la figura.
Si se aplica la segunda ley de Newton a lo largo de la dirección radial, la fuerza neta que causa la aceleración centrípeta se relaciona con la aceleración así:

$$\sum F = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

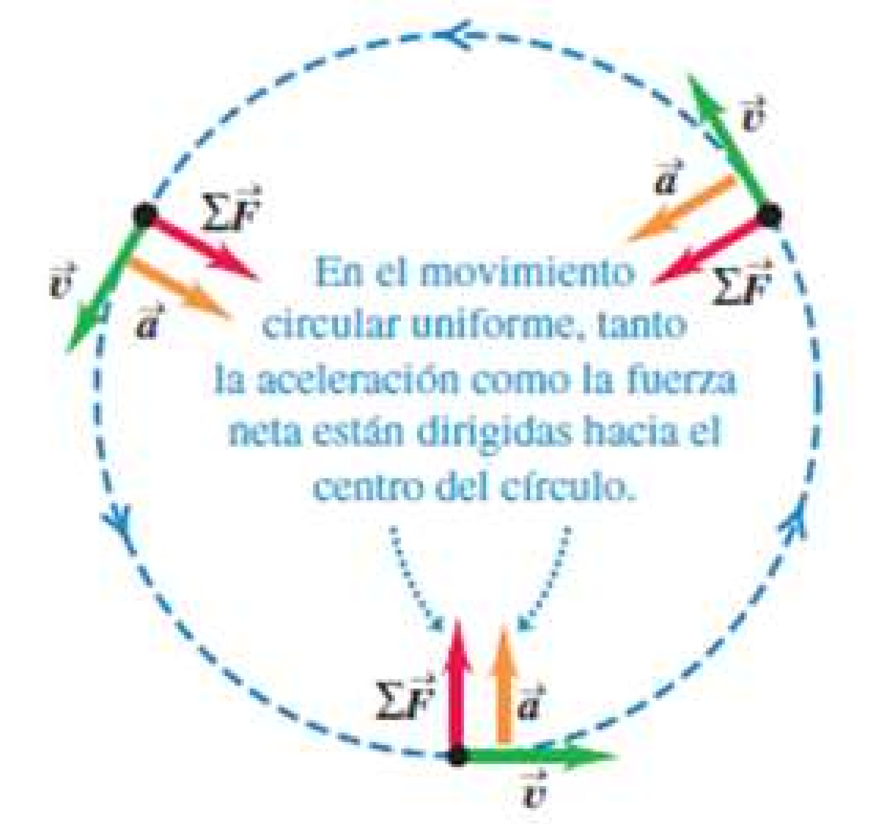
Segunda ley de Newton para una partícula en movimiento circular uniforme



La fuerza que causa la aceleración centrípeta (la tensión de la cuerda) actúa hacia el centro de la trayectoria circular y genera un cambio en la dirección del vector velocidad.
Si esa fuerza desapareciera, por ejemplo si se rompiera la cuerda, el objeto ya no se movería en su trayectoria circular, se movería a lo largo de una trayectoria en línea recta tangente al círculo, como se muestra en la figura.

Si la cuerda se rompe en algún instante, la bola se mueve a lo largo de la trayectoria en línea recta que es tangente al círculo en la posición de la bola en ese instante.

DINÁMICA DEL MOVIMIENTO CIRCULAR



Cuando una partícula se mueve en un círculo con rapidez constante, su aceleración siempre es hacia el centro del círculo (perpendicular a la velocidad instantánea).

La magnitud a_{rad} *de la aceleración es constante y está dada en términos de la rapidez v y el radio R* del círculo por

