Curso Física 1 para Bio-Geociencias (FI252) 2025

Clase de consultas generales en forma virtual: jueves de 20:15 a 21:30 por Zoom (enlace del teórico virtual)

La clase pasada hablamos de:

- Cifras significativas y ejemplos.
- Repaso matemático de operaciones con potencias.
- Notación científica.
- Cálculos aproximados y estimaciones (problemas de Fermi) y ejemplos.
- Análisis dimensional y ejemplos.

¿Alguna pregunta o aclaración?

ATENCIÓN: Se recuerda que en el Salón de Actos no se pueden ingerir alimentos ni beber bebidas o tomar mate….

Ejercicio 1.19: 1er. Parcial 2022

Ondas superficiales en aguas profundas- Podemos utilizar el análisis dimensional para determinar la velocidad ***v*** de las ondas superficiales en aguas profundas. Las cantidades en el problema son la longitud de onda **λ**, la densidad ***ρ*** del fluido, y la aceleración de la gravedad ***g***, ya que las fuerzas son gravitatorias. La ecuación dimensional es: $v = C.\ \lambda^{\alpha}\ \rho^{\beta}\ g^{\gamma}$ siendo C, una constante adimensionada.

Se asume que la profundidad del agua es tan grande en comparación con la longitud de onda como para que no afecte su movimiento y que las fuerzas viscosas pueden ser ignoradas.

¿Cuáles son los valores de α, β y γ?

a) α=2, β=0 y γ=1/2
b) α=1/2, β=-1 y γ=1/2
c) α=0, β=1/2 y γ=2
d) α= -1/2, β=2 y γ=0
e) α=3/2, β=2 y γ=1
f) α=1/2, β=0 y γ=1/2

$[v]= L/T=L.T^{-1}$ $\quad [\lambda]= L$ $\quad [\rho]=M/L^3= ML^{-3}$ $\quad [g]= L/T^2= LT^{-2}$

$[v]=[C.\ \lambda^{\alpha}\ \rho^{\beta}\ g^{\gamma}]= [\lambda^{\alpha}\ \rho^{\beta}\ g^{\gamma}]= [\lambda]^{\alpha}\ [\rho]^{\beta}\ [g]^{\gamma} =$ $(L)^{\alpha}\ (ML^{-3})^{\beta}\ (LT^{-2})^{\gamma} = L^{\alpha}\ M^{\beta}\ L^{-3\beta}\ L^{\gamma}\ T^{-2\gamma} = M^{\beta}\ L^{\alpha-3\beta+\gamma}\ T^{-2\gamma}$

Entonces: $L.T^{-1} = M^{\beta}\ L^{\alpha-3\beta+\gamma}\ T^{-2\gamma}$

M: $0 = \beta$ $\quad$ L: $1 = \alpha - 3\beta + \gamma$ $\quad$ T: $-1 = -2\gamma$

Por lo tanto $\beta = 0$; $\gamma = 1/2$ y: $1 = \alpha - 0 + 1/2$ $\quad$ de donde: $\alpha = 1/2$

α=1/2, β=0 y γ=1/2

$$v = C.\ \lambda^{1/2}\ \rho^{0}\ g^{1/2} = C\sqrt{\lambda . g}$$

Ejercicio 1.19: 1er. Parcial 2022

1.B- Considere las siguientes aseveraciones:
i) A mayor densidad mayor es la velocidad de la onda.
ii) Por el análisis anterior puede concluirse que en petróleo crudo (un material más viscoso y denso) las ondas son más lentas.
iii) Que una expresión sea dimensionalmente correcta es una condición necesaria pero no suficiente para que la misma sea cierta.
iv) De acuerdo con la ecuación obtenida, si la longitud de onda se duplica, la velocidad de la onda también se duplica.

Son verdaderas las siguientes:
a) Sólo la ii) b) Sólo la iii) c) ii) y iii) d) ii) y iv) e) i), iii) y iv) f) i) y ii)

$$v = C.\,\lambda^{1/2}\,\rho^{0}\,g^{1/2} = C\sqrt{\lambda.\,g}$$

Ejercicio 1.17

La relatividad general nos dice que entorno a un agujero negro existe un cascarón esférico del cual *nada* puede escapar – ni siquiera la luz. Este se conoce como **el horizonte de eventos**, y su radio, $\mathbf{r_s}$, depende de la masa **M** del agujero negro. Se sabe además que su valor también depende de las dos constantes físicas de gran relevancia para la relatividad general – la velocidad de la luz **c** y la constante de gravitación universal **G**.

Su expresión teórica viene dada por: $r_s = 2G^x c^y M^z$. Mediante análisis dimensional, halle los valores de x, y, z . Recuerde que $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N.m²/kg² y $c = 3{,}00\times10^8$ m/s.

radio de Schwarzschild $r_s = 2G^x c^y M^z$

Veamos las dimensiones de r_S, G y c: $[r_s] = L \quad [M] = M$

$$[c] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

$$[G] = (MLT^{-2})(L^2)(M^{-2}) = M^{1-2}L^{1+2}T^{-2} = M^{-1}L^3T^{-2}$$

$$[r_s] = [2G^x c^y M^z] = [G^x c^y M^z] = [G^x][c^y][M^z] = [G]^x[c]^y[M]^z$$

$$L = (M^{-1}L^3T^{-2})^x(LT^{-1})^y M^z = M^{-x+z}L^{3x+y}T^{-2x-y}$$

Igualo los exponentes de c/u de las dimensiones de M, L y T.

Ejercicio 1.17

La relatividad general nos dice que entorno a un agujero negro existe un cascarón esférico del cual *nada* puede escapar – ni siquiera la luz. Este se conoce como **el horizonte de eventos**, y su radio, $\mathbf{r_s}$, depende de la masa **M** del agujero negro. Se sabe además que su valor también depende de las dos constantes físicas de gran relevancia para la relatividad general – la velocidad de la luz **c** y la constante de gravitación universal **G**.

Su expresión teórica viene dada por: . Mediante análisis dimensional, halle los valores de . Recuerde que $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N.m^2/kg^2 y $c = 3{,}00\times10^{8}$ m/s.

M: 0 = -x +z entonces: x = z

T: 0 = -2x – y entonces y = -2x

L: 1 = 3x + y = 3x -2x = x

Resulta; x = z = 1; y = -2

$$r_s = 2Gc^{-2}M = \frac{2GM}{c^2}$$

Radio de Schwarzschild (1916) u horizonte de eventos: medida del tamaño de un agujero negro de simetría esférica y estático.

Esta expresión se había calculado anteriormente, utilizando la mecánica newtoniana, como el radio de un cuerpo esféricamente simétrico en el que la velocidad de escape era igual a la velocidad de la luz.

Había sido identificado en el siglo XVIII por John Michell Y Pierre Simon Laplace.

Ninguna cosa dentro de él, incluyendo los fotones, puede escapar debido a la atracción de un campo gravitatorio extremadamente intenso.

Las partículas del exterior que *caen* dentro de esta región nunca vuelven a salir, ya que para hacerlo necesitarían una velocidad de escape superior a la de la luz y, hasta el momento, la teoría indica que nada puede superarla.

Leyes de Escala

¿Son posibles estas criaturas de este tamaño?

