FÍSICA DE RADIACIONES I 2025
HOJA 3

1. Determine la energía cinética que tiene que tener una partícula alfa para que la distancia de mayor aproximación a un núcleo de oro sea igual que el radio nuclear ($R = 1{,}2 \cdot A^{1/3}$ fm).

2. A partir de la fórmula de Bohr, halle la diferencia de energía $E(n_1 \to n_2) = E_{n1} - E_{n2}$ y muestre que:
   a) $E(4 \to 2) = E(4 \to 3) + E(3 \to 2)$
   b) $E(4 \to 1) = E(4 \to 2) + E(2 \to 1)$

3. Sea un átomo en el que se sustituye el electrón por un muon ($m_\mu = 207 m_e$). Determine el radio del primer orbital de Bohr de un átomo de plomo muónico. Compare con el radio nuclear ($R = 1{,}2 \cdot A^{1/3}$ fm).

4. Determine qué átomo muónico tendría su órbita *n = 1* justo en la superficie nuclear. Tome $Z = A/2$ y $R = 1{,}2 \cdot A^{1/3}$ fm.

5. Calcule las longitudes de onda de las cuatro primeras líneas de la serie de Lyman del positronio a partir del modelo de Bohr.

6. a) Muestre que la energía $E_n$del positronio viene dada por $E_n = -\alpha^2 m_e\, c^2/4\, n^2$, donde$n$ es el número cuántico principal y α es la constante de estructura fina.
   b) Muestre que los radios son el doble de los radios correspondientes del átomo de hidrógeno.
   c) Muestre que las transiciones de energía se reducen a la mitad con respecto a las transiciones en el átomo de hidrógeno.

7. El deuterón es un sistema no ligado de un neutrón y un protón, cada uno de masa M. Suponiendo que el sistema puede describirse mediante un pozo cuadrado de profundidad *V₀* y ancho *L*, demuestre que una buena aproximación es

$$V_0 L^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{\hbar^2}{M}$$

8. Demostrar que el valor esperado de la energía potencial del deuterón descrito por un pozo cuadrado de profundidad *V₀* y ancho *L* viene dado por

$$\langle V \rangle = -V_0 A^2 \left[\frac{L}{2} - \frac{sen 2kL}{4k}\right],$$

   donde *A* es una constante.

9. Suponiendo que la función de onda radial $U(r) = r\psi(r) = Ce^{-kr}$ es válida para el deuterón en $r \in [0, \infty)$, encuentre la constante de normalización C. Si k = 0,232 fm^{-1}, halle la probabilidad de que la separación neutrón-protón en el deuterón sea mayor a 2 fm. Encuentre también la distancia media de interacción para esta función de onda.

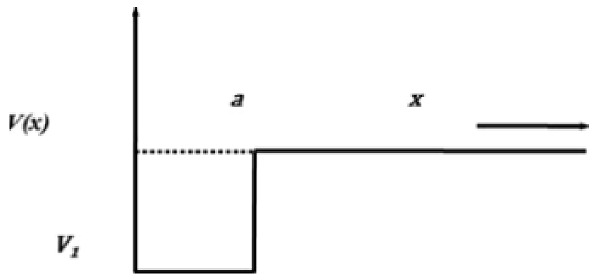
10. La pequeña energía de enlace del deuterón (2,2 MeV) hace que el máximo de $U(r)$ se encuentre justo en el rango L del pozo. A partir de este hecho deduzca el valor de V_0 si L es aproximadamente 1,5 fm.

11. Dado que la función de onda normalizada $\psi = \frac{1}{r}\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 e^{-\alpha r}$, 1/α = 4,3 fm, es una aproximación útil para describir el estado fundamental del deuterón, encuentre la separación cuadrática media del neutrón y el protón en este núcleo.

12. Demuestre que, para el deuterón, el neutrón y el protón permanecen fuera del alcance de las fuerzas nucleares durante el 70% del tiempo. Asuma que la energía de enlace del deuterón es 2,2 MeV.

13. Demuestre que no son posibles los estados excitados para el deuterón.

14. El pozo cuadrado unidimensional que se muestra en el esquema se extiende hasta el infinito en x = 0 y tiene un ancho a y profundidad V_1. Deduzca la condición para que una partícula sin espín de masa m tenga (a) un solo estado ligado y (b) solo dos estados ligados en el pozo. Esbozar la función de onda de estos dos estados dentro y fuera del pozo y dar sus expresiones analíticas.



15. Una partícula de masa m está atrapada en una esfera hueca de radio R con paredes impenetrables. Obtenga una expresión para la fuerza ejercida sobre las paredes de la esfera por la partícula en el estado fundamental.

16. A partir de la ecuación de Schrödinger encuentre el número de estados ligados para una partícula de masa 2.200 veces la masa del electrón en un pozo de potencial cuadrado de profundidad 70 MeV y radio 1,42 × 10^{-13} cm.

17. Demuestre que para un oscilador armónico simple en el estado fundamental la probabilidad de encontrar la partícula en la región prohibida clásica es aproximadamente del 16%.

18. Demuestre que (a) la densidad de electrones en el átomo de hidrógeno es máxima en $r = a_0$, donde a_0 es el radio de Bohr, y que (b) el radio medio es $3a_0/2$.

19. Calcule el radio *R* para el cual la probabilidad de encontrar el electrón en el estado fundamental del átomo de hidrógeno es del 50%.

20. Halle los posibles valores de energía de una partícula de masa *m* situada en un pozo de potencial esférico $U(r) = 0$ para $r < r_0$ y $U(r) = \infty$ para $r = r_0$, cuyo movimiento viene descrito por una función de onda $\psi(r)$ que depende solo de *r*. Consejo: al resolver la ecuación de Schrödinger, sustituya $\psi(r) = \chi(r)/r$.

21. Tomando las condiciones del problema anterior, halle:
    a) las funciones propias normalizadas en los estados para los que $\psi(r)$ depende únicamente de *r*;
    b) el valor más probable r_p para el estado base de la partícula y la probabilidad de que esta esté en la región $r < r_p$.

22. Una partícula de masa *m* se encuentra en un pozo de potencial esférico $U(r) = 0$ para $r < r_0$ y $U(r) = U_0$ para $r > r_0$.

    a) Sustituyendo $\psi(r) = \chi(r)/r$, obtenga la ecuación que determina los valores propios de la energía de la partícula para $E < U_o$ cuando su movimiento viene dado por una función de onda que solo depende de *r*. Reduzca esa ecuación a la siguiente forma:

$$sen(kr_0) = \pm kr_0\sqrt{\hbar^2/2\,mr_0^2 U_0}, \text{ donde } k = \sqrt{2mE}/\hbar$$

    b) Calcule el valor de la cantidad $r_0^2 U_0$ en la que aparece el primer nivel.

23. La función de onda de un electrón de un átomo de hidrógeno en el estado base tiene la forma $\psi(r) = Ae^{-r/r_1}$, donde *A* es una constante y r_1 es el primer radio de Bohr. Halle:
    a) la distancia más probable entre el electrón y el núcleo;
    b) el valor medio del módulo de la fuerza de Coulomb que actúa sobre el electrón;
    c) el valor medio de la energía potencial del electrón en el campo del núcleo.