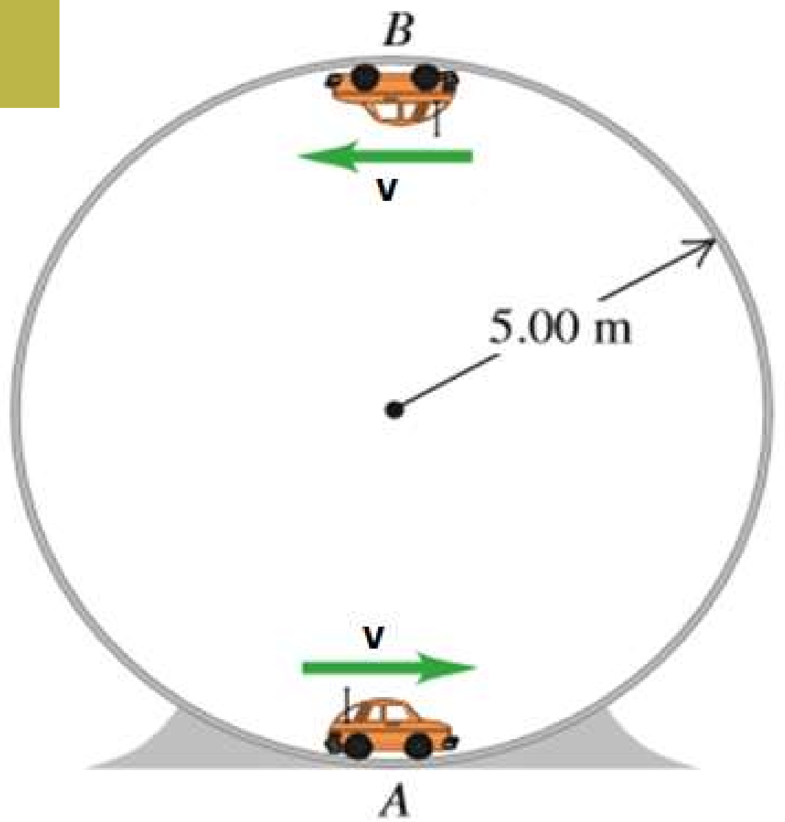
$$a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R} \qquad \text{(movimiento circular uniforme)}$$

2da. Ley de Newton aplicada a la dirección radial en un movimiento circular uniforme:

$$F_{\text{neta}} = ma_{\text{rad}} = m\frac{v^2}{R}$$

Ejemplo: ejercicio 4.2

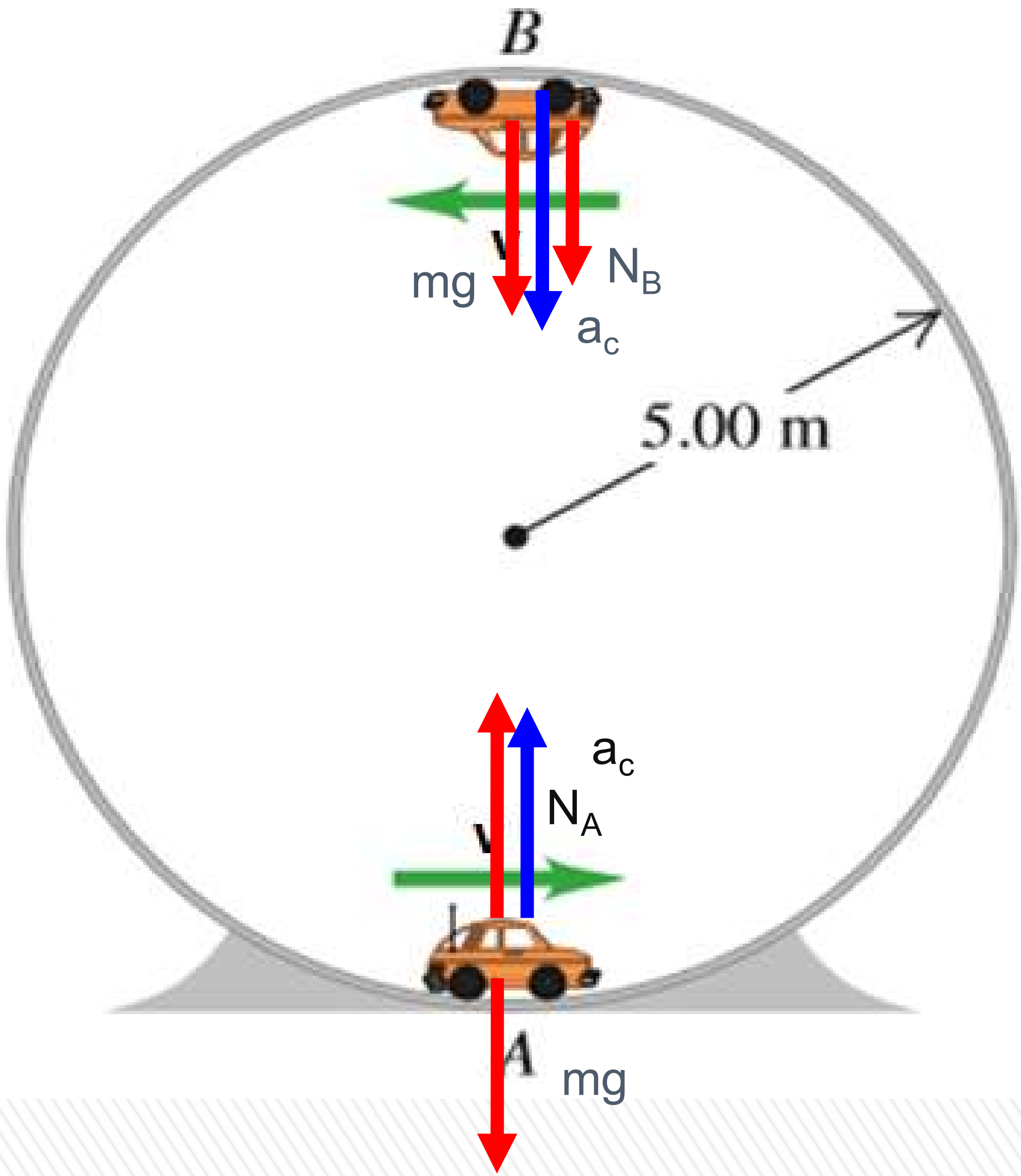
Un carrito con masa de 0,800 kg viaja con rapidez constante en el interior de una pista circular vertical de radio igual a 5,00m. Si la fuerza normal ejercida por la pista sobre el carrito cuando está en la parte superior de la pista (punto B) es de 6,00N, ¿cuál es la fuerza normal sobre el carrito cuando se encuentra en la parte inferior de la pista (punto A)?