Leyes de escalas

Parece que una hormiga es increíblemente fuerte respecto a su tamaño: puede cargar el peso de varias hormigas.
Sin embargo, un elefante no podría cargar a otro elefante.
Si hiciéramos una hormiga del tamaño de un elefante, ¿sería una súper-hormiga?

Veremos que no es posible la existencia de una hormiga de tal tamaño…

Galileo (1638, "Dos nuevas ciencias") cuando una forma crece en tamaño, su volumen crece más rápido que su superficie.

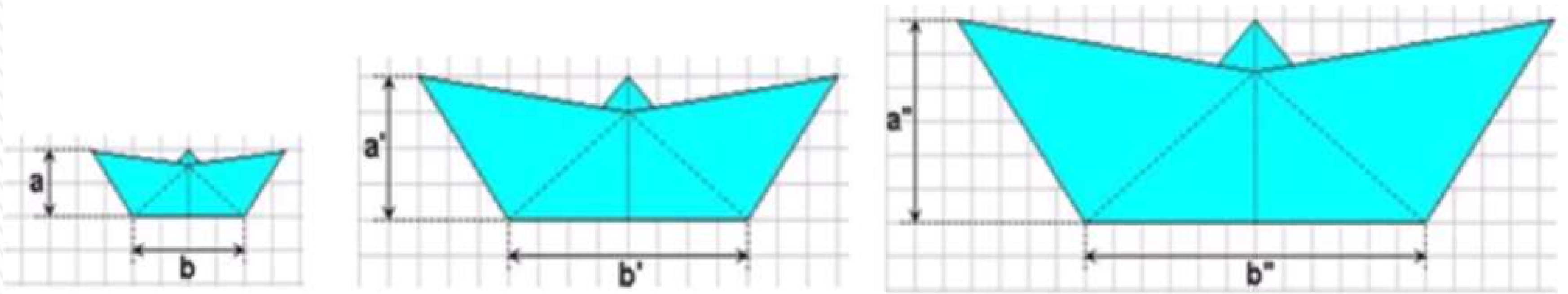
"Cuando un objeto crece sin cambiar de forma, de modo que una longitud característica del mismo (por ejemplo, su altura) se multiplica por un factor, su superficie se multiplica por el cuadrado de ese factor, en tanto que su volumen se multiplica por el cubo de su factor."

Ley cuadrática-cúbica…

Veremos las leyes de escala isométrica o de similitud geométrica

Semejanza geométrica

Comenzaremos con la **semejanza geométrica**: la relación entre figuras que tienen la misma forma, pero pueden diferir en tamaño.
Dos figuras son semejantes si sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales.
Esto significa que si escalamos una figura, la aumentamos o la reducimos, la nueva figura será semejante a la original.
Las figuras son semejantes cuando guardan una relación de proporcionalidad entre dos de sus magnitudes lineales: b/a= b'/a' = b''/a''.



Si las figuras son semejantes se cumple que

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = k$$

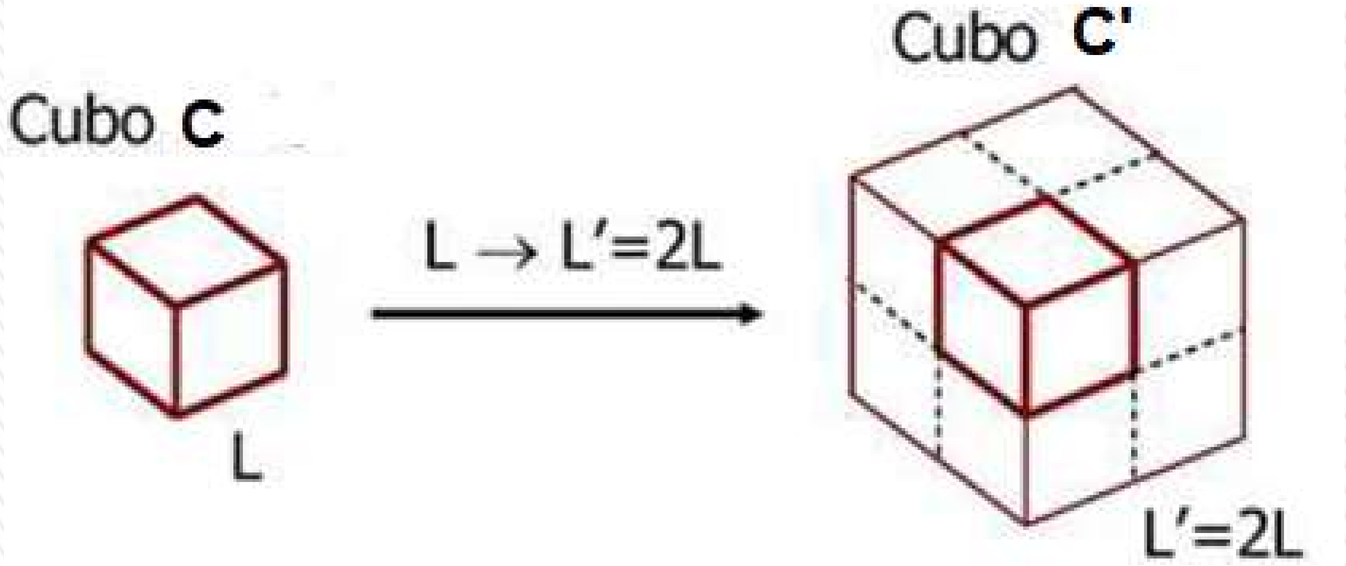
siendo k es el llamado factor de escala

El **factor de escala (*k*)** es el cociente de longitudes correspondientes en dos figuras semejantes (también se le llama **razón de semejanza**).

Dos cuerpos son semejantes cuando la razón (es decir el cociente) entre las dimensiones lineales que lo caracterizan es la misma, cualesquiera que sean éstas

Semejanza geométrica

Veremos cómo varían con el tamaño de un objeto las magnitudes longitud, área y volumen.



Consideremos dos cubos: el C con una arista L y el C' con arista L'= 2L.
El segundo cubo, es mayor que el primer cubo, con un factor de escala *k*, con *k* = 2.
El cubo C, de arista L, tiene un área de su superficie lateral que vale: $S = 6L^2$ y un volumen $V= L^3$.
Por otro lado, el cubo C' de arista L'= 2L tiene una superficie lateral
$S'= 6L'^2= 6(2L)^2 = 24L^2= 4(6L^2) =2^2(6L^2) = k^2S$
El volumen del cubo C' de arista L'= 2L vale $V'= L'^3= (2L)^3 = 8L^3= 2^3(L^3) = k^3V$

si $L' = kL$ entonces: $S' = k^2S$ y $V' = k^3V$

Esto que vemos para el cubo se cumple para cualquier cuerpo geométrico.

Semejanza geométrica

Considerando nuevamente un cubo tenemos que

$S = 6 L^2$
$V = L^3$ por lo tanto: $L = V^{1/3}$
Entonces: $S = 6 L^2 = 6 (V^{1/3})^2 = 6 V^{2/3}$

$S = 6V^{2/3} \approx 6V^{0,67}$
es una relación que se cumple para cualquier cubo.
Relación cúbica-cuadrática para los cubos.

