

**Clase de consultas generales en forma  
virtual: jueves de 20:15 a 21:30  
por Zoom (enlace del teórico virtual)**

**ATENCIÓN:** Se recuerda que en el Salón de Actos no se pueden ingerir alimentos ni beber bebidas o tomar mate....

# 04 -MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN



gettyimages  
Bernard Cahier

826757094

# MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Movimiento más sencillo: **cuerpo que viaja en línea recta** (**cinemática unidimensional**).

Trabajaremos con diferentes tipos de cantidades físicas tales como distancia, desplazamiento, rapidez, *velocidad* y *aceleración*.

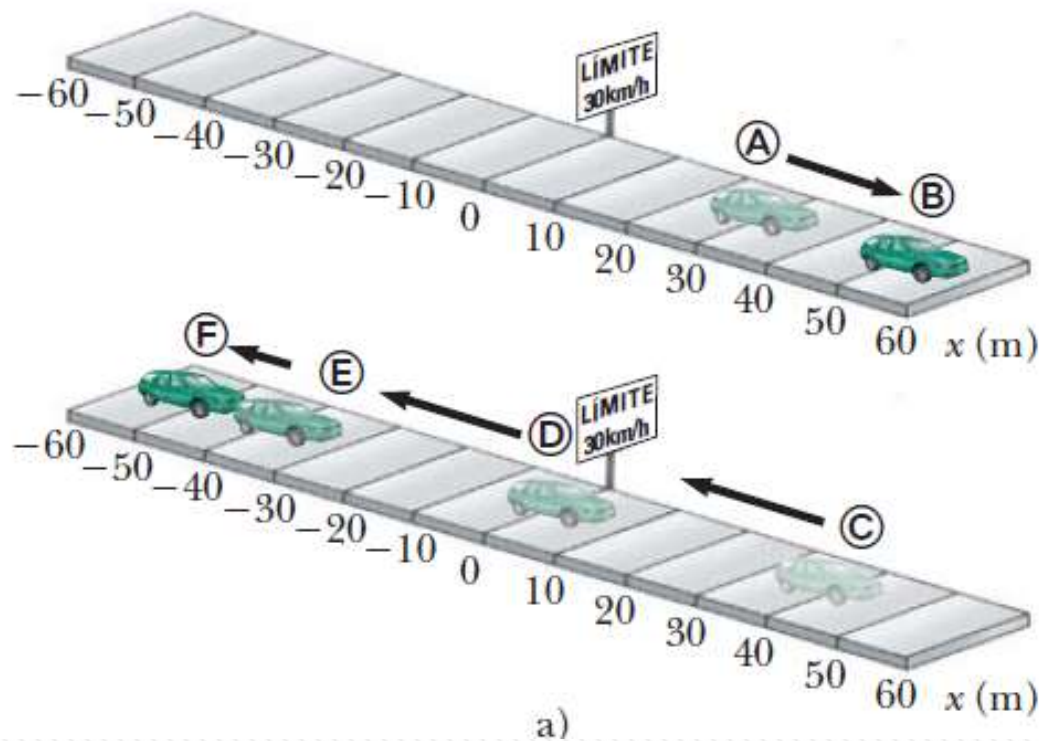
*Algunas de ellas son del tipo **escalar** (distancia, rapidez) las cuales quedan definidas sabiendo sólo su magnitud (su valor numérico y unidad), pero otras son **vectores** (desplazamiento, velocidad, aceleración), que para definir las completamente además de su magnitud debo conocer su dirección y sentido.*

Para describir el movimiento de un objeto, primero debo poder describir su posición: **dónde se encuentra en un instante determinado**.

Debo especificar su posición respecto a un **marco de referencia** conveniente (sistema de coordenadas ortogonales).

Para el caso unidimensional, utilizo un eje, el eje  $x$ , en el donde establezco un origen: el 0.

# POSICIÓN



En un movimiento unidimensional, (sobre una recta) basta establecer un punto como origen y un sentido determinado como positivo, la recta la defino como eje "x".

El automóvil en cierto instante estaba en la posición A ( $x = 30$  m) y luego, en otro instante en la posición B ( $x = 50$  m).

Defino el eje  $x$  en la dirección en que se mueve el móvil.

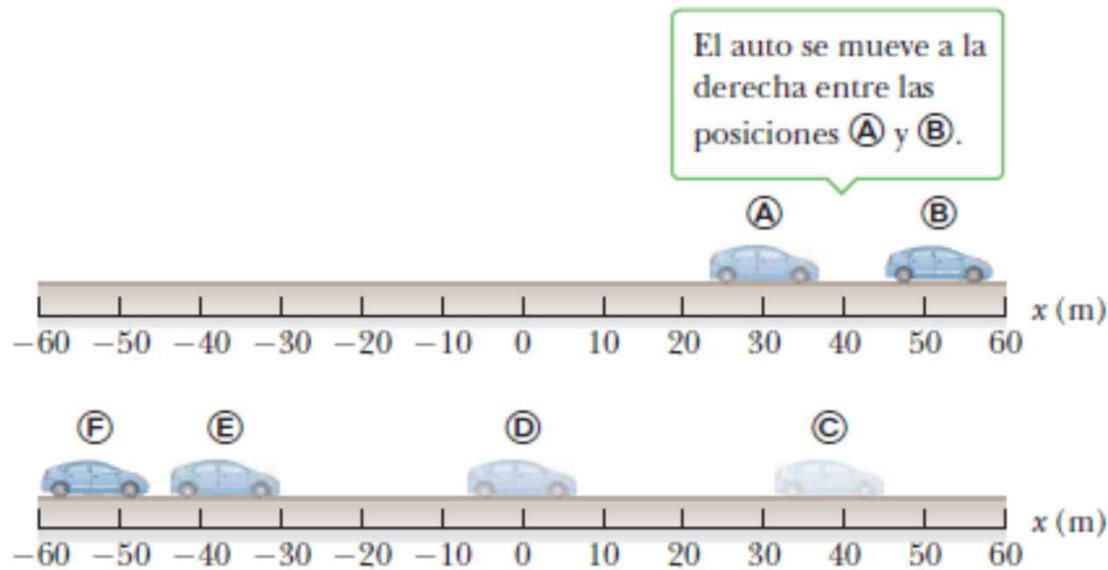
Sus diferentes posiciones las puedo representar como su ubicación en el eje  $x$ , respecto al origen  $0$ .

Al variar el instante considerado (diferentes  $t$ ), la posición cambia, por lo que puedo representar esto como una función de  $x$  que depende el tiempo  $t$ :  $x(t)$ . Esta función se le llama **ley horaria**.