Como la rapidez es constante, la aceleración radial del carrito es constante, es la aceleración centrípeta.

Para calcular la normal en A (N_A), debo aplicar la 2da. Ley de Newton en el punto A, y relacionar las fuerzas actuantes y la aceleración.
Pero desconozco la aceleración…que depende la rapidez.
Entonces debo plantear la 2da. Ley de Newton en el punto B… donde conozco cuánto vale la normal (N_A = 6,00 N)

Diagramas de cuerpo libre (DCL)



Vamos a representar los DCL en los puntos B y A

En B: actúan 2 fuerzas el peso del auto mg y la normal $N_{B,}$ ambas dirigidas hacia el centro.

Además vamos a representar la aceleración centrípeta a_c, dirigida hacia el centro.

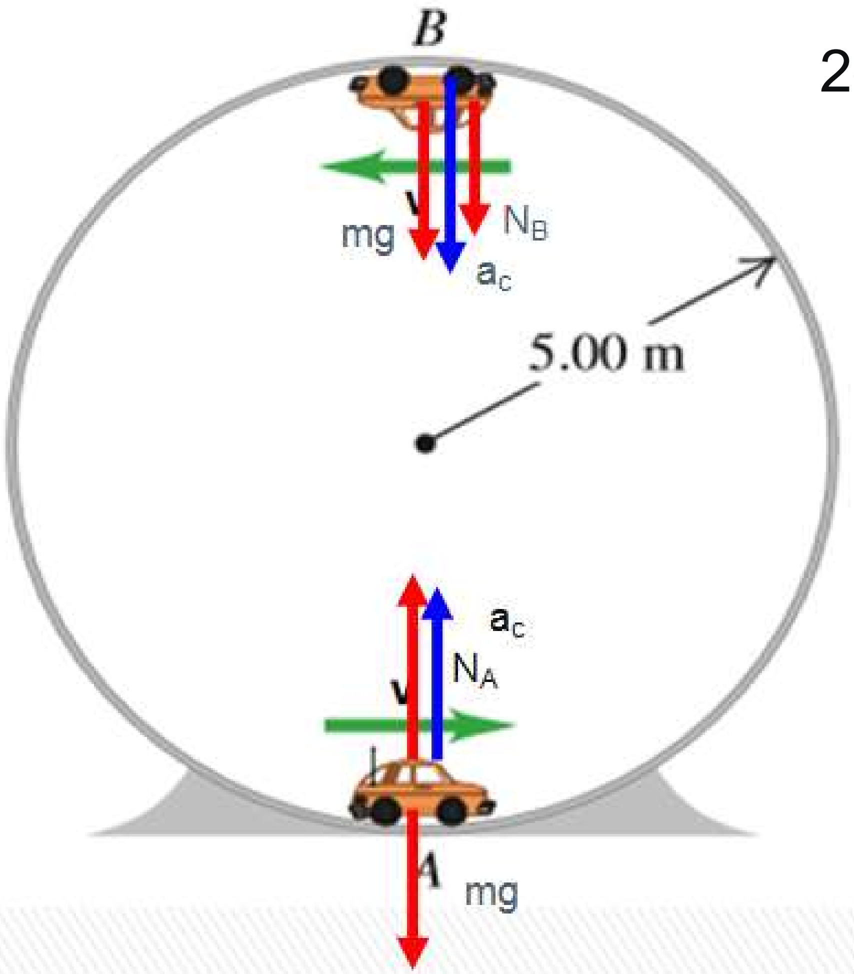
En A: actúan 2 fuerzas el peso del auto mg (hacia abajo) y la normal $N_{B,}$ hacia arriba.