Para otros cuerpos, también se cumple la **ley cuadrático-cúbica** y se expresa de la forma:

$$S = \alpha V^{\frac{2}{3}}$$

Siendo *α* una constante, que para el cubo *α* = 6 como vimos, mientras que para una esfera:

$$\alpha = (36\pi)^{\frac{1}{3}} \cong 4{,}8360$$

La esfera es, precisamente, el cuerpo con menor superficie para un volumen dado. Para un cuerpo con cualquier otra forma, el coeficiente *α* será siempre mayor que el correspondiente a la esfera.

La ley cuadrático-cúbica fue mencionada por primera vez por Galileo en *Due Nuove Scienze* (1638).

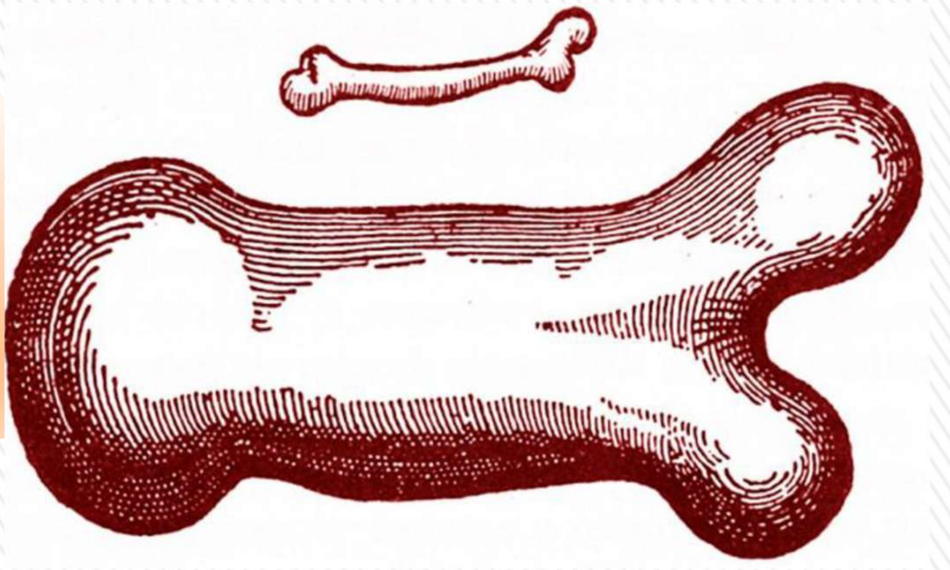

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuove scienze
Attenenti alla
MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.
Con una Appendice del centro di gravità d'alcuni Solidi.
IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

Semejanza geométrica

"…Ni la naturaleza puede producir árboles de extraordinario tamaño, porque las ramas se romperían bajo su propio peso. Así, también sería imposible reforzar las estructuras óseas de los hombres, de los caballos y de los otros animales de manera que se mantuvieran juntas y cumplieran sus funciones normales si estos animales tuvieran que incrementar enormemente su altura; ya que este incremento de altura se conseguiría solamente empleando un material mucho más duro y fuerte que el usual, o agrandando el tamaño de los huesos y cambiando, de esta manera, su figura hasta que la forma y apariencias de los animales sugiriera una monstruosidad…"

"…Para poner un breve ejemplo, dibujemos la figura de un hueso alargado solamente tres veces más de lo que era, pero habiendo agrandado su grosor en tal proporción que pudiese realizar en el animal grande la función que correspondería al hueso más pequeño en el animal también más pequeño."

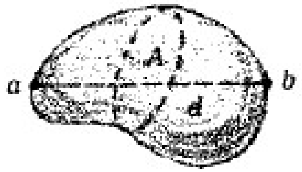
Ahora trabajaremos con cuerpos reales, por lo cual aplicaremos ciertos modelos para poder aplicar la semejanza o similitud geométrica: **las leyes de escala isométrica o simplemente leyes de escala**.



Leyes de escalas

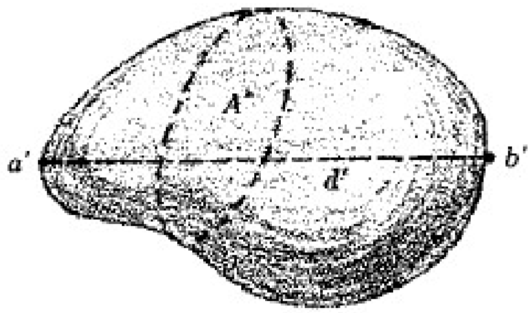
Dos figuras cualesquiera semejantes de distinto tamaño, tienen un factor de escala *k*, que es el cociente de longitudes correspondientes de las figuras

$$k = \frac{d'}{d}$$



Como son semejantes, el factor de escala *k* es el mismo para dos longitudes cualesquiera.

La razón entre las áreas transversales *A* y *A'* vale: $\frac{A'}{A} = k^2$



La razón entre los volúmenes *V* y *V'* vale: $\frac{V'}{V} = k^3$

La importancia de estas relaciones se debe a que se puede asumir que ciertas propiedades físicas dependen del volumen y otras dependen del área.

Por ejemplo la masa o el peso de un cuerpo depende del volumen.

Si suponemos que la densidad media no varía, el volumen de un cuerpo V es proporcional a la masa M, ya que la densidad = masa/volumen.

Se considera que los seres vivos tienen prácticamente la misma densidad media, igual a la del agua, por ser su principal componente.

Leyes de escalas

Ejemplo: el peso de un animal depende de su volumen.
Si W y W' son los pesos de dos animales de la misma forma, se puede escribir:
W = aV y *W' = aV'*
donde *a* es una constante de proporcionalidad igual para c/u.
Se cumple:

$$\frac{W'}{W} = \frac{aV'}{aV} = \frac{V'}{V} = k^3$$

Si aumento el tamaño (dimensiones lineales) de un cuerpo en un cierto factor, conservando su forma, su superficie (área) aumentará como el cuadrado de ese factor y su volumen como el cubo.
Este fenómeno se suele expresar con la notación: $S \propto l^2$ $V \propto l^3$

Asumiremos los siguientes comportamientos:
La masa y el peso son proporcionales al volumen.
La fuerza de cualquier organismo, o la resistencia mecánica de una estructura o ser vivo dependen de la superficie.
Más adelante nombraremos otras…

Este tipo de relaciones se les llama **leyes de escala isométricas.**

EJEMPLO: Ejercicio 1.10

Una mujer de 1,55 m de altura pesa 50 kg. ¿Cuánto pesaría una mujer de 1,70 m y forma semejante?

Datos: L= 1,55 m; W= 50 kg; L'= 1,70 m

Modelamos a las mujeres como semejantes, entonces su factor de escala *k* vale:

$$k = \frac{L'}{L} = \frac{1{,}70}{1{,}55} = 1{,}09677$$

Por lo visto, el peso varía en función de k^3:

$$W' = k^3 W = (1{,}09677)^3(50) = 65{,}966$$

Expresando el resultado con dos cifras significativas: **W'= 66 kg**

Leyes de escalas

Es útil visualizar las relaciones del tipo $y = \alpha x^a$ *en gráficos en los que se representen* en abscisas y ordenadas los logaritmos (decimales o neperianos) de los parámetros en lugar de los parámetros mismos.