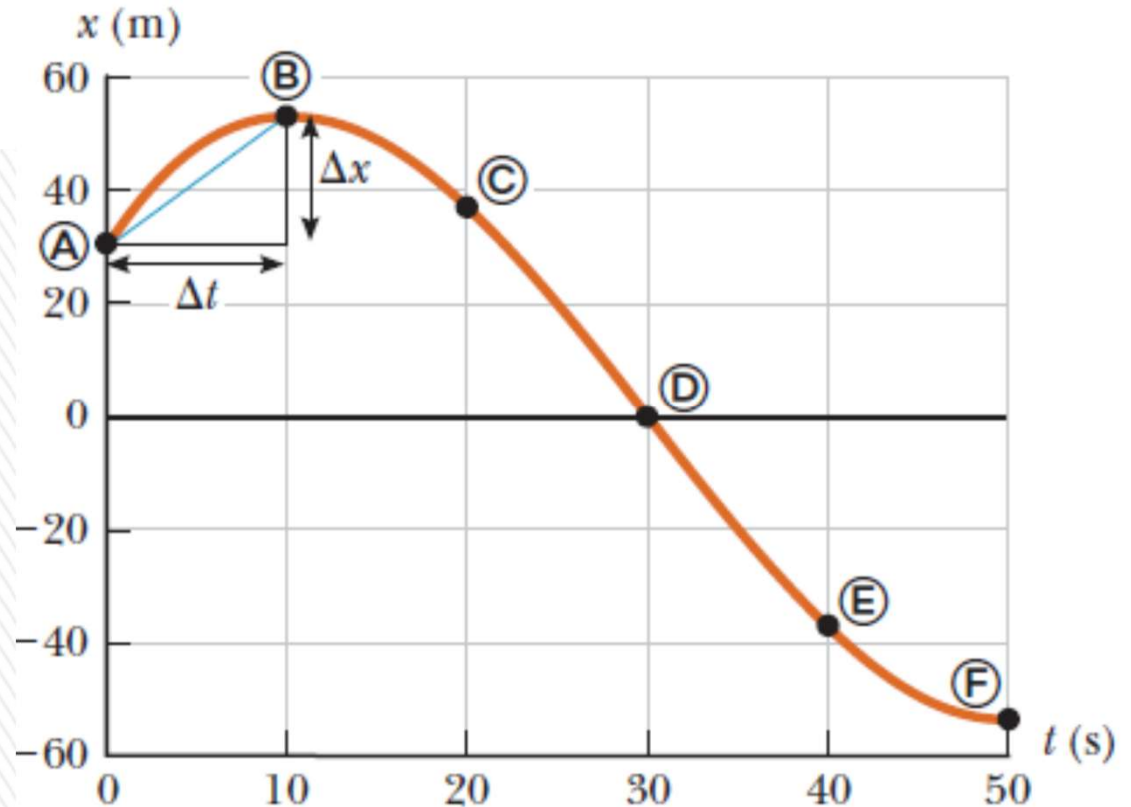


# Posición en función del tiempo

Un automóvil que se desplaza en línea recta hacia adelante y hacia atrás.



Podemos representar gráficamente esta función  $x(t)$  que me da las distintas posiciones (valores de  $x$ ) para los diferentes instantes (valores de  $t$ ).



# Desplazamiento ( $\Delta x$ )

**Desplazamiento  $\Delta x$  de un objeto:** se define como su **cambio de posición, dado por**

$$\Delta x = x_f - x_i$$

$x_i$  posición inicial del auto y  $x_f$  la posición final

Se usa la letra griega delta  $\Delta$ , para indicar un cambio en cualquier cantidad física

$\Delta x$  ("delta equis") es positiva  $x_f > x_i$  y negativa si  $x_f < x_i$ .

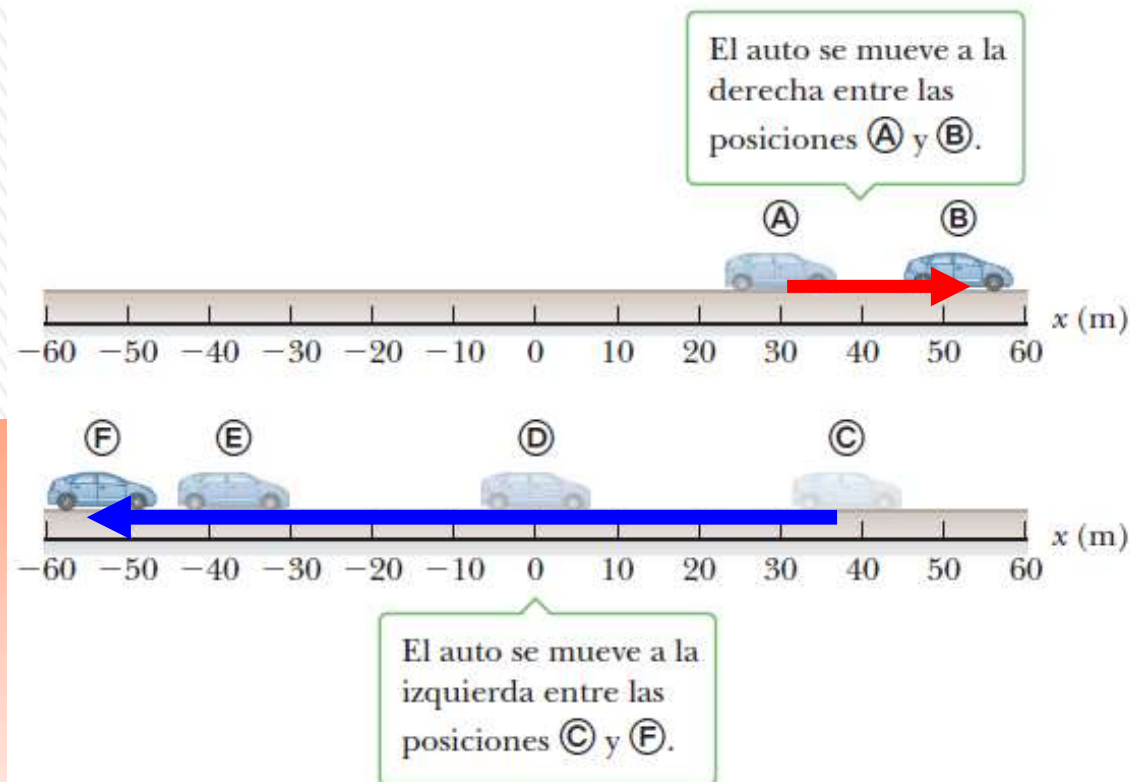
El desplazamiento es una **magnitud vectorial**.

El auto se mueve de A hasta B, posición inicial  $x_i = 30 \text{ m}$  y posición final  $x_f = 52 \text{ m}$ ,  
 $\Delta x = x_f - x_i = 52 \text{ m} - 30 \text{ m} = 22 \text{ m}$ .

El sentido es positivo (de izquierda a derecha) (vector rojo)

Si el auto se mueve desde C hasta F, en tal caso  $x_i = 38 \text{ m}$  y  $x_f = -53 \text{ m}$ , entonces  
 $\Delta x = x_f - x_i = -53 \text{ m} - 38 \text{ m} = -91 \text{ m}$

El sentido negativo (de derecha a izquierda), vector azul.



# Distancia

**Distancia:** *longitud total del trayecto* recorrido al moverse de un lugar a otro.

La distancia es una **cantidad escalar**, sólo tiene magnitud (tamaño o módulo), mientras que el desplazamiento es un vector, tiene además dirección y sentido.

**El desplazamiento de un objeto *no* es lo mismo que la distancia que recorre.**

Si lanzamos una pelota hacia arriba y la vuelvo a atrapar, la pelota recorre una *distancia* igual a dos veces la altura máxima que alcanza, pero su *desplazamiento* es cero



# Rapidez y velocidad media

En física existe una distinción evidente entre rapidez y velocidad: **rapidez** es una cantidad escalar, sólo tiene magnitud, mientras que la **velocidad** es un vector, pues tiene magnitud, dirección y sentido.

**¿Por qué la velocidad es un vector?** Si quiero ir a una ciudad a 70 km de distancia en el tiempo de una hora, no es suficiente conducir con una rapidez de 70 km/h; también necesito viajar en la dirección y sentido correctos.