Incluimos además la aceleración centrípeta a_c, dirigida hacia el centro.

Ejemplo: ejercicio 4.2

Aceleración centrípeta: $a = \frac{v^2}{R}$

Diagramas de cuerpo libre (DCL)



2da. Ley de Newton en B: $ma = N_B + mg$

2da. Ley de Newton en A: $ma = N_A - mg$

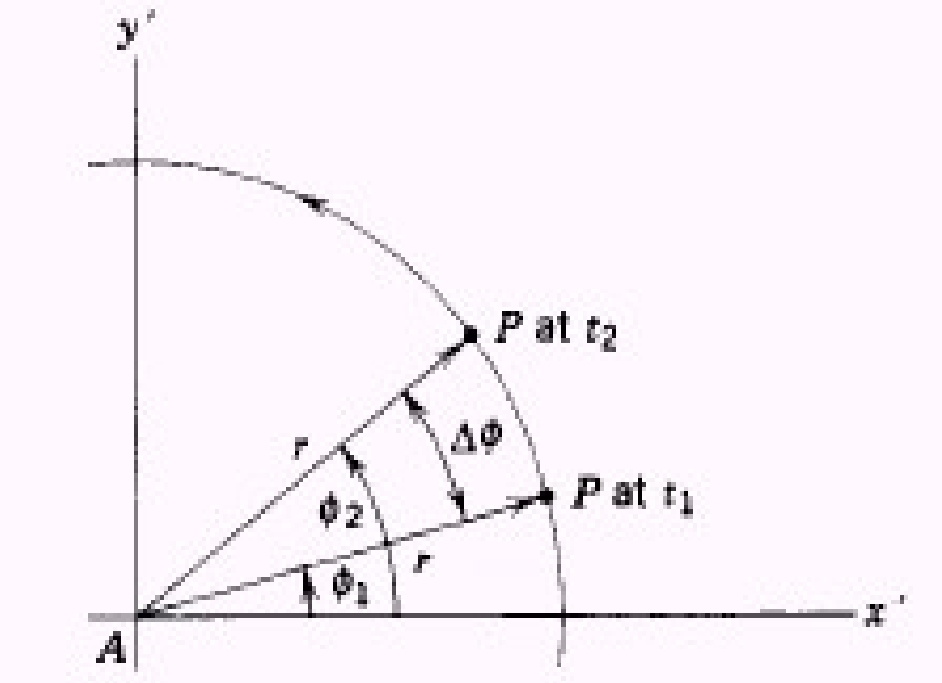
$N_B + mg = N_A - mg$

$N_A = N_B + 2mg = 6{,}00 + 2(0{,}800)\ 9{,}8 =$

$N_A = 21{,}7$ N

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN ANGULARES

Movimiento de rotación- Rotación pura si cada punto del cuerpo rígido se mueve en trayectoria circular. Los centros de estos círculos están sobre una recta común (**eje de rotación)**.



Variables de rotación-

Ángulo ϕ: posición angular de la línea de referencia AP (en radianes) y con sentido positivo de rotación antihorario.