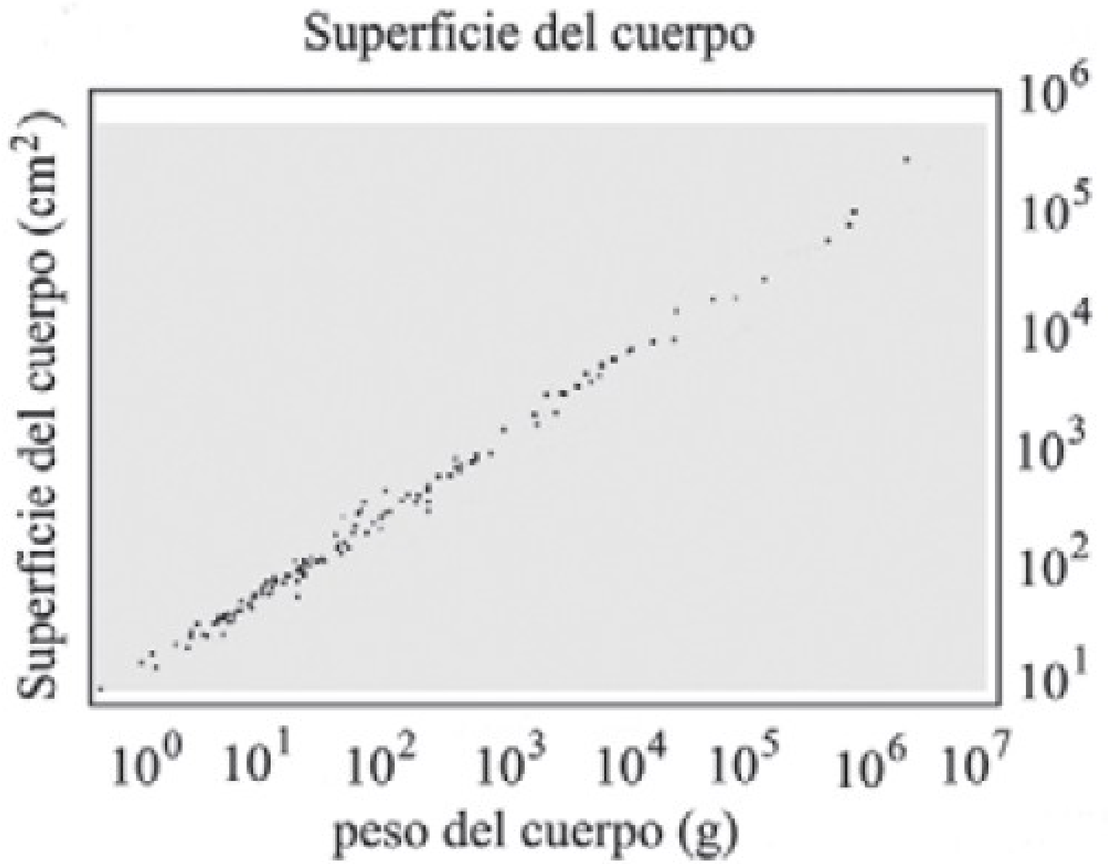
Usando las propiedades de los logaritmos: $\log(y) = \log(\alpha) + a.\log(x)$

Para el caso de la ley cuadrático-cúbica: $S = \alpha V^{2/3}$ tendríamos:

$$\log S = \log \alpha + \frac{2}{3}\log V$$

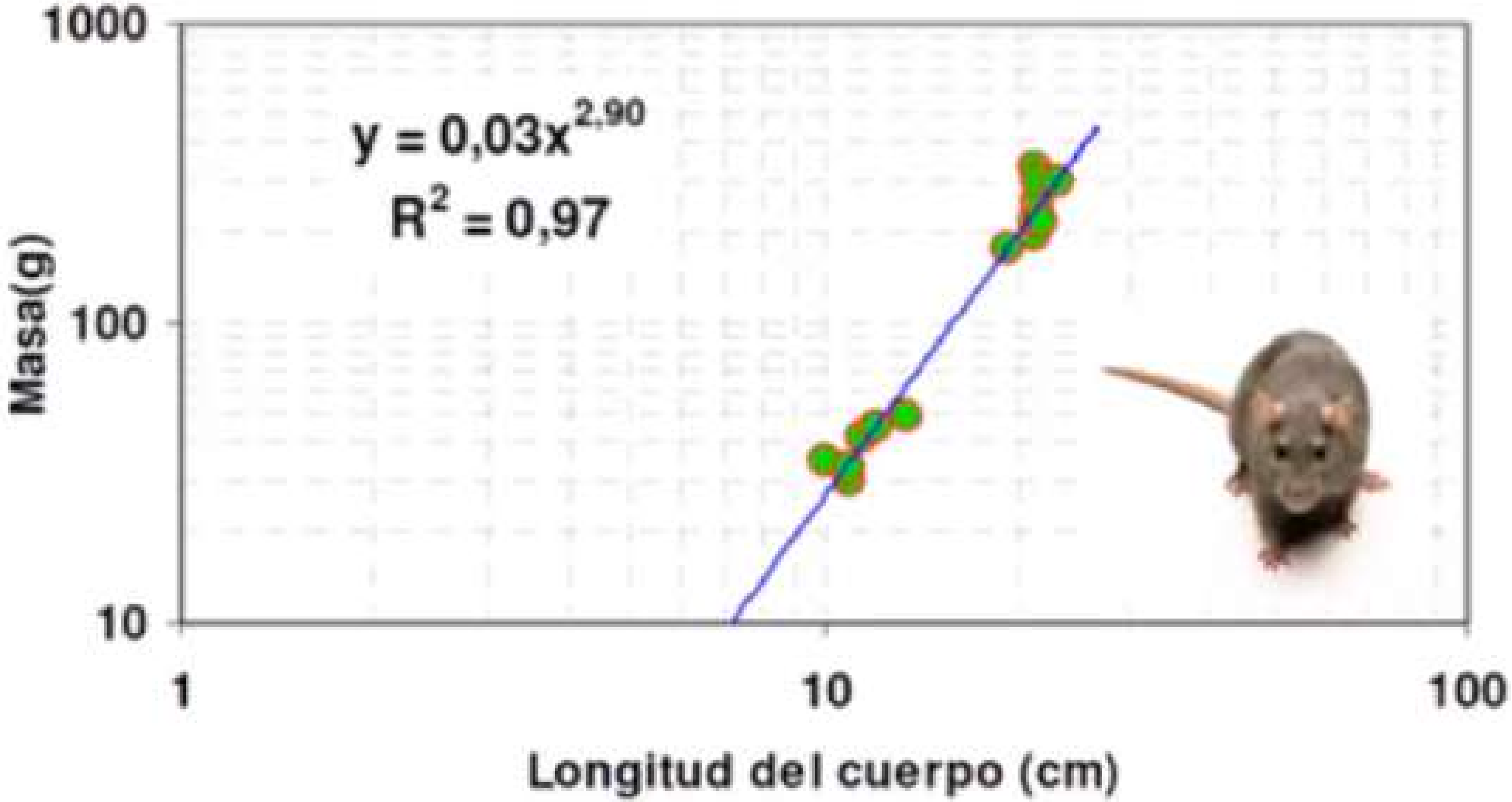
que implica que obtenemos una recta de pendiente igual a 2/3 ≈ 0,67

Si consideramos cuerpos de seres vivos, con una densidad constante en todos ellos,aproximadamente la del agua, entonces la recta que relaciona superficie corporal y masa tiene la misma pendiente.



