

Avalanchas en una pila de arena: análisis por video

Geofísica de medios granulares

Dinámica de avalanchas, ángulo de reposo y criticalidad auto-organizada



Pila de arena en un contenedor transparente con regla de calibración.

OBJETIVO

Estudiar la dinámica de avalanchas en una pila de arena mediante análisis de video. Se busca medir la evolución temporal del **ángulo de la superficie** y la **altura del ápice** de la pila, identificar eventos de avalancha, y caracterizar la distribución estadística de sus tamaños. El experimento conecta con los conceptos de ángulo de reposo, criticalidad auto-organizada (SOC) y la ley de Gutenberg-Richter para terremotos.

CONTEXTO FÍSICO

Ángulo de reposo y avalanchas

Cuando se depositan granos sobre una superficie, se forma una pila cuya pendiente crece hasta alcanzar un ángulo máximo de estabilidad θ_m (ángulo de reposo). Si se supera este ángulo, se desencadena una avalancha que redistribuye material hasta alcanzar un ángulo menor θ_r . La diferencia $\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$ (típicamente 2° – 5°) controla el régimen de avalanchas: si $\Delta\theta$ es grande, las avalanchas son intermitentes y de gran tamaño; si es pequeño, son frecuentes y pequeñas.

Este ciclo de carga lenta (deposición de granos \rightarrow aumento de pendiente) seguido de descarga rápida (avalancha \rightarrow reducción de pendiente) es un ejemplo de dinámica **stick-slip**, análoga al ciclo sísmico en fallas geológicas.

Criticalidad auto-organizada (SOC)

Bak, Tang y Wiesenfeld (1987) propusieron que ciertos sistemas dinámicos evolucionan espontáneamente hacia un estado crítico donde los eventos (avalanchas) no tienen una escala característica: su distribución de tamaños sigue una ley de potencia $P(s) \sim s^{-\tau}$. La pila de arena fue el ejemplo paradigmático de SOC.

Experimentalmente, Frette et al. (1996) demostraron que la forma del grano importa: granos elongados (arroz) exhiben verdadera SOC con distribuciones de ley de potencia, mientras que granos esféricos (arena,

esferas de vidrio) muestran un comportamiento más regular, con una escala característica en la distribución de avalanchas. Aegerter, Günther y Wijngaarden (2003) confirmaron SOC en pilas 3D de arroz, determinando exponentes críticos ($\tau = 1.21$ para la distribución de tamaños, exponente de rugosidad $\alpha = 0.41$) y verificando relaciones de escaleo universales.

Conexión con terremotos

La analogía entre la pila de arena y la sismología es directa. La deposición continua de granos juega el rol del movimiento tectónico de placas: ambos son procesos lentos que van cargando el sistema. En la pila, esta carga se manifiesta como un aumento progresivo de la pendiente; en una falla geológica, como acumulación de esfuerzo de corte. El ángulo máximo de estabilidad θ_m es análogo al umbral de resistencia al corte de la falla (criterio de Coulomb): cuando se supera, se produce la ruptura. La avalancha corresponde al terremoto, y la caída de ángulo $\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$ es el equivalente de la caída de esfuerzo (*stress drop*) durante la ruptura sísmica.

Finalmente, la distribución de tamaños de avalancha $P(s) \sim s^{-\tau}$ tiene su contraparte en la ley de Gutenberg-Richter, que establece que el número de terremotos con magnitud $\geq M$ decrece como $\log_{10} N = a - bM$, con $b \approx 1$. Ambas son leyes de potencia que reflejan la ausencia de una escala característica en el sistema. Determinar si la distribución de avalanchas en la pila sigue este tipo de comportamiento es uno de los objetivos del experimento.

DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO

El experimento consiste en filmar la formación de una pila de arena dentro de un contenedor transparente. Se vierte arena lentamente con un embudo desde un punto fijo por encima del contenedor, mientras una cámara (fija, de frente a la pared transparente) registra la evolución de la pila. Una regla graduada adherida al contenedor permite calibrar la escala espacial. Es importante mantener una iluminación uniforme, un fondo contrastante y que la cámara no se mueva durante la filmación. La grabación debe ser suficientemente larga (al menos 1–2 minutos) para capturar múltiples avalanchas. Si se desea explorar el efecto de la forma del grano, se puede repetir el experimento con distintos materiales (arena, arroz, sal gruesa, lentejas).

ANÁLISIS DE VIDEO

El objetivo del análisis es extraer información cuantitativa de la secuencia de video frame por frame. A continuación se describen los pasos generales y algunas pistas para la implementación. Se recomienda usar MATLAB u Octave.

Paso 1: Lectura del video y preprocesamiento

Leer el video frame por frame. Convertir cada frame a escala de grises. Recortar una región de interés (ROI) que contenga solo la ladera de la pila que se desea analizar, excluyendo el embudo, la mano y los bordes del contenedor.

Pista: La función `VideoReader` de MATLAB permite leer videos frame por frame. `rgb2gray` convierte a escala de grises.

Paso 2: Detección del borde de la arena

Para cada frame, identificar la interfaz arena-aire (el borde superior de la pila). Esto puede hacerse binarizando la imagen (separar arena del fondo) y detectando bordes, o bien buscando el primer cambio brusco de intensidad en cada columna de la imagen.