**Rapidez media o promedio** de un objeto en un intervalo de tiempo determinado es la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total transcurrido

$$\text{Rapidez media} = \frac{\text{distancia total}}{\text{tiempo total}}$$

**Velocidad media o promedio** es una cantidad vectorial, definida como el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo  $\Delta t$  en el que se realiza el mismo:

$$v_m \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Tanto la rapidez como la velocidad media tienen como unidad en el S.I. el m/s

# Interpretación gráfica de la velocidad

## Representación de la ley horaria $x(t)$ .

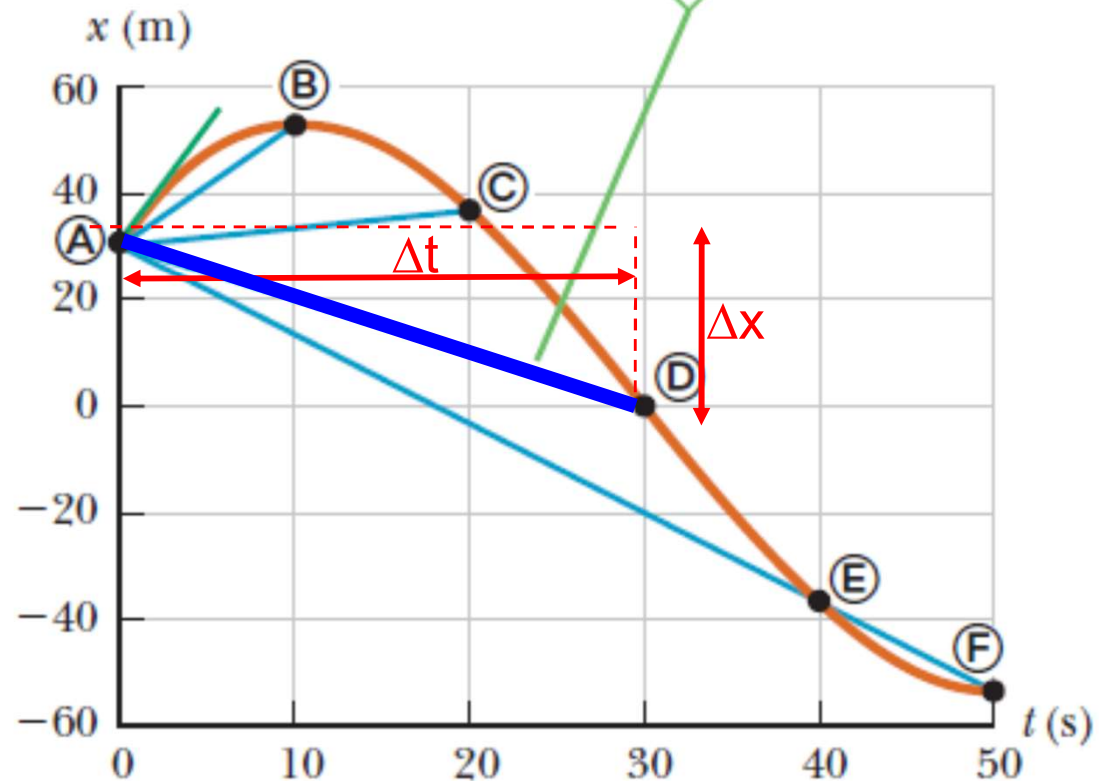
Supongamos que un móvil tiene distintas posiciones A, B, C, D, E y F, en distintos instantes.

La gráfica posición vs. tiempo en general no es una línea recta, salvo que la rapidez se mantenga constante.

Entre dos puntos cualesquiera (A y D) se puede dibujar una línea recta, y la pendiente de esa recta es la velocidad media  $\Delta x / \Delta t$  en ese intervalo de tiempo.

La **velocidad media** de un objeto durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es igual a la **pendiente de la línea recta** que une los puntos inicial y final en una gráfica de la posición del objeto en términos del tiempo.

La velocidad media entre los dos puntos es igual a la pendiente de la línea azul que conecta los puntos.



El cociente entre la variación de ordenadas (en nuestro caso  $\Delta x$ ) y la *variación de abscisas* (en este caso  $\Delta t$ ) se llama **pendiente de la recta**.

Desde el punto de vista geométrico es una medida de la inclinación de la recta, si la pendiente vale cero, la recta es horizontal, a mayor pendiente más se inclina la recta hacia la vertical....

# Velocidad instantánea

Interesa conocer la rapidez, dirección y sentido que el móvil tiene en un cualquier instante dado, esto es su **velocidad instantánea**.

La **velocidad instantánea  $v$**  es igual a la velocidad media cuando el intervalo de tiempo  $\Delta t$  se hace muy pequeño (estrictamente es prácticamente nulo).

Una forma matemática más precisa de definirla es como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo  $\Delta t$  se hace infinitesimalmente pequeño:

$$v \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

El intervalo de tiempo  $\Delta t$  nunca llega a cero; pero se *aproxima* a cero.

En notación de cálculo, este límite se llama *derivada de  $x$  respecto a  $t$* , que se escribe  $dx/dt$  :

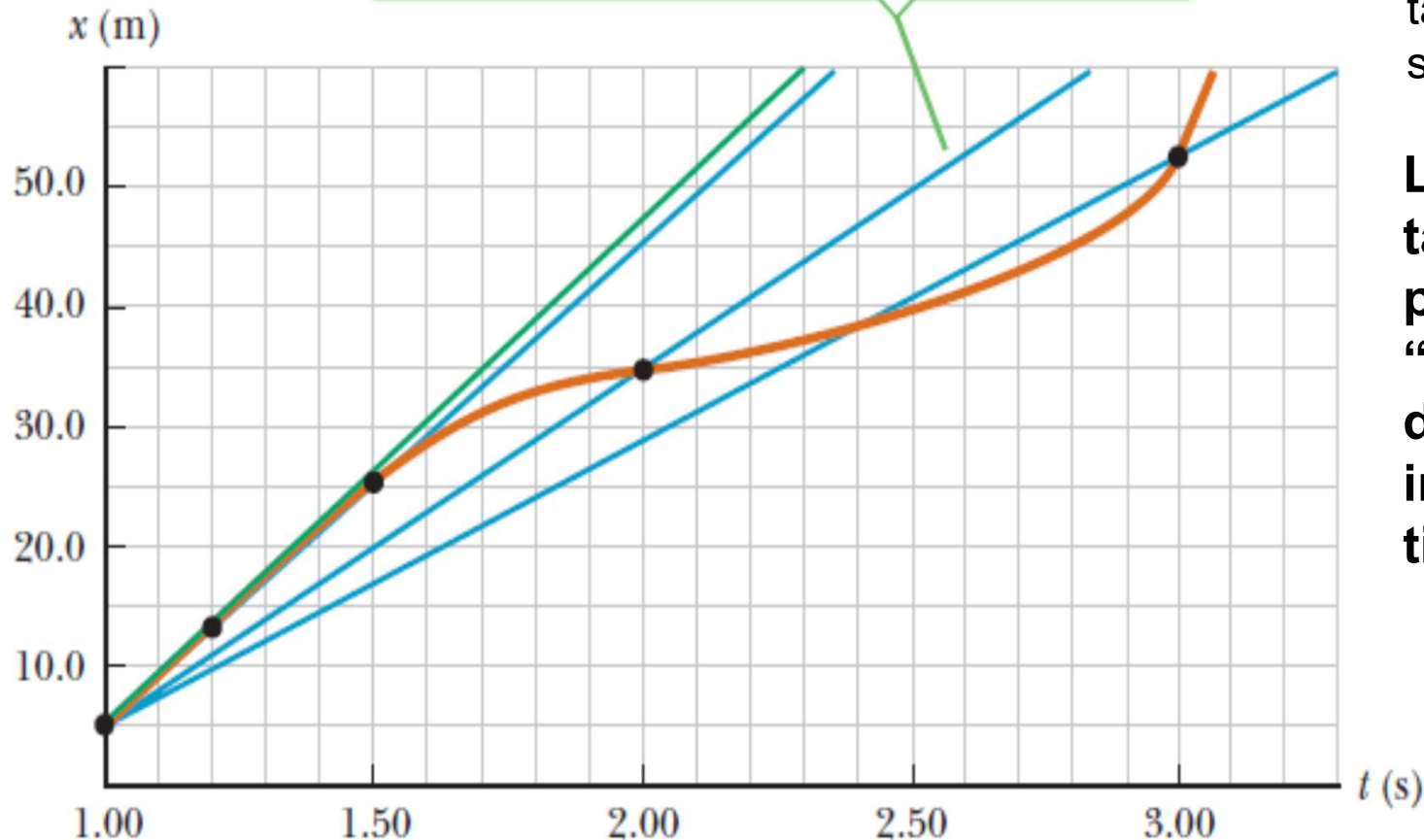
$$v = \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}$$

En física se acostumbra a escribir la derivada de una cierta variable respecto al tiempo, con la notación de colocar un punto sobre la variable.