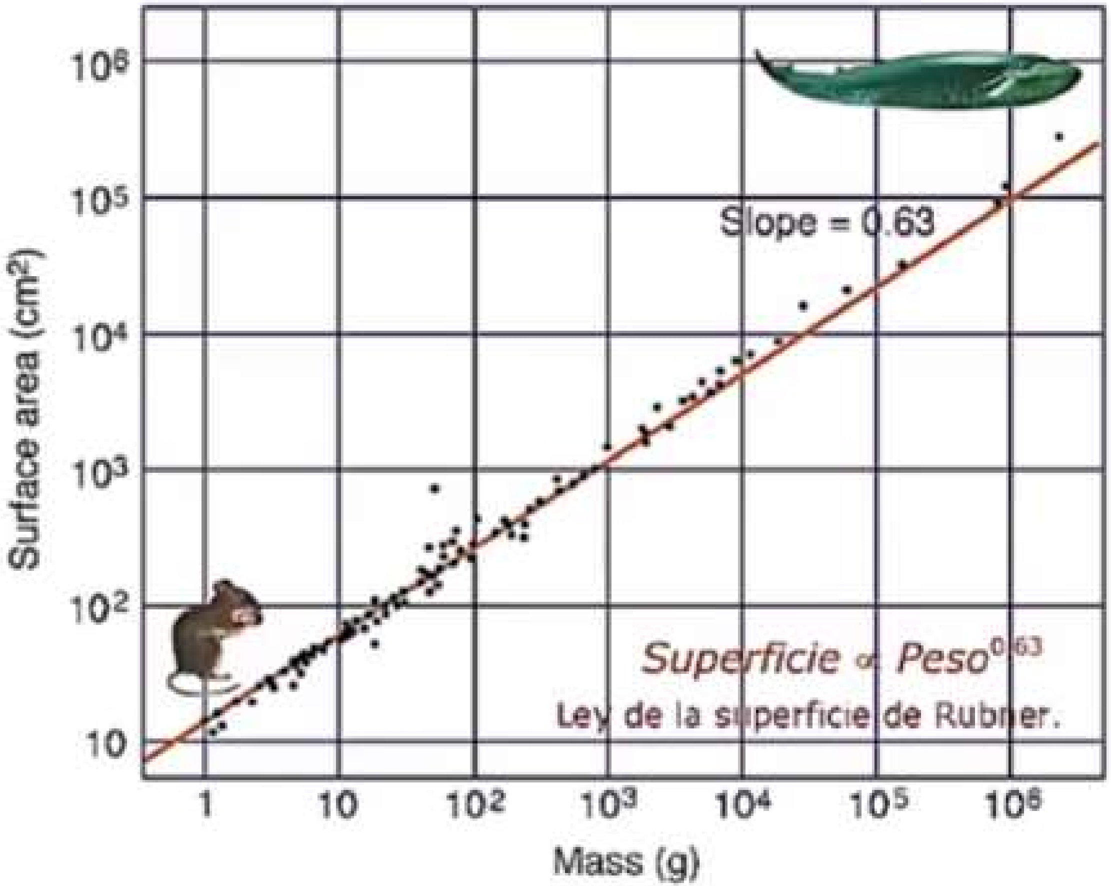
Superficie corporal en función de la masa para vertebrados. Hemmingsen (1960)

Hay ratones que guardan una relación casi cúbica entre la masa y la longitud del cuerpo.



Leyes de escalas

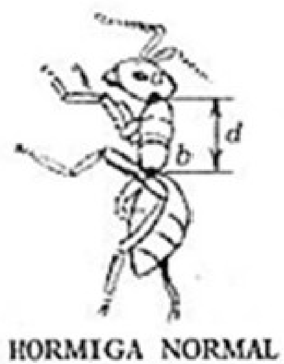
Relación entre el área superficial y la masa de mamíferos



Leyes de escalas-Fuerza relativa

Las relaciones o leyes de escala, son las expresiones de los **cambios funcionales y estructurales que tienen lugar como consecuencia de los cambios de tamaño (cambios de escala) en los organismos.**

Dos hormigas semejantes (de forma y composición idénticas). La hormiga gigante tiene un factor de escala $k = d'/d$ con respecto a la hormiga normal.
Por tanto la hormiga gigante pesa k^3 veces lo que la hormiga normal.



Se ha comprobado que la fuerza de cualquier organismo depende solamente del área de la sección transversal de sus músculos.

Por ejemplo el levantador de pesas: la longitud de sus brazos es normal, lo que es extraordinariamente grande es la sección transversal de sus brazos.

Se llama **fuerza relativa de un animal** al peso que puede levantar (o soportar) por la acción de sus músculos dividido por su propio peso.
El peso máximo que se puede sostener contra la gravedad terrestre depende de la fuerza muscular y ésta de la sección total de los músculos que intervienen en dicha acción, mientras que el propio peso del animal es proporcional a su volumen.

Sea $F_{máx}$ el peso máximo que puede levantar o la fuerza máxima que puede realizar la hormiga y W su propio peso, entonces la **fuerza relativa f** vale:

$$f = \frac{F_{máx}}{W}$$

Leyes de escalas-Fuerza relativa

Sean W' y $F'_{máx}$ el peso y la fuerza máxima que puede realizar la hormiga gigante. Como el volumen y la superficie son proporcionales, se cumple:

$W' = k^3 W$ y $F'_{máx} = k^2 F_{máx}$ por lo tanto:

$$f' = \frac{F'_{máx}}{W'} = \frac{k^2 F_{máx}}{k^3 W} = \frac{F_{máx}}{kW} = \frac{1}{k} f$$

$$\boxed{f' = \frac{1}{k} f}$$

Entonces, la fuerza relativa de la hormiga gigante es menor que la de la hormiga normal y se reduce en un factor *1/k*.