ϕ está dado en radianes por la relación:

$$\phi = \frac{s}{r}$$

s es el arco y *r* es el radio de la cfa

$$1\,rad = \frac{180º}{\pi} \cong 57{,}3º$$

Desplazamiento angular de P será $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$

VELOCIDAD Y ACELERACIÓN ANGULARES

Velocidad angular media:

$$\omega_{\text{media}} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Velocidad angular ω:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{d\phi}{dt}$$

Aceleración angular media

$$\alpha_{\text{media}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Aceleración angular (α)

$$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

$$1 \text{ rev/s} = 2\pi \text{ rad/s} \qquad \text{y} \qquad 1 \text{ rev/min} = 1 \text{ rpm} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s}$$

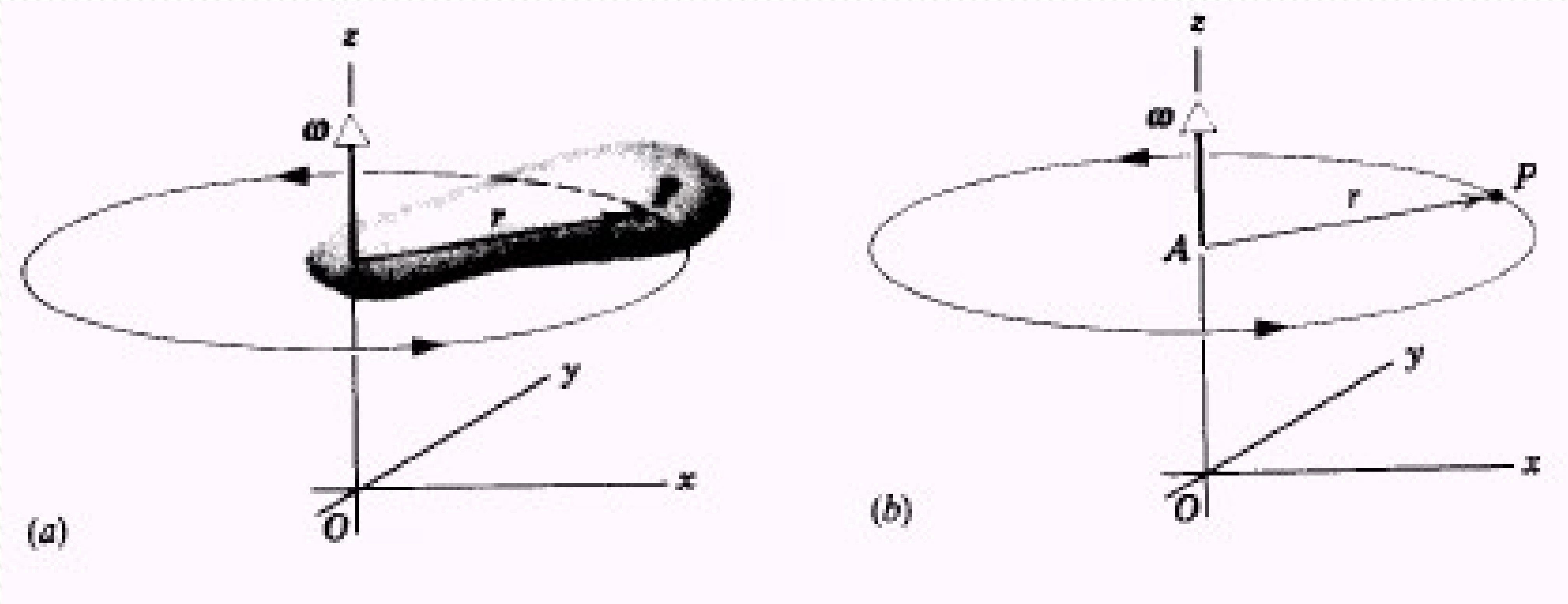
Velocidad angular positiva si el cuerpo gira en la dirección de Φ creciente.

Para un cuerpo rígido tanto ω como α son únicos (valen lo mismo para cada punto).