Matemáticamente esto significa que **la velocidad instantánea es la derivada respecto al tiempo de la ley horaria  $x(t)$** .

# Velocidad instantánea

La pendiente de la recta azul representa la velocidad promedio que se aproxima a la pendiente de la recta tangente verde.



La figura muestra las cuerdas formadas por las líneas azules gradualmente se aproximan a una recta tangente a medida que el  $\Delta t$  se hace más pequeño.

**La pendiente de la recta tangente a la curva posición vs. tiempo en un “tiempo determinado” se define como la velocidad instantánea en ese tiempo.**

La **rapidez instantánea** de un objeto, que es una cantidad escalar, se define como la **magnitud de la velocidad instantánea**.



# Aceleración

Un móvil difícilmente viaja distancias considerables con velocidad constante.  
El cambio de velocidad de un objeto al transcurrir el tiempo se le conoce como **aceleración**

## Aceleración media

Un móvil se mueve a lo largo de una ruta recta, en el instante  $t_i$  tiene una velocidad de  $v_i$  y en el momento  $t_f$  su velocidad es  $v_f$ .

$$\Delta v = v_f - v_i \quad \text{y} \quad \Delta t = t_f - t_i$$

La **aceleración media**  $a_m$  durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es el cambio en la velocidad  $\Delta v$  dividida entre  $\Delta t$ :

$$a_m \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Unidades SI: metros por segundo por segundo (m/s<sup>2</sup>)

Para un movimiento rectilíneo, el sentido de la velocidad de un objeto y el sentido de su aceleración se relacionan como sigue:

- si la velocidad y aceleración tienen el mismo sentido, la rapidez se incrementa con el tiempo (aumenta su magnitud).
- si la velocidad y la aceleración tienen sentidos opuestos, la rapidez disminuye con el tiempo (disminuye su magnitud).

# Aceleración instantánea

Como la aceleración media puede variar en intervalos de tiempo diferentes, debemos definir la **aceleración instantánea**, en forma similar a la velocidad instantánea.

**Aceleración instantánea ( $a$ )** es el límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo  $\Delta t$  tiende a cero:

$$a \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Usamos el término *aceleración* para referirnos a “aceleración instantánea”.

La aceleración instantánea es el límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero, este representa una derivada .

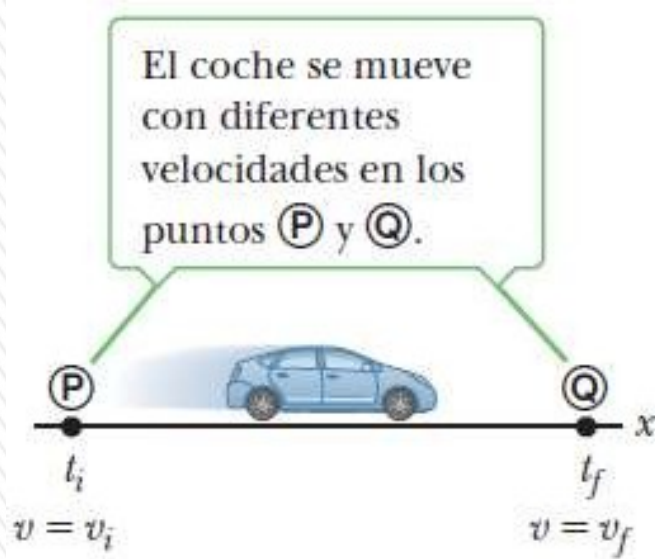
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

**Es decir que la aceleración instantánea es la derivada respecto al tiempo de la velocidad instantánea  $v(t)$ .**

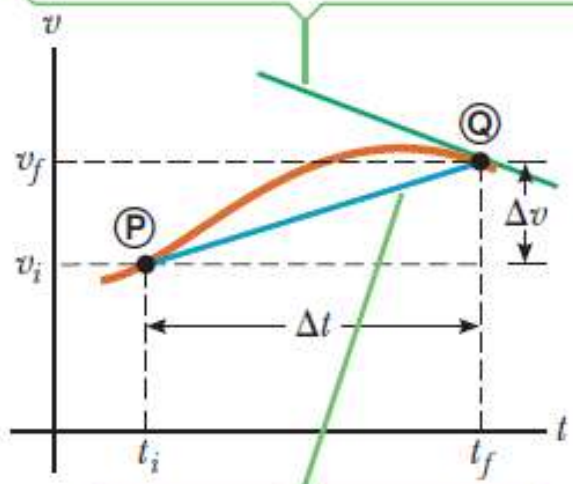
Así como  $v(t)$  es la derivada de la ley horaria  $x(t)$  respecto al tiempo, la aceleración instantánea es la derivada de  $v(t)$  respecto al tiempo, entonces es la derivada segunda de  $x$  respecto a  $t$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

# Aceleración instantánea



La pendiente de la recta verde es la aceleración instantánea del coche en el punto Q



La pendiente de la recta de conexión azul P y Q es el promedio la aceleración del coche durante el intervalo de tiempo  $\Delta t = t_f - t_i$

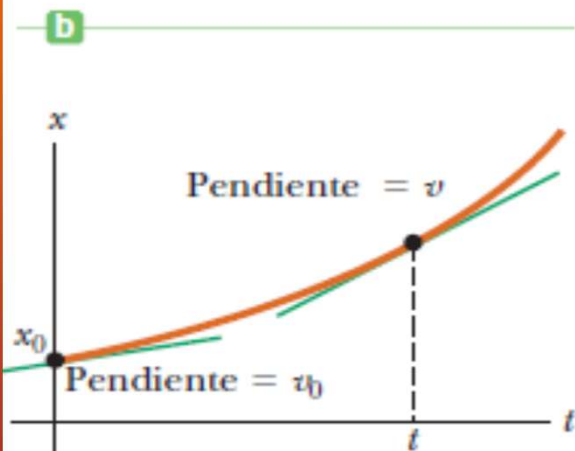
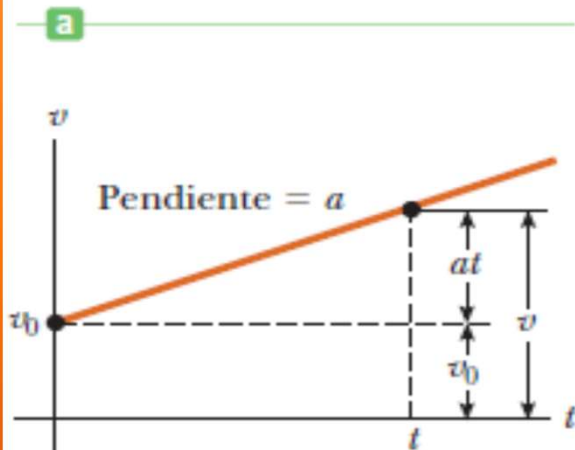
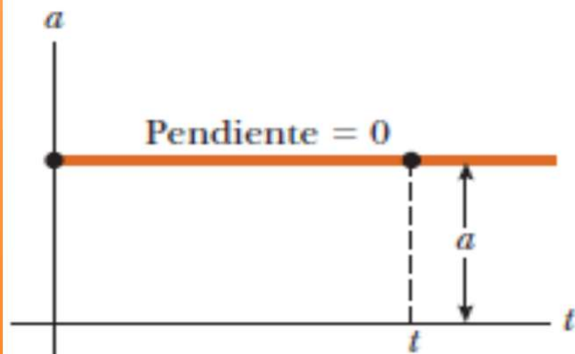
Gráfica de **velocidad vs. tiempo**, traza la velocidad de un objeto en términos del tiempo.

La **aceleración media** del móvil entre los tiempos  $t_i$  y  $t_f$  se puede hallar mediante la determinación de la pendiente de la recta que une los puntos P y Q. Si pensamos que el punto P se acerca más y más al punto Q, la recta se aproxima cada vez más y se convierte en tangente en Q.