Pista: Explorar `imbinarize` con método `'adaptive'` para umbrales robustos, `bwareaopen` para limpiar ruido, y `edge` con método `'canny'` para detección de bordes.

Paso 3: Medición del ángulo de la superficie

Una vez obtenidas las coordenadas del borde, ajustar una recta a los puntos del perfil. La pendiente de la recta da el ángulo de la superficie respecto a la horizontal. Registrar este ángulo para cada frame.

Pista: `polyfit(x, y, 1)` ajusta una recta. El ángulo es $\theta = \arctan(\text{pendiente})$. Pensar: ¿conviene ajustar toda la ladera con una sola recta, o sería mejor analizar tramos por separado?

Paso 4: Medición de la altura de la pila

En una columna fija de la imagen (por ejemplo, sobre el pico de la pila), determinar la posición del borde superior de la arena en cada frame. Usar la regla visible en el video para convertir píxeles a milímetros.

Pista: Seleccionar dos puntos de la regla con `ginput` para obtener la escala. Para encontrar el borde: binarizar una columna angosta y buscar el primer cambio brusco con `diff`.

Paso 5: Detección de avalanchas

Identificar los momentos en que ocurren avalanchas. Una avalancha se manifiesta como una caída abrupta del ángulo y/o de la altura. Se puede detectar calculando la derivada temporal de la señal suavizada y aplicando un umbral.

Pista: Suavizar con `smoothdata(..., 'movmean', N)`, derivar con `diff`, y detectar cruces de umbral. ¿Qué umbral elegir? Pensar en función de la desviación estándar del ruido de fondo.

Paso 6: Estadística de avalanchas

Para cada evento de avalancha, medir su magnitud (caída de ángulo $\Delta\theta$ o caída de altura Δh). Construir el histograma de magnitudes y graficarlo en escala log-log para ver si se aproxima a una ley de potencia.

Pista: `histogram(..., 'Normalization', 'pdf')` da la densidad de probabilidad. Usar `set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log')` para escala log-log. ¿Cuántos eventos se necesitan para que la estadística sea confiable?

PREGUNTAS PARA LA DISCUSIÓN

1. Graficar $\theta(t)$ y $h(t)$. ¿Se observa el patrón de stick-slip (carga lenta + descarga abrupta)? Describir cualitativamente.
2. ¿Cuál es el ángulo máximo de estabilidad θ_m y el ángulo post-avalancha θ_r ? ¿Cuánto vale la diferencia $\Delta\theta = \theta_m - \theta_r$? Comparar con los valores del Experimento 1.
3. ¿Las caídas de ángulo y de altura ocurren al mismo tiempo? ¿Siempre? ¿Por qué podría haber diferencias?
4. ¿El ángulo de la superficie es uniforme a lo largo de toda la ladera, o varía entre la zona cercana al ápice y la zona cercana a la base? ¿Qué implica esto sobre dónde se inician las avalanchas?
5. Construir la distribución de tamaños de avalancha. ¿Se aproxima a una ley de potencia? Si no, ¿cuál es la forma de la distribución? Comparar con los resultados de Frette et al. (1996) para arena vs arroz.
6. ¿Cómo cambian los resultados si se usa un material granular diferente (arroz, lentejas, sal)? ¿Por qué la forma del grano importa?
7. Discutir la analogía con el ciclo sísmico. ¿En qué sentido la pila de arena es un modelo de una falla geológica? ¿Cuáles son las limitaciones de esta analogía?

RESULTADOS ESPERADOS

A modo de guía, los resultados típicos con arena fina son:

- Ángulo de reposo: $\theta_m \approx 35^\circ\text{--}45^\circ$, con $\Delta\theta \approx 3^\circ\text{--}8^\circ$ por avalancha.
- La señal $\theta(t)$ muestra un patrón de stick-slip claro: mesetas seguidas de caídas abruptas.
- Correlación entre caídas de θ y caídas de h , pero no siempre simultáneas (algunas avalanchas redistribuyen material lateralmente sin reducir la altura del ápice).
- La distribución de tamaños con arena tiende a ser asimétrica con una escala característica (muchas avalanchas pequeñas, pocas grandes), pero no una ley de potencia pura. Con arroz, la distribución se aproxima más a una ley de potencia.
- La zona cercana al ápice suele ser más empinada que la base, especialmente justo antes de una avalancha.

REFERENCIAS

- [1] P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld, *Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise*, Phys. Rev. Lett. **59**, 381 (1987).
- [2] V. Frette, K. Christensen, A. Malthe-Sørensen, J. Feder, T. Jøssang, P. Meakin, *Avalanche dynamics in a pile of rice*, Nature **379**, 49–52 (1996).
- [3] C. M. Aegerter, R. Günther, R. J. Wijngaarden, *Avalanche dynamics, surface roughening, and self-organized criticality: Experiments on a three-dimensional pile of rice*, Phys. Rev. E **67**, 051306 (2003).
- [4] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, R. P. Behringer, *Granular solids, liquids, and gases*, Rev. Mod. Phys. **68**, 1259 (1996).
- [5] J. Duran, *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials*, Springer (2000). Cap. 4.