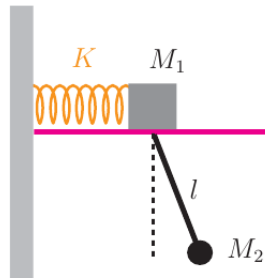


### Práctico 5 Oscilaciones

1. El esquema muestra un bloque de masa  $M_1$  sobre un plano liso y unido a la pared mediante un resorte de constante elástica  $K$  y longitud natural  $h$ . La masa  $M_2$  está sujeta a  $M_1$  mediante una cuerda de longitud  $l$  que atraviesa el piso por una ranura debajo del bloque.

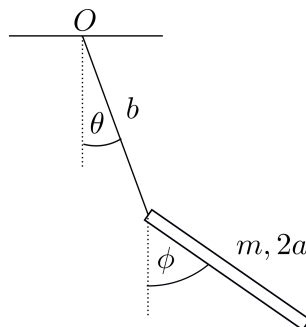


a. Escriba, en términos de coordenadas generalizadas, el lagrangeano del sistema y las ecuaciones que describen las pequeñas oscilaciones en torno a la posición de equilibrio estable.

b. Tome  $M_1 = M_2 = M$  y determine las frecuencias normales del sistema para pequeñas oscilaciones.

c. Suponga además que  $g/l = K/M$ . Determine los modos normales.

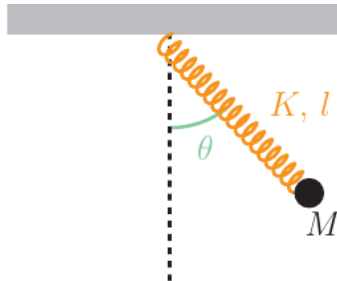
2. Una varilla uniforme, de masa  $m$  y longitud  $2a$ , está suspendida de un punto  $O$  fijo por medio de una cuerda inextensible y sin masa de longitud  $b$  atada a uno de sus extremos. El sistema oscila en un plano vertical que pasa por  $O$ .



a. Halle las ecuaciones de movimiento para las pequeñas oscilaciones del sistema en torno a la posición de equilibrio.

b. Para el caso  $b = 4a/5$  halle las frecuencias y modos normales. ¿Es un movimiento general del sistema periódico?

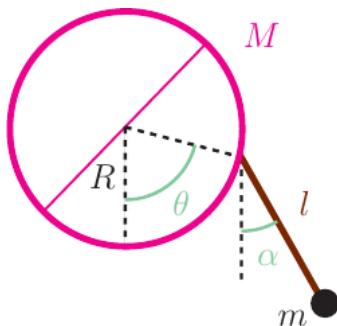
3. El resorte de la figura tiene constante elástica  $K$  y longitud natural  $l$ , tiene un extremo fijo al techo y en el otro está unido a una partícula de masa  $M$ . El sistema está obligado a moverse en un plano vertical.



a. Estudie las pequeñas oscilaciones en torno al ángulo  $\theta = 0$ .

b. Halle las frecuencias normales. Explique cómo es el movimiento para cada modo normal de vibración.

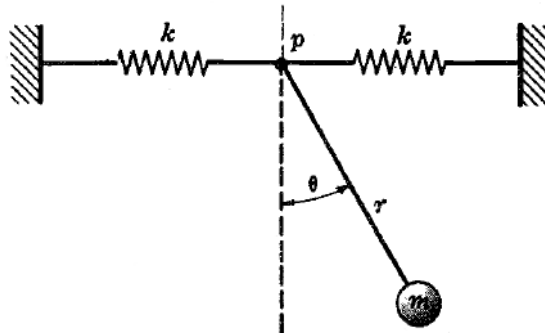
4. El aro de la figura es homogéneo, de radio  $R$  y con masa  $M = 4m$ . El aro está unido por medio de varillas sin masa a un eje horizontal, perpendicular a su plano y que pasa por su centro. El aro puede girar libremente y sin rozamiento alrededor del eje. Un péndulo de longitud  $l = R$  tiene su punto de suspensión fijo al aro y se balancea en el mismo plano del aro. Considere las pequeñas oscilaciones del sistema en torno a la posición de equilibrio estable.



a. Halle las frecuencias normales.

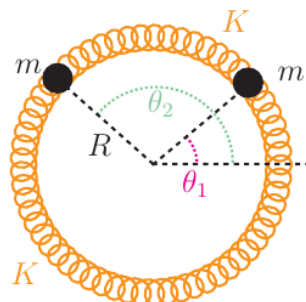
b. Explique cómo es el movimiento para cada modo normal de vibración. Escriba la solución a las ecuaciones de movimiento.

5. El péndulo de la figura está suspendido del punto sin masa  $p$  por un hilo ideal. El punto se puede mover en una línea horizontal bajo la acción de los resortes iguales de constante  $k$ .



- Determine el lagrangeano del sistema.
- Halle las ecuaciones de movimiento.
- Suponiendo pequeñas oscilaciones, encuentre una expresión para el período del péndulo.

6. Dos partículas idénticas, de masa  $m$  cada una, pueden moverse por un anillo horizontal de radio  $R$ . Las partículas están unidas por dos resortes idénticos de constante elástica  $K$  y longitud natural nula, como se muestra en la figura.



- Halle el lagrangeano del sistema, use como coordenadas generalizadas los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$ . Demuestre que el lagrangeano es invariante frente a la rotación rígida:

$$\theta_a \rightarrow \theta'_a = \theta_a + \epsilon$$

donde  $\epsilon$  es una constante. Halle la correspondiente cantidad conservada.

- Tome nuevas coordenadas generalizadas:  $\theta = \theta_1 + \theta_2$  y  $\alpha = \theta_2 - \theta_1$ . Escriba el lagrangeano en las nuevas coordenadas y note que se separa en dos lagrangeanos, uno asociado con las oscilaciones y otro con la rotación del sistema. Halle la frecuencia de las oscilaciones.