La **aceleración (instantánea) de un objeto en un tiempo determinado es igual a la pendiente de la recta tangente a la gráfica velocidad vs. tiempo en ese tiempo.**

Si la aceleración es constante en un movimiento rectilíneo, la gráfica velocidad vs. tiempo del movimiento es una línea recta y la aceleración instantánea es igual a su aceleración media.

# Movimiento en una dimensión con aceleración constante



La gráfica de aceleración en función del tiempo para este caso se muestra en la figura a, y tenemos que la aceleración instantánea es igual a la aceleración media:  $a = a_m$

La gráfica de la velocidad (instantánea)  $v$  en términos de  $t$  es una línea recta con pendientes ya sea positiva, cero, o bien, negativa (figura b).

La velocidad  $v(t)$  para un instante cualquiera está dada por:

$$v = v_0 + at$$

$v_0$  es la velocidad inicial

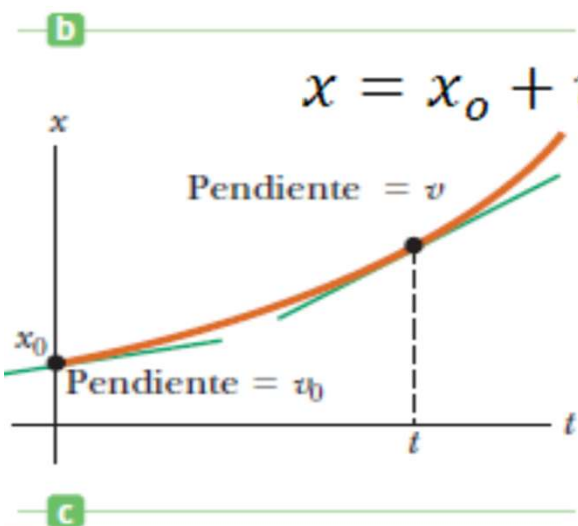
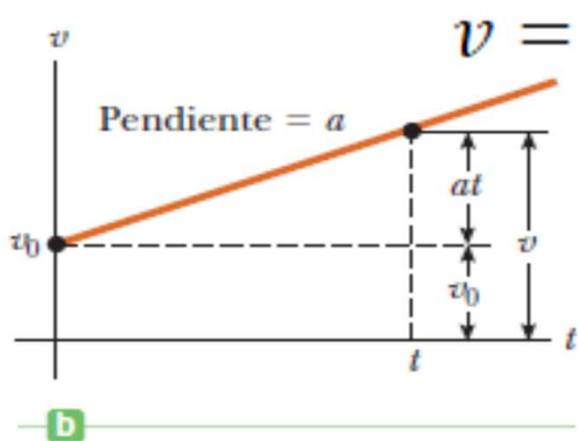
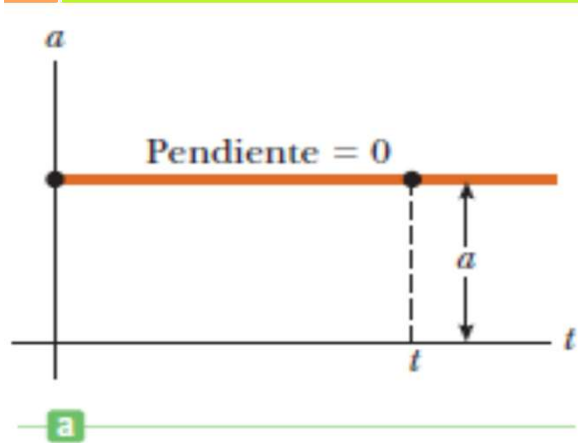
$a$  es la aceleración, y puede ser positiva (si tiene el mismo sentido que  $v_0$ ) negativa.

La posición para cualquier instante,  $x(t)$  está dada por:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$x_0$  es la posición inicial,  $v_0$  y  $a$ , la velocidad inicial y la aceleración respectivamente

# Movimiento en una dimensión con aceleración constante



Otra expresión útil es poder expresar el desplazamiento  $\Delta x$  sin que aparezca explícitamente el tiempo, que reordenando se puede escribir como:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

Veamos las representaciones gráficas de la aceleración, la velocidad y la posición en función del tiempo

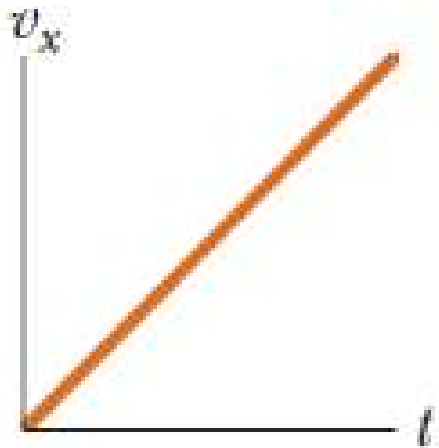
Notar que el área bajo la recta de la figura b es igual al desplazamiento  $\Delta x$  en el intervalo considerado.

Este resultado es general.

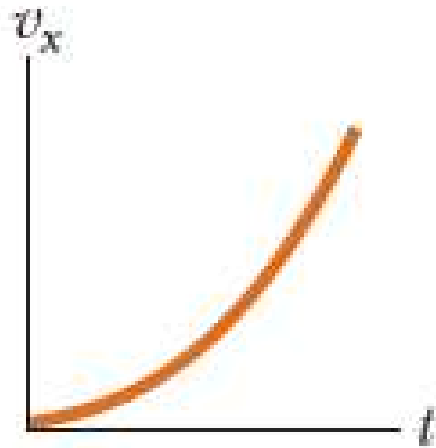
**El área bajo la gráfica  $v$  en términos de  $t$  para cualquier objeto es igual al desplazamiento  $\Delta x$  del objeto.**

# PREGUNTA RÁPIDA

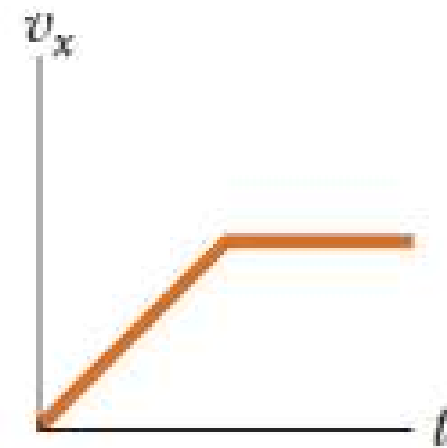
En la figura relacione cada gráfica  $v_x-t$  de la parte superior con la gráfica  $a_x-t$  de la parte inferior que mejor describa el movimiento.



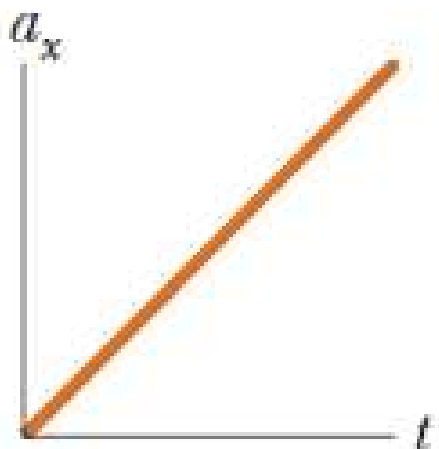
a)



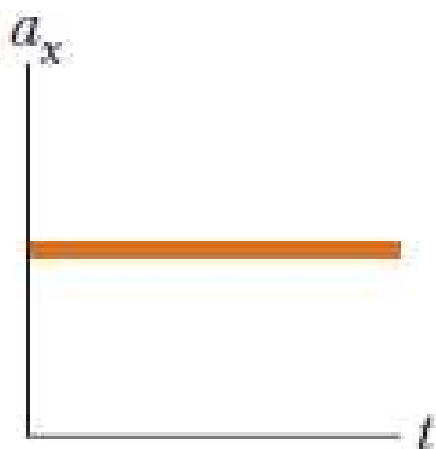
b)