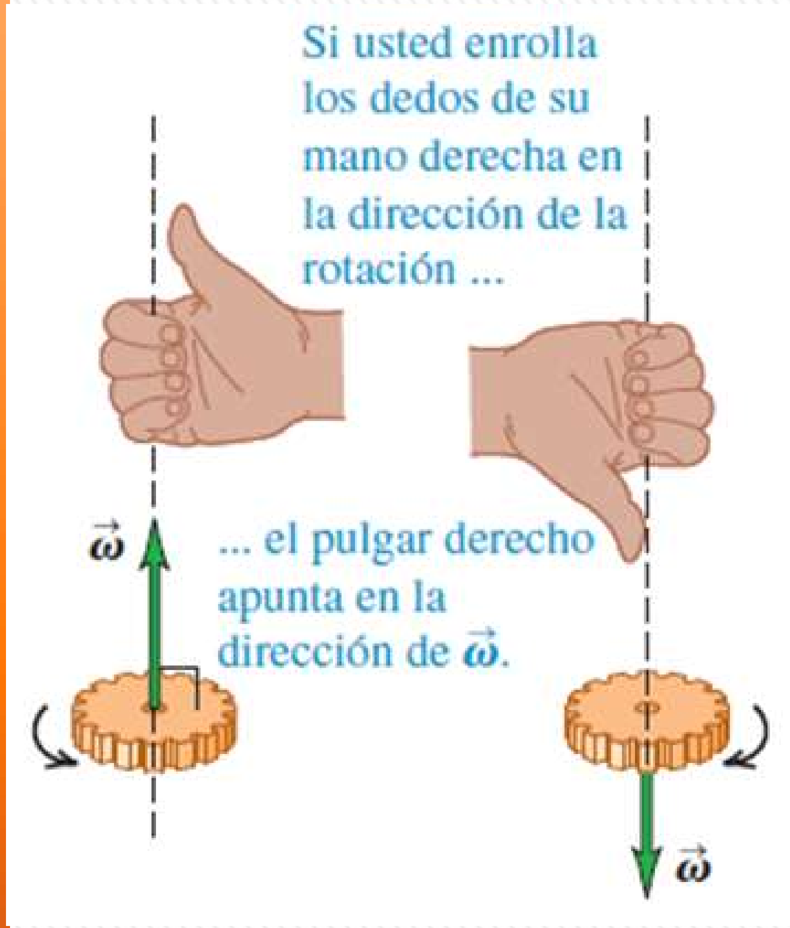
VELOCIDAD Y ACELERACIÓN ANGULARES COMO VECTORES

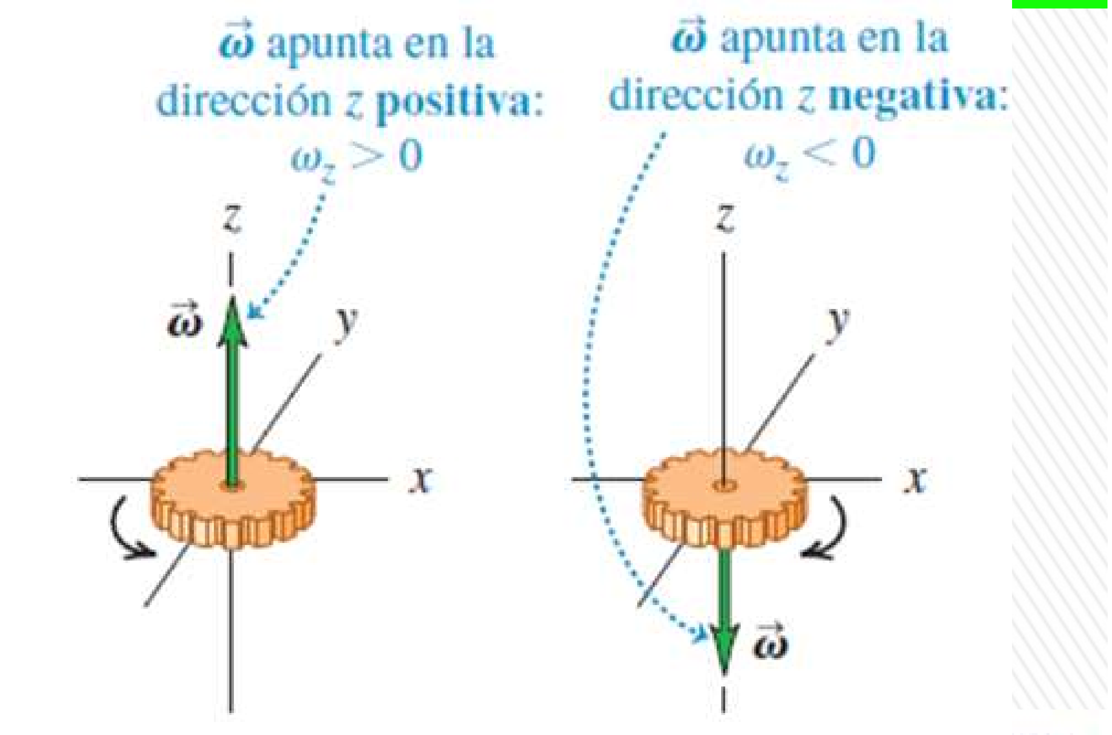
Las magnitudes angulares, también pueden representarse vectorialmente.

