

Práctico 3

Física Moderna 2026

Ondas de materia. Principio de incertidumbre. Ecuación de Schrödinger.

Ejercicio 1. Calcule la longitud de onda de de Broglie para:

- (A) Una bala de 40g que viaja a 1000 m/s
- (B) Un electrón en un televisor de tubo que es acelerado por una diferencia de potencial de 10kV.
- (C) una partícula α en un experimento de Rutherford con energía típica de 6MeV.

Ejercicio 2. Imaginemos un mundo en el que la constante de Planck vale $h = 6,6 \times 10^{-3} J.s$ (en vez de $h = 6,6 \times 10^{-34} J.s$). En este mundo imaginario, se lanzan esferas de 66g con velocidades de 5,0m/s hacia el interior de una casa a través de dos ventanas paralelas, altas y angostas, separadas una distancia de 0,6m. Calcule la separación entre las franjas de difracción que se formarían sobre una pared situada a 12m detrás de las ventanas.

Ejercicio 3. Uno de los cuerpos más grandes en los que se ha logrado observar el comportamiento ondulatorio de la materia es el Fulereno C_{60} (una "pelota de futbol" de radio 0,5nm y masa $1,2 \times 10^{-24} kg$). En un experimento de difracción se lanzan fulerenos a una velocidad de 200m/s a través de una rejilla con un espaciado de 100nm.

- (A) Calcule la longitud de onda del Fulereno en el experimento
- (B) Si la pantalla donde se registraron los fulerenos está a 1,2m de la rejilla, muestre que la separación entre las franjas de difracción es de $34\mu m$.



Ejercicio 4. La relación de dispersión para ondas de electrones relativistas es:

$$\omega(k) = \sqrt{c^2 k^2 + (m_e c^2 / \hbar)^2}$$

- (A) Obtenga expresiones para las velocidades de fase v_f y de grupo v_g .
- (B) Muestre que el producto $v_f \cdot v_g$ es constante. Si $v_f > c$, ¿qué puede concluir sobre v_g ?

Ejercicio 5. Considere una partícula microscópica que se mueve libremente a lo largo del eje x. Suponga que en el instante inicial $t = 0$ se localiza la partícula con una incertidumbre Δx_0 . Calcule la incertidumbre en la posición de la partícula a un tiempo t posterior.

Ejercicio 6. Un átomo puede radiar en cualquier momento después de ser excitado. En un caso típico se encuentra que la vida media de un átomo excitado es de 10^{-8} s.

(A) Use el principio de incertidumbre para calcular el ancho Δf de la línea de emisión correspondiente.

(B) Si la longitud de onda de la línea espectral es de 500nm , calcule el ensanchamiento fraccional $\Delta f/f$.

Ejercicio 7. Verificar que la ecuación de Schrödinger es lineal, es decir que si $\Psi_1(x, t)$ y $\Psi_2(x, t)$ satisfacen la ecuación, entonces $\Psi(x, t) = a\Psi_1(x, t) + b\Psi_2(x, t)$ también la satisface, donde a y b son constantes arbitrarias.

Ejercicio 8. La función de onda $\Psi(x, t)$ para el estado de energía más bajo de un oscilador armónico de masa m y constante de fuerza C se puede expresar como (lo veremos en detalle más adelante):

$$\Psi(x, t) = Ae^{-(\sqrt{Cm}/2\hbar)x^2} e^{-(i/2)\sqrt{\frac{C}{m}}t}$$

con A una constante de normalización. Verificar que esta expresión es una solución de la ecuación de Schrödinger para el potencial $V(x) = \frac{C}{2}x^2$.

Ejercicio 9. El flujo de probabilidad $j(x, t)$ asociado a una función de onda $\psi(x, t)$ se define como:

$$j(x, t) = \frac{\hbar}{2im} \left(\psi^*(x, t) \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, t) - \psi(x, t) \frac{\partial}{\partial x} \psi^*(x, t) \right)$$

(A) Demuestre a partir de la ecuación de Schrödinger que

$$\frac{\partial}{\partial t} (\psi^*(x, t)\psi(x, t)) = -\frac{\partial}{\partial x} j(x, t).$$

(B) Use el resultado en a) para probar que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x, t)\psi(x, t) dx$$

es constante en el tiempo. ¿Qué significa esta propiedad?

Ejercicio 10. Considere una función de onda escrita de la forma $\Psi(x, t) = R(x, t)e^{i\theta(x, t)}$. Recordando que el operador momento es:

$$\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

demuestre que el valor esperado del momento se puede escribir como:

$$\langle p \rangle = \hbar \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} dx$$

¿que implica esta relación entre el momento y la función de onda?