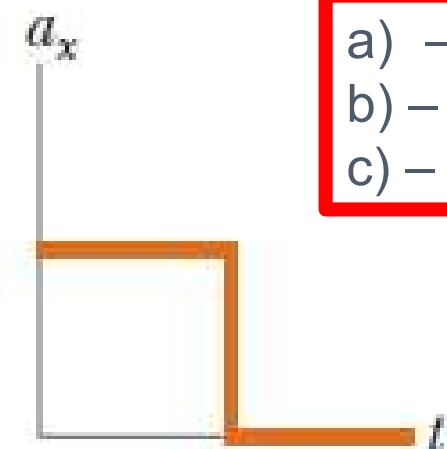
c)



d)



e)

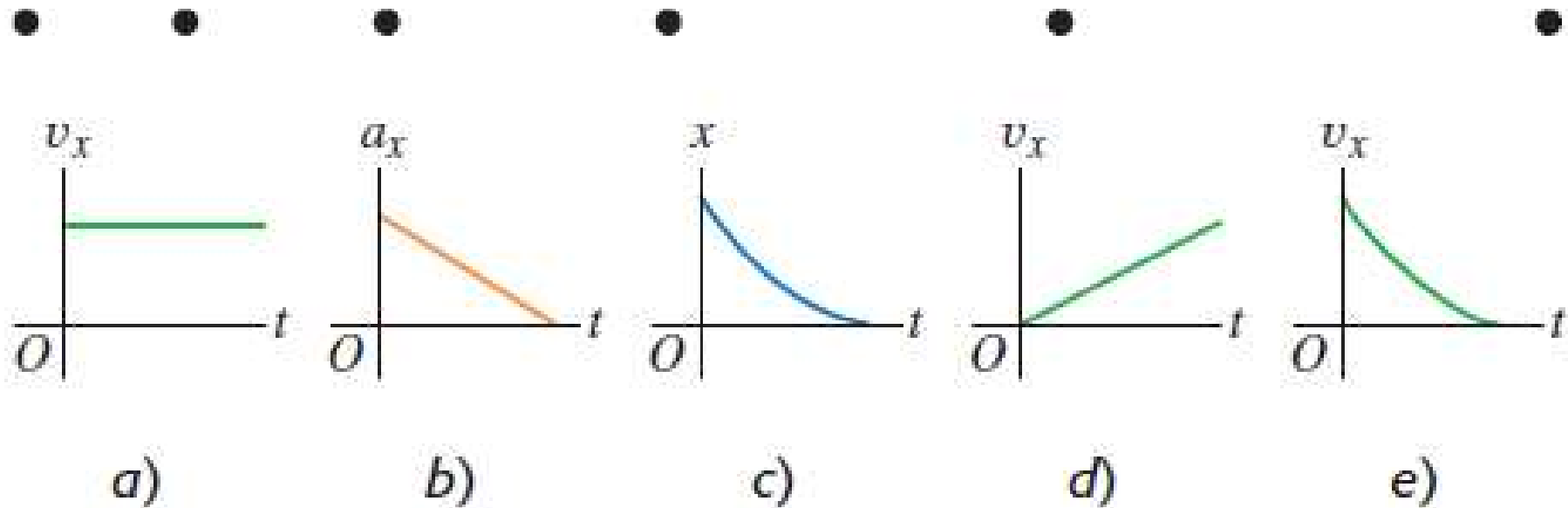


f)

a) - e)  
b) - d)  
c) - f)

# PREGUNTA RÁPIDA

Figura P2.2



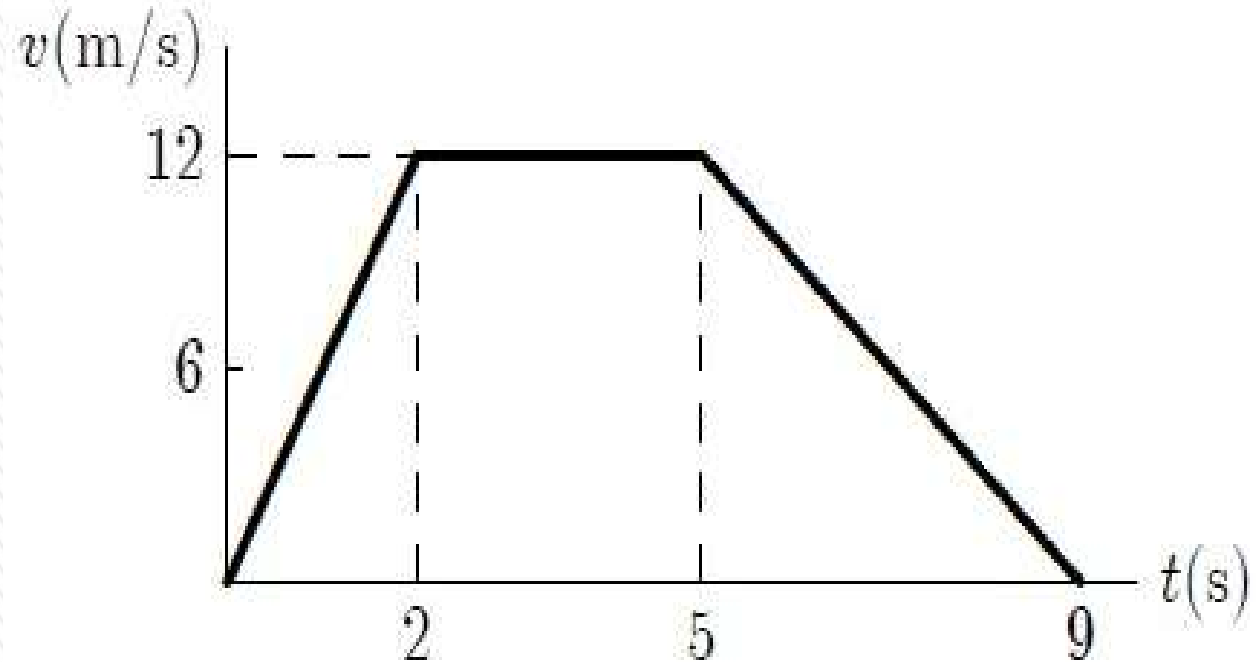
**La parte superior del diagrama en la figura muestra una serie de fotografías de alta rapidez de un insecto que vuela en línea recta de izquierda a derecha (en la dirección  $+x$ ). Se supone que el intervalo de tiempo en que se toman las fotos es siempre el mismo.**  
*¿Cuál de las gráficas de la figura P2.2 es más probable que describa el movimiento del insecto?*

**Respuesta: d).**

## PREGUNTA RÁPIDA

Se representa el movimiento en línea recta de un móvil. ¿Cuánto recorre entre los 2 y 5 segundos?

1. 12 m.
2. 36 m.
3. 60 m.
4. Ninguna de las otras respuestas es correcta.



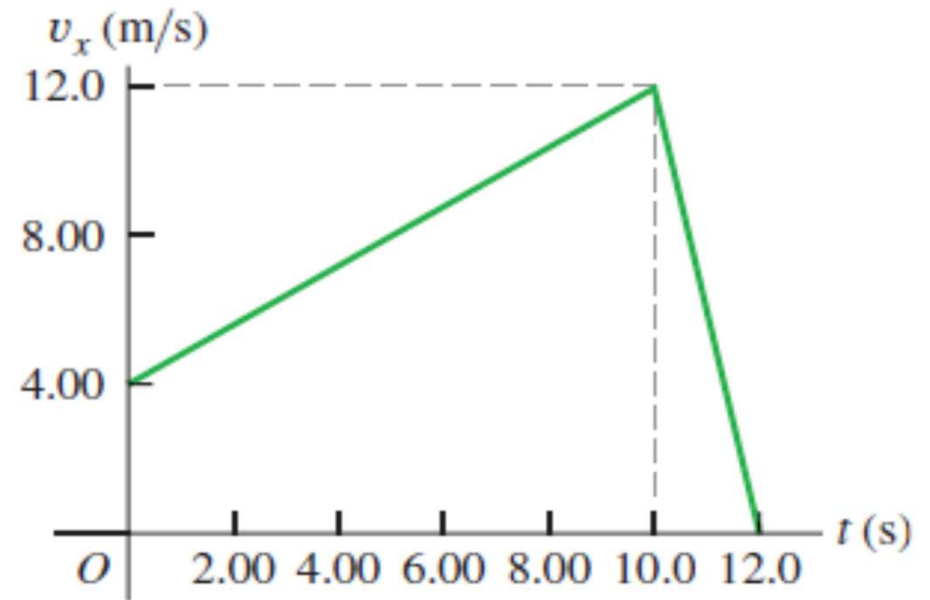
**Respuesta correcta:**  
**2) 36 m.**



## Ejemplo: Ejercicio 2.4

Una gacela corre en línea recta (el eje  $x$ ). En la figura, la gráfica muestra la velocidad de este animal en función del tiempo. Durante los primeros 12,0 s, obtenga:

- la distancia total recorrida y,
- el desplazamiento de la gacela.
- Dibuje una gráfica  $a_x - t$  que muestre la aceleración de la gacela en función del tiempo durante los primeros 12,0 s.