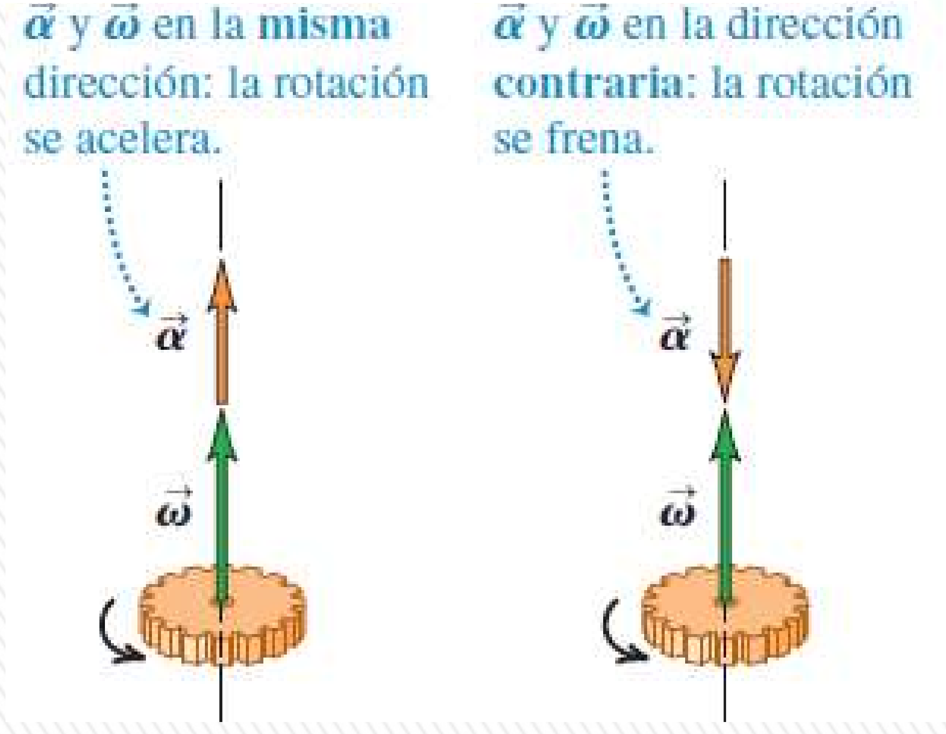
Se representan como vectores perpendiculares al plano de rotación, y con sentido dado por la regla de la mano derecha.



VELOCIDAD Y ACELERACIÓN ANGULARES COMO VECTORES







Rotación con aceleración angular constante

Las ecuaciones resultan ser similares a las ecuaciones vistas anteriormente para MRUA si sustituimos *x por θ, v_x por ω_z, y a_x por α_z.*

Consideramos que la aceleración angular α_z es constante

$$\alpha_z = \frac{\omega_z - \omega_{0z}}{t - 0} \qquad \omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t$$

$$\omega_{med-z} = \frac{\omega_z + \omega_{0z}}{2} \qquad \omega_{med-z} = \frac{\theta + \theta_0}{t - 0}$$

$$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_{0z} + \omega_z)t \qquad \theta - \theta_0 = \frac{1}{2}[\omega_{0z} + (\omega_{0z} + \alpha_z t)]t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_{0z} t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2$$

Rotación con aceleración angular constante

$$\omega_z^2 = \omega_{0z}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0)$$

Tabla 9.1 Comparación del movimiento lineal y angular con aceleración constante

Movimiento rectilíneo con aceleración lineal constante		Rotación sobre un eje fijo con aceleración angular constante	
$a_x = \text{constante}$		$\alpha_z = \text{constante}$	
$v_x = v_{0x} + a_x t$	(2.8)	$\omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t$	(9.7)
$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$	(2.12)	$\theta = \theta_0 + \omega_{0z} t + \frac{1}{2}\alpha_z t^2$	(9.11)
$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$	(2.13)	$\omega_z^2 = \omega_{0z}^2 + 2\alpha_z(\theta - \theta_0)$	(9.12)
$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)t$	(2.14)	$\theta - \theta_0 = \frac{1}{2}(\omega_{0z} + \omega_z)t$	(9.10)