Comúnmente se dice que una hormiga es enormemente fuerte, pues puede levantar de 10 a 50 veces su peso, es decir su fuerza relativa varía entre 10 y 50.
La de un hombre sería de 0,50 (suponiendo que puede levantar la mitad de su peso).
Comparar las fuerzas relativas es erróneo, la fuerza relativa de la hormiga es tan grande, justamente por su pequeño tamaño.
Para evaluar la fuerza real de la hormiga se tiene que tener en cuenta la diferencia de tamaños.
Una hormiga normal tiene una longitud de 1,2 cm, mientras que un hombre tiene una longitud de 1,8 m. Una hormiga gigante, del tamaño de un hombre tendría un factor de escala de:

$$k = \frac{180\ cm}{1{,}2\ cm} = 150$$

Leyes de escalas-Fuerza relativa

Por tanto la fuerza relativa de una hormiga gigante (suponiendo f = 30) de:

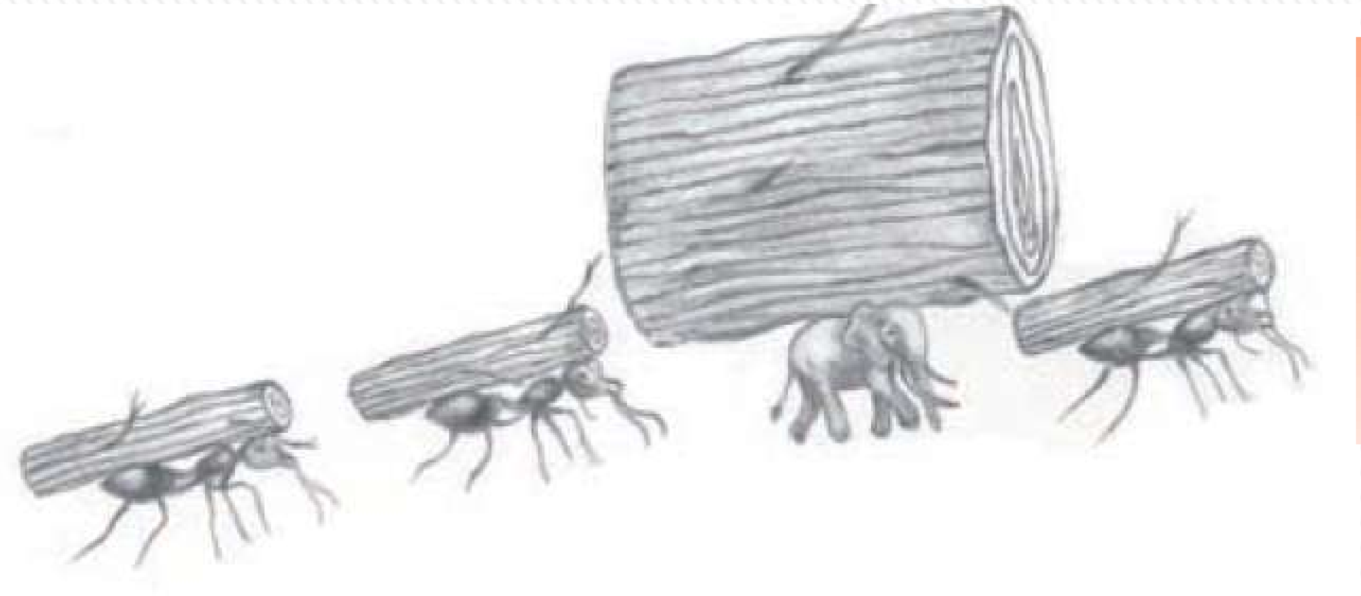
$$f' = \frac{1}{k}f = \frac{1}{150} \times 30 = \frac{1}{5} = 0{,}20$$

Menor que la del hombre!!!

O dicho de otra forma, un hombre del tamaño de una hormiga normal tendría una fuerza relativa de:

$$f' = \frac{1}{k}f = \frac{1}{\frac{1}{150}} \times 0{,}50 = 150 \times 0{,}50 = 75$$

Por lo tanto, una hormiga es intrínsacamente más débil que un hombre o un elefante. De hecho, **una hormiga gigante del tamaño humano no sería una criatura biológicamente viable: ya que sólo podría levantar un porcentaje pequeño de su peso, incluso no podría levantar ni siquiera sus patas!**



Fuerza relativa de dos animales con el mismo tamaño (el de una hormiga) pero con formas distintas (de elefante y de hormiga).

Leyes de escalas -Fuerza relativa

Lo dicho acerca de la fuerza de los músculos se aplica también a los huesos y cualquier otro material estructural.
Para un animal de forma dada, la resistencia de sus huesos con respecto a su propio peso depende de su tamaño, y cuanto mayor sea el animal, más pequeña es su fuerza relativa. La forma de los animales grandes es muy diferente a la de animales pequeños.

Mosca, perro y elefante represen-tados como si tuvie-ran el mismo tamaño. Notar la diferencia en el grosor relativo de las extremidades.

El ancho de las patas del elefante es mucho mayor que las del perro, y éste que el de la mosca.
Un animal del tamaño de un elefante no puede tener la forma de un perro porque el cociente resistencia de los huesos y el peso del cuerpo sería muy pequeño.
Los huesos y músculos de los animaless grandes deben ser desproporcionadamente más anchos que huesos y músculos de animales pequeños.

EJEMPLO: ejercicio 10 continuación

Una mujer de 1,55 m de altura pesa 50 kg. ¿Cuánto pesaría una mujer de 1,70 m y forma semejante?

Datos: L= 1,55 m; W= 50 kg; L'= 1,70 m

Modelamos a las mujeres como semejantes, entonces su factor de escala *k* vale:

$$k = \frac{L'}{L} = \frac{1{,}70}{1{,}55} = 1{,}09677$$

Por lo visto, el peso varía en función de k^3: $W' = k^3 W = (1{,}09677)^3(50) = 65{,}966$

Expresando el resultado con dos cifras significativas: **W'= 66 kg**

Supongamos que la mujer de 1,55 m y 50 kg, puede levantar una masa de hasta 25 kg. ¿Cuánto podrá levantar una mujer semejante de 1,70 m?

La fuerza relativa de la mujer de 1,55 m vale: $f = \frac{F_{máx}}{W} = \frac{25}{50} = 0{,}50$

Mientras que la fuerza relativa de la mujer de 1,70 m vale: $f' = \frac{f}{k} = \frac{0{,}50}{1{,}09677} = 0{,}4559$

Por tanto podrá levantar una masa de hasta:

$$F'_{máx} = f'.W' = 0{,}4549 \times 65{,}966 = 30{,}0\,kg$$

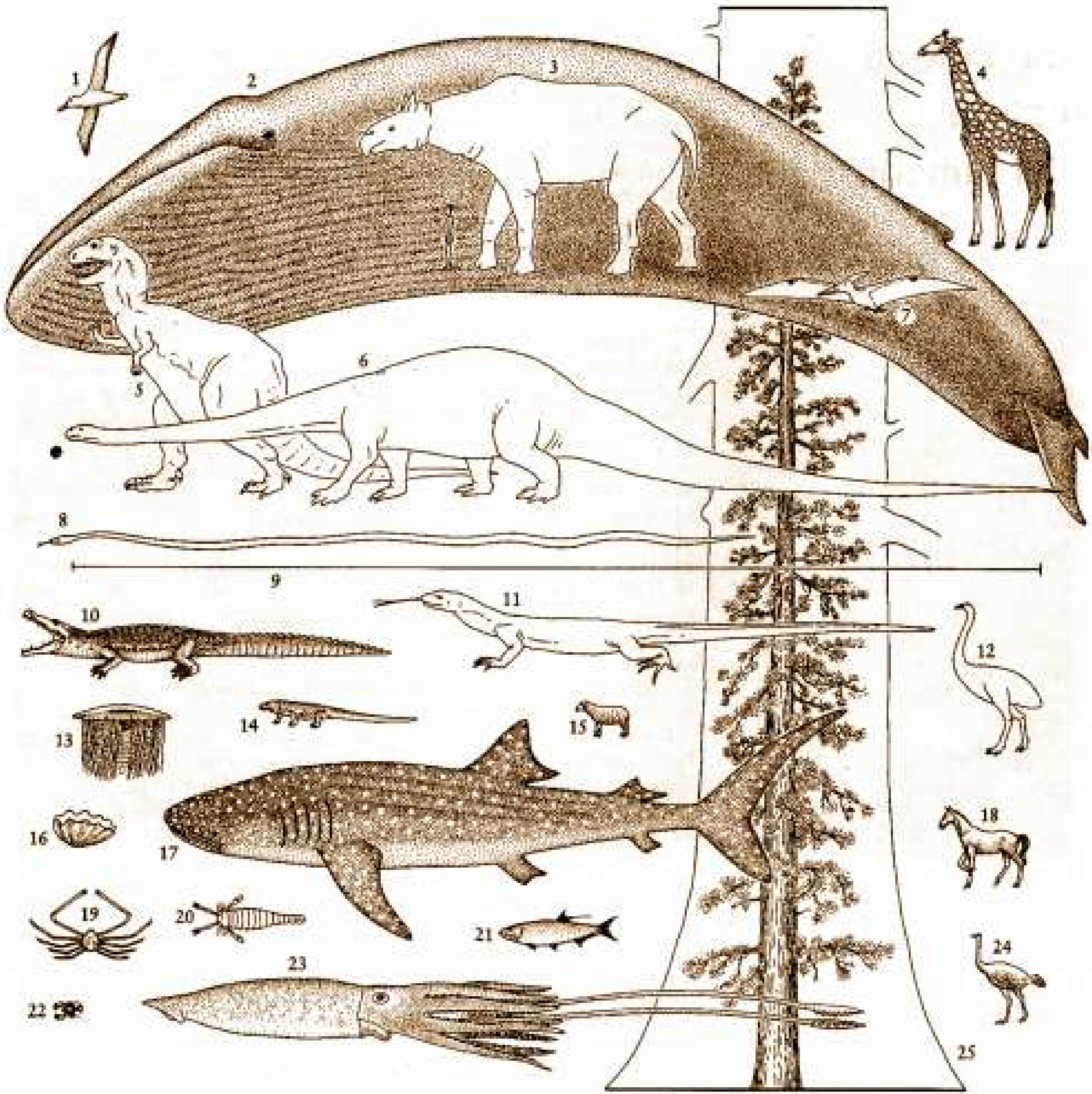
Podrá levantar hasta una masa de 30 kg

Leyes de escalas -Fuerza relativa

El efecto de escala interviene en otras propiedades fisiológicas.
Las **velocidades a la que se extrae el oxígeno del aire, a la que los alimentos se digieren y absorben en el intestino, a la que se pierde calor en la superficie del cuerpo, son proporcionales a las áreas de los pulmones, intestinos y la piel respectivamente, por tanto a k^2**.
La **velocidades a la que se debe suministrar oxígeno o alimento , o a la que se produce calor es proporcional a la masa (por tanto al volumen) del animal, por tanto a k^3**.
Esto repercute en la rapidez carrera, altura en saltos, potencia desarrollada.

Estas consideraciones muestran que para cada tipo de animal hay un tamaño óptimo. No obstante, aunque Galileo demostró lo contrario hace más de trescientos años, todavía creemos que si una hormiga fuera tan grande como un hombre tendría una fuerza enorme o que podrían existir animales de tamaños descomunales como Godzilla o King Kong.
De hecho, el mayor animal que ha existido es la ballena azul (con un peso de hasta 170 toneladas) y su tamaño es posible porque es un animal acuático.
El mayor dinosaurio que existió fue un saurópodo el Argentinosaurio con un peso estimado entre 65 y 90 toneladas.
La figura siguiente muestra distintos animales representados a la misma escala.

Organismos de mayor tamaño (todos a la misma escala)

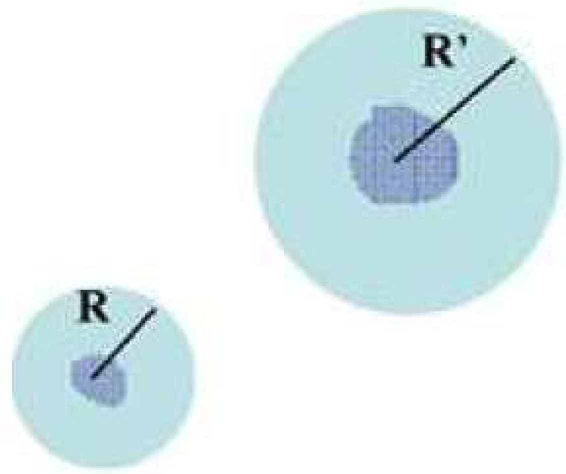


1. La mayor ave voladora (albatros);
2. El mayor animal conocido (ballena azul);
3. El mayor mamífero terrestre extinto (Baluchitnerium), junto a una figura humana como punto de comparación;
4. El animal terrestre vivo más alto (jirafa)
5 . Tyrannosaurus;
6. Diplodocus;
7. Uno de los mayores reptiles voladores (Pteranodon);
8. La mayor serpiente extinta;
9. Longitud de la mayor tenia encontrada en el hombre;
10. El reptil vivo más largo (cocodrilo de África occidental);
11. El mayor lagarto extinto;
12. La mayor ave extinta (Aepyomis);
13. La mayor medusa (Cyanea);
14. El mayor lagarto vivo (dragón Komodo);
15. Oveja;
16. El mayor molusco bivalvo (Tridacna);
17. El mayor pez (tiburón ballena);
18. Caballo; 19. El mayor crustáceo (cangrejo araña del Japón);
20. El mayor escorpión marino (Euriptérido);
21. Sábalo real;
22. La mayor langosta;
23. El mayor molusco (calamar gigante, Architeuthis);
24. Avestruz;
25. Los primeros 32 m del mayor organismo conocido (secoya gigante), superpuestos a un alerce de 30 m

Leyes de escalas –División celular

Vamos a modelar a las células como esféricas.
Factor de escala de célula más vieja (y más grande de radio R') con respecto a la célula más joven (y menor de radio R) vale: $k = R'/R$

Volumen de célula vieja (V') es k^3 veces el volumen de célula más joven (V), por lo que tiene k^3 veces el material metabólico del de la más joven, por lo que requiere k^3 veces más oxígeno (y otras sustancias), que la más joven. Pero todo el oxígeno consumido por la célula debe pasar a través de la pared de la misma, la cantidad de oxígeno por unidad de tiempo requerida será proporcional al área de la pared celular, por tanto la célula más vieja puede obtener a lo sumo k^2 veces el oxígeno que obtiene la más joven por unidad de tiempo.



El **cociente entre la cantidad máxima de oxígeno que se puede obtener y el oxígeno necesario se llama** **factor de viabilidad (f_V)**.
Para que la célula sobreviva $f_V > 1$.
De las relaciones anteriores se deduce que:

$$f_{V\ \text{célula vieja}} = \frac{1}{k} f_{V\ \text{célula joven}}$$

Una célula joven tiene un f_V mayor que 1. Cuando la célula crece, su f_V disminuye y se acerca a 1, para evitar la asfixia, la célula debe detener su crecimiento o dividirse. Por medio de la división, la célula grande con un f_V pequeño es reemplazada por dos células más pequeñas, c/u con un f_V mayor.