En este caso la distancia total recorrida y el desplazamiento son iguales. La forma más fácil de resolver a) y b) es a través del área bajo la curva de la función  $v(t)$  proyectada sobre el eje horizontal.

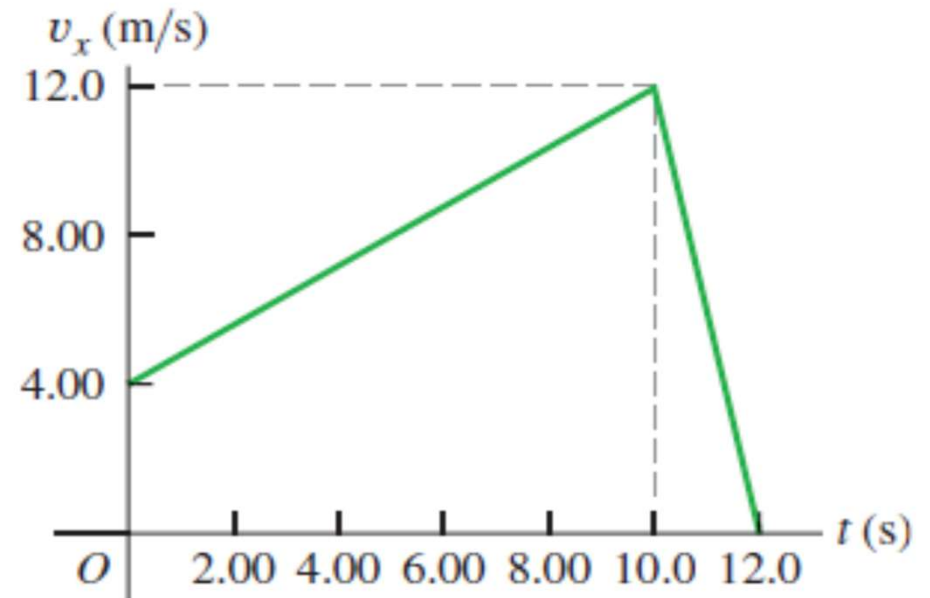
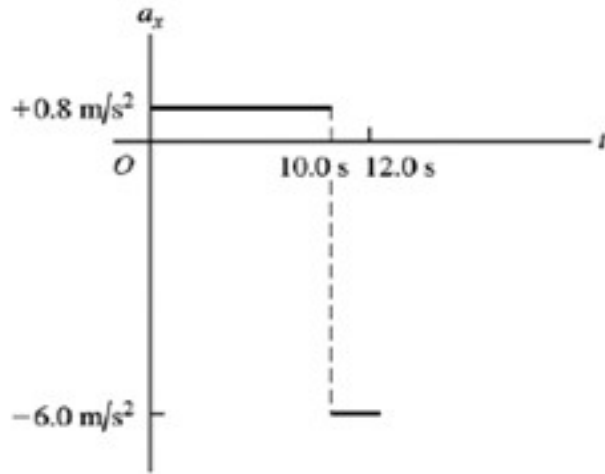
$$d = \Delta x = (4,00 + 12,0) \times (10,0) / 2 + (12,0) \times (12,0 - 10,0) / 2 = 80,0 + 12,0 = 92,0 \text{ m}$$

Veamos otra forma, a través de las ecuaciones de la cinemática.

El movimiento de la gacela lo podemos dividir en dos, uno de 0 a 10,0 s y el otro entre 10,0 y 12,0 s, ambos con aceleración constante.



## Ejemplo: Ejercicio 2.4



Aceleración  $a_1$  entre 0 y 10,0 s:  $a_1 = \frac{v(10,0) - v(0,0)}{10,0 - 0,0} = \frac{12,0 - 4,00}{10,0} = 0,800 \text{ m/s}^2$

Aceleración  $a_2$  entre 10,0 y 12,0 s:  $a_2 = \frac{v(12,0) - v(10,0)}{12,0 - 10,0} = \frac{0,00 - 12,0}{2,0} = -6,00 \text{ m/s}^2$

Desplazamiento entre instante inicial ( $t=0$  s) y  $t = 10,0$  s, la velocidad inicial vale  $v_0 = 4,00$  m/s mientras que la aceleración vale  $a_1 = 0,800$  m/s<sup>2</sup>

$$x(10,0) - x(0,0) = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2 = 4,00 \times 10,0 + \frac{1}{2} (0,800) \times 10^2 = 80,0 \text{ m}$$

Desplazamiento entre  $t = 10,0$  s y  $t = 12,0$  s, la velocidad inicial vale ahora  $v_1 = 12,0$  m/s mientras que la aceleración vale  $a_2 = -6,00$  m/s<sup>2</sup>

$$x(12,0) - x(10,0) = v_1 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 = 12,0 \times 2,0 + \frac{1}{2} (-6,00) \times 2,0^2 = 12,0 \text{ m}$$

Desplazamiento total:  $d = \Delta x = 80,0 + 12,0 = 92,0 \text{ m}$

# OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

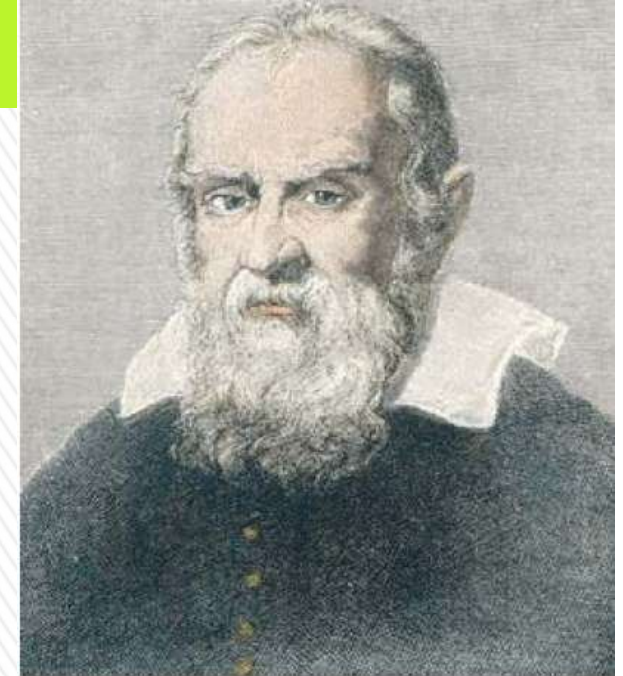
Si despreciamos la resistencia del aire, podemos considerar que todos los objetos caen bajo la influencia de la gravedad a la superficie de la Tierra con la misma aceleración constante.

Según la tradición, Galileo descubrió la **ley de caída libre** de objetos al observar que dos pesas diferentes se dejaban caer de manera simultánea desde la Torre inclinada de Pisa golpeando la superficie de la Tierra aproximadamente en el mismo tiempo.

**Caída libre** caso idealizado de movimiento donde se omite la resistencia del aire y se supone aceleración constante.

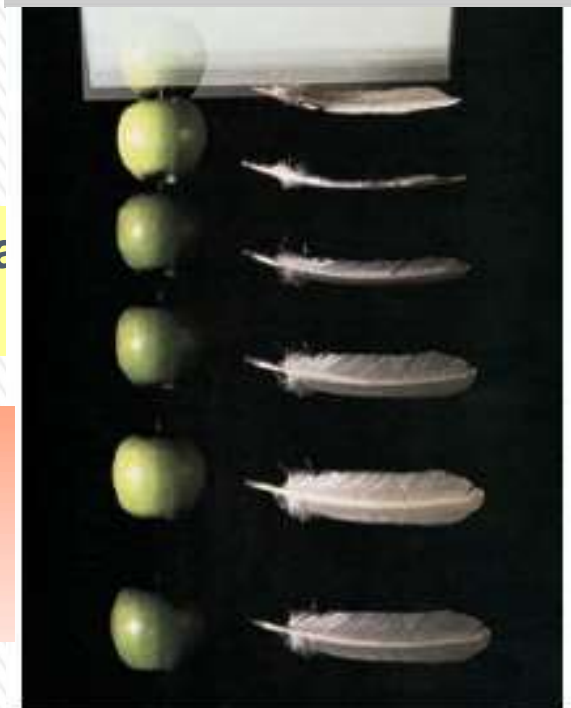
**Apolo XV: Martillo y pluma cayendo al mismo tiempo en la Luna: ver video en EVA “Materiales complementarios”**

En el vacío, la manzana y la pluma, liberadas simultáneamente desde el reposo, cae con idéntico movimiento



**Galileo Galilei**

Físico y astrónomo italiano  
(1564-1642)



# OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

**Caída libre:** movimiento bajo la influencia sólo de la gravedad, con una **aceleración** de magnitud igual a  **$g$** .

*El valor de  $g$  disminuye con el aumento de la altitud y también varía ligeramente con la latitud.* En la superficie de la Tierra, el valor de  $g$  es *aproximadamente*  $9,80 \text{ m/s}^2$ .

Si se pasa por alto la resistencia del aire y se supone que la aceleración en caída libre no varía con la altitud en una distancia vertical corta, entonces el movimiento de un objeto en caída libre es el mismo que el movimiento en una dimensión bajo **aceleración constante**.

Convencionalmente se define hacia “arriba” como el sentido de  *$y$  positiva*, y se usa a  $y$  como variable de posición.

En este caso sabemos que la aceleración  $g$  siempre va a estar dirigida hacia abajo

Por ejemplo, si consideramos que lanzamos un objeto desde una altura determinada (que designaremos con  $y_0$ , ) hacia arriba con una velocidad inicial  $v_0$  (que tiene por tanto sentido contrario a la aceleración  $g$ ), la ecuación que me da la posición (la altura del objeto) en función del tiempo es:

En tanto que la velocidad estará dada por:

$$v = v_0 - gt$$

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$



# Ejemplo: lanzamiento de una piedra

Supongamos que lanzamos una piedra hacia arriba con una velocidad  $v_0$ .

Tomamos como origen el punto de lanzamiento., por lo que  $y_0 = 0$

Vamos a calcular el tiempo  $t_{m\acute{a}x}$  que le toma a la piedra alcanzar su altura máxima y determinar una expresión para la altura máxima independiente del tiempo.

Las respuestas se expresan sólo en términos de las cantidades  $v_0, g$ .

En el punto donde alcanza la altura máxima, la velocidad en ese instante se vuelve cero:

$$v = 0 = v_0 - gt_{m\acute{a}x} \quad \Rightarrow \quad t_{m\acute{a}x} = \frac{v_0}{g}$$

Tiempo que demora en alcanzar la altura máxima en un lanzamiento vertical

Ahora para calcular la altura máxima ( $y_{m\acute{a}x}$ ) sustituyo este valor de  $t_{m\acute{a}x}$  :

$$y_{m\acute{a}x} = v_0 t_{m\acute{a}x} - \frac{1}{2} g t_{m\acute{a}x}^2 = v_0 \left( \frac{v_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_0}{g} \right)^2$$

$$y_{m\acute{a}x} = \left( \frac{v_0^2}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_0^2}{g^2} \right) = \frac{v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$$

$$y_{m\acute{a}x} = h_{m\acute{a}x} = \frac{v_0^2}{2g}$$

altura máxima que se alcanza en un lanzamiento vertical con velocidad inicial  $v_0$



# OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

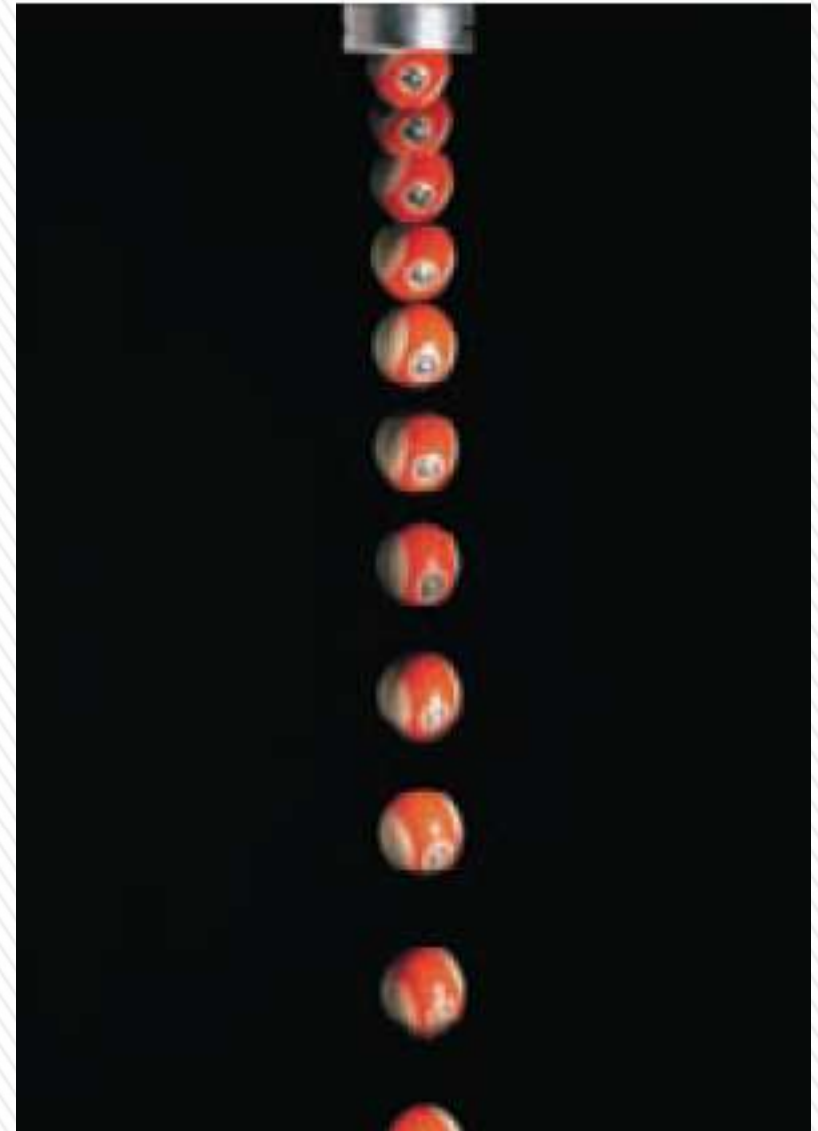
**1. El signo de  $g$ :** Tener en cuenta que  $g$  es *un número positivo*. La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como  $a_y = -g$ .

**2. Aceleración en lo alto del movimiento:**

Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero.

Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba, momentáneamente se hace cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad en este punto.*

*Si la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.*



Fotografía con múltiples destellos de una pelota en caída libre.