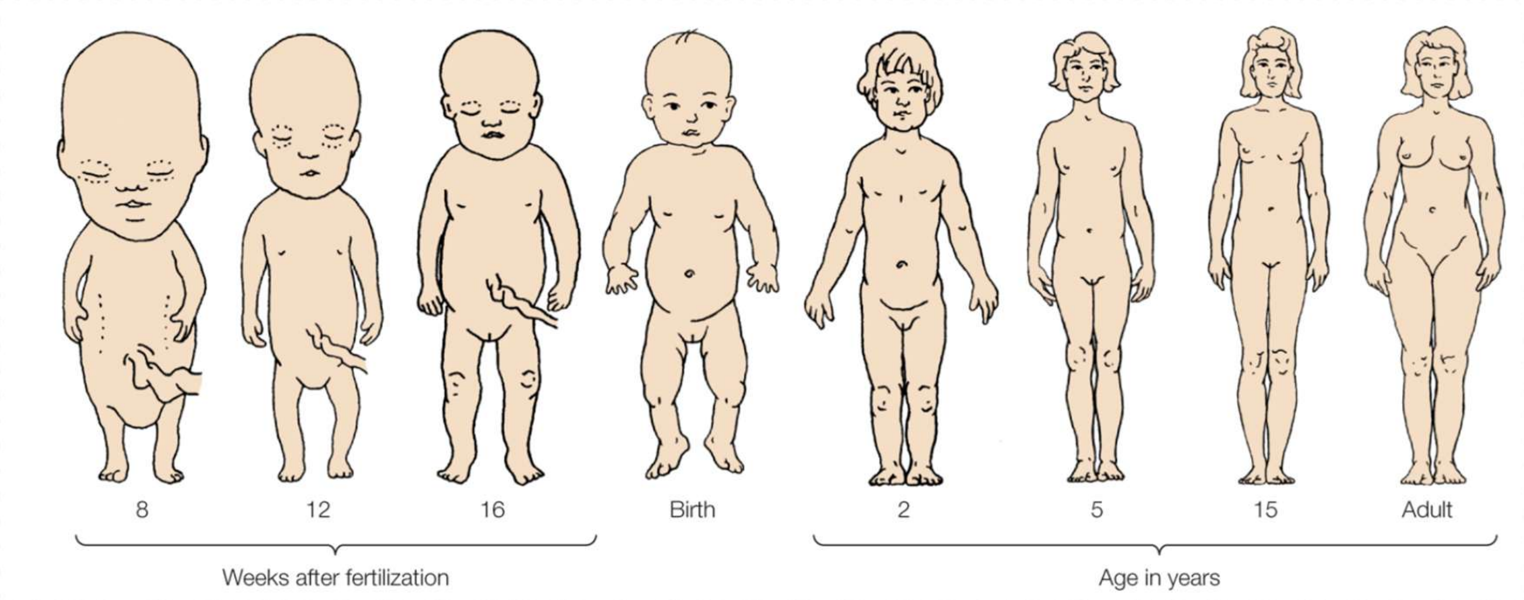
Leyes de escalas

Tenemos que tener presente que estamos trabajando con un modelo de similitud geométrico, que según el caso podrá ser más o menos aproximado a la situación real.

En realidad hay un **comportamiento alométrico** que implica un crecimiento diferencial de las partes del cuerpo de un organismo, de modo que cada tejido y región corporal tiene una tasa de desarrollo diferente,

Más específicamente durante el desarrollo de un organismo, la alometría en el crecimiento, se refiere al crecimiento diferencial de diferentes partes del cuerpo. Un ejemplo en el desarrollo humano en el que se da un crecimiento alométrico ya que los brazos y piernas crecen a una tasa más alta que la nariz o la cabeza, por lo que las proporciones de un niño son muy diferentes a las de un adulto.

Si un adulto tuviese las proporciones de un niño, lo veríamos deforme.



Leyes de escalas

Las relaciones alométricas son de la forma: $Y = ax^b$ lo que implica

$$\text{Log}(Y) = \log(a) + b.\log(x)$$

Si "b" (**exponente alométrico**) es 1 cuando se relacionan longitudes con longitudes, o superficies con superficies, o bien volúmenes (masas) con volúmenes (masas), los cuerpos poseen similitud geométrica (o se dice que los cuerpos son isométricos).

Pero si relacionamos longitudes con volúmenes esperamos un exponente alométrico de 1/3, y si relacionamos una superficie con un volumen esperamos uno de 2/3.

Cualquier exponente mayor al esperado según la isometría, se considera alometría positiva, es decir, hay un crecimiento desproporcionadamente alto de la variable.

Mientras que si el exponente alométrico es menor al esperado, decimos que hay una alometría negativa, es decir, hay un crecimiento desproporcionadamente bajo de la variable. En el caso de las alometrías, uno observa un cambio de forma, cosa que no sucede en los cuerpos isométricos.

Ejercicio 1.18- 1er. Parcial 2023

18- Primer parcial 2023- A- Considere dos animales de idéntica forma, es decir que son semejantes, pero uno de ellos es cuatro veces más alto que el otro (un ejemplo aproximado podría ser un gato de unos 25 cm de altura en la cruz y un tigre con una altura de 1,0 m en la cruz). ¿El más grande cuántas veces más masa tiene que el más pequeño?

a) 4 veces b) 16 veces c) 64 veces d) 40 veces e) 72 veces

Factor de escala k: $k = h'/h = 100 \text{ cm} / 25 \text{ cm} = 4{,}0$

La masa es proporcional al volumen y la relación entre volúmenes varía con k^3.

$m'/m = k^3 = 4{,}0^3 = 64$

Ejercicio 1.18- 1er. Parcial 2023

B- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones respecto a la fuerza relativa (es decir cuánta fuerza tienen en comparación con su masa corporal) de los dos animales anteriores es **la correcta**?

a) El más chico tiene más fuerza relativa que el más grande.

b) Ambos tienen la misma fuerza relativa porque sus formas son iguales.

c) La fuerza relativa del más grande es 4 veces mayor que la del más chico.

d) La fuerza relativa del más chico es 8 veces menor que la del más grande.

e) El más chico tiene una fuerza relativa 72 veces menor que el más grande.

Ejercicio 1.20- 1er. Parcial 2024

1.A- Al nacer, el elefante africano de la sabana (mayor mamífero terrestre de la actualidad) mide unos 90,0 cm de altura y pesa unos 980 N. En su estado adulto, este elefante puede alcanzar los 4,00 m de altura. Si consideramos al elefante joven y al elefante adulto de formas semejantes: ¿cuál sería la masa del elefante adulto?

a) $8,60\times10^4$ kg
b) $6,20\times10^3$ kg
c) $4,40\times10^2$ kg
d) $\boxed{8,78\times10^3 \text{ kg}}$
e) 22,5 kg
f) $4,36\times10^3$ kg

El factor de escala vale: $k = 400/\ 90,0 = 4,444$

La relación de masas y pesos es proporcional a los volúmenes, por tanto a k^3.

El peso del elefante adulto será entonces: $W' = k^3 W = 86.036$ N

Por tanto la masa del elefante adulto será: $M' = W'/9,80 = 8.779$ N