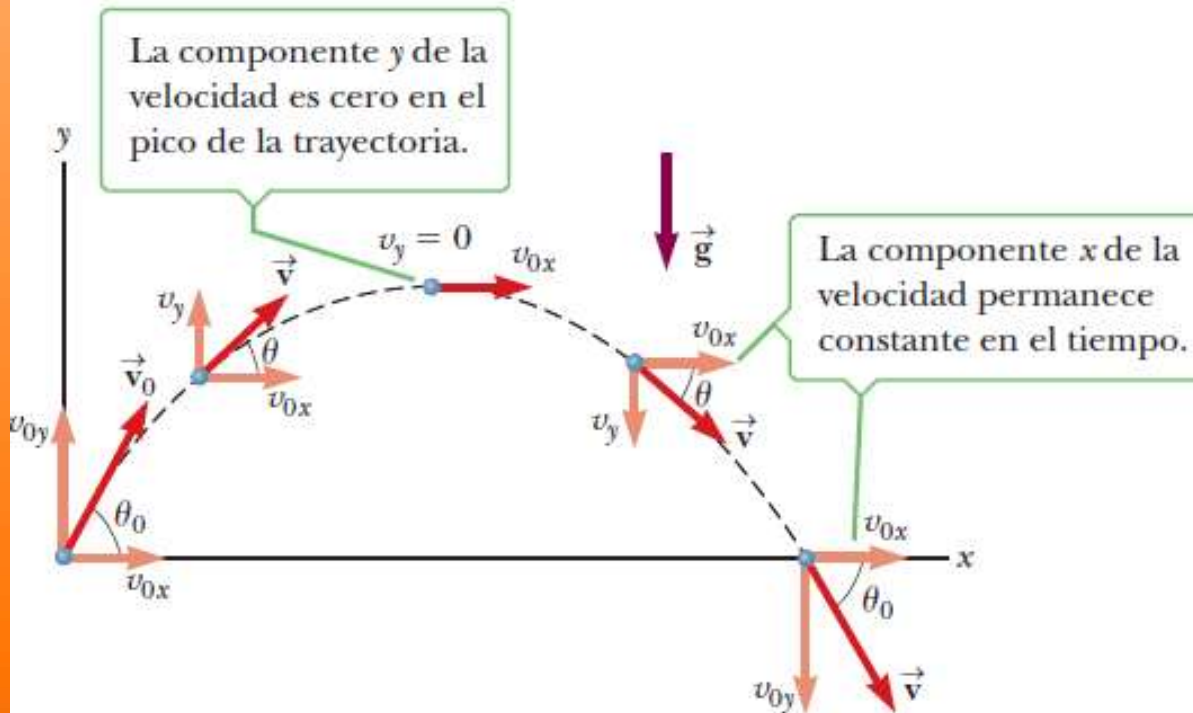


Primer evaluación corta: en este teórico la haremos el jueves 10 sobre el final de la clase.
Clase de consultas generales en forma virtual: jueves de 20:15 a 21:30 por Zoom (enlace del teórico virtual)

ATENCIÓN: Se recuerda que en el Salón de Actos no se pueden ingerir alimentos ni beber bebidas o tomar mate....

MOVIMIENTO DE PROYECTILES



Modelo:

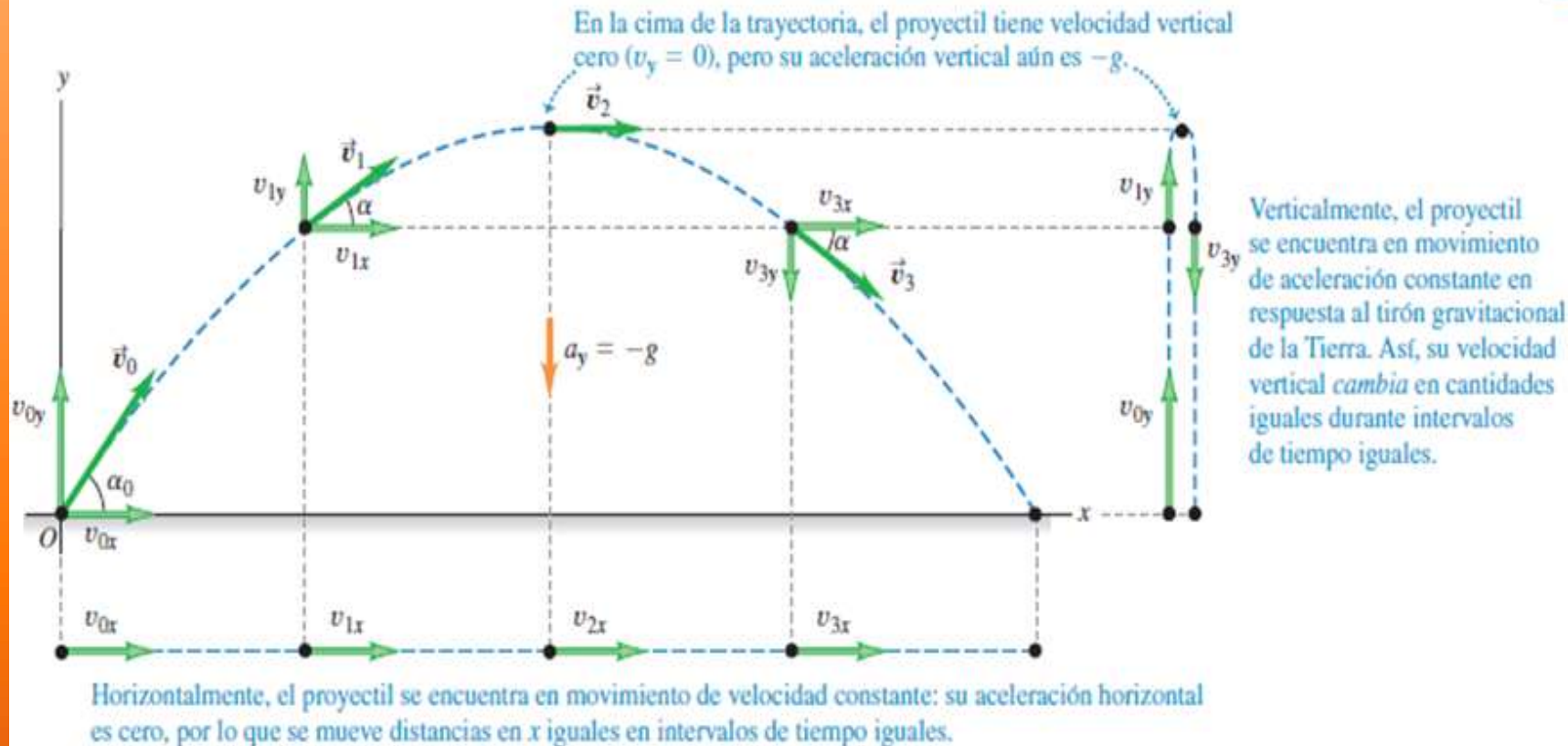
- Proyectil como partícula.
- Aceleración gravedad constante tanto en magnitud como en dirección.
- Se ignoran efectos de la resistencia del aire, como curvatura y rotación de la Tierra.

El movimiento del proyectil **siempre se limita a un plano vertical**, determinado por la dirección de la velocidad inicial y su **trayectoria** es una **parábola**.

La aceleración gravitatoria es exclusivamente vertical y no puede acelerar al proyectil de forma lateral.

Movimiento es bidimensional, los movimientos horizontal y vertical son completamente independientes entre sí.

MOVIMIENTO DE PROYECTILES



Aceleración: $a_x = 0$

$$a_y = -g$$

Velocidad: $v_x = v_{0x}$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

Posición: $x = x_0 + v_{0x} t$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_{0x} = v_o \cos \alpha_0$$

$$v_{0y} = v_o \sin \alpha_0$$



MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Otras expresiones:

Módulo del vector posición:

$$r(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2}$$

Rapidez del proyectil (módulo de su velocidad):

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Dirección de la velocidad, en términos del ángulo α que forma con el eje +x:

$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

Ecuación de la trayectoria (parábola):

$$y(x) = (\tan \alpha_0)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$$

Para lanzamiento con altura de lanzamiento igual al de llegada:

Tiempo en que se alcanza la altura máxima:

$$t^* = \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g}$$

Altura máxima alcanzada:

$$h_{max} = y(t^*) = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{2g}$$

Alcance:

$$R = x(2t^*) = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_0}{g}$$

Alcance máximo para $\alpha_0 = 45^\circ$

$$R_{max} = \frac{v_0^2}{g}$$

Si el punto de lanzamiento y el de llegada están a la misma altura

Si el punto de llegada está a menor altura que el de lanzamiento, el alcance máximo se alcanza con un ángulo de lanzamiento menor a 45° ; y si el punto de llegada está a una altura mayor que el de lanzamiento, el ángulo para que el alcance sea máximo es mayor a 45° .

MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Los hechos importantes del movimiento de un proyectil se pueden resumir como sigue:

- 1.** Siempre que se omita la resistencia del aire, la componente horizontal de la velocidad v_x permanece constante porque no existe componente horizontal de la aceleración.
- 2.** La componente vertical de la aceleración es igual a la aceleración en caída libre $-g$.
- 3.** La componente vertical de la velocidad v_y y el desplazamiento en la dirección y son idénticos a los de un cuerpo en caída libre.
- 4.** El movimiento de proyectil puede describirse como una superposición de dos movimientos independientes en las direcciones x y y .

ATENCIÓN: En la altura máxima que alcanza el proyectil sólo se anula la componente vertical de la velocidad, la componente horizontal permanece invariable.

La aceleración en la dirección y *tampoco* es cero en la parte superior de la trayectoria del proyectil. Sólo la componente y de la velocidad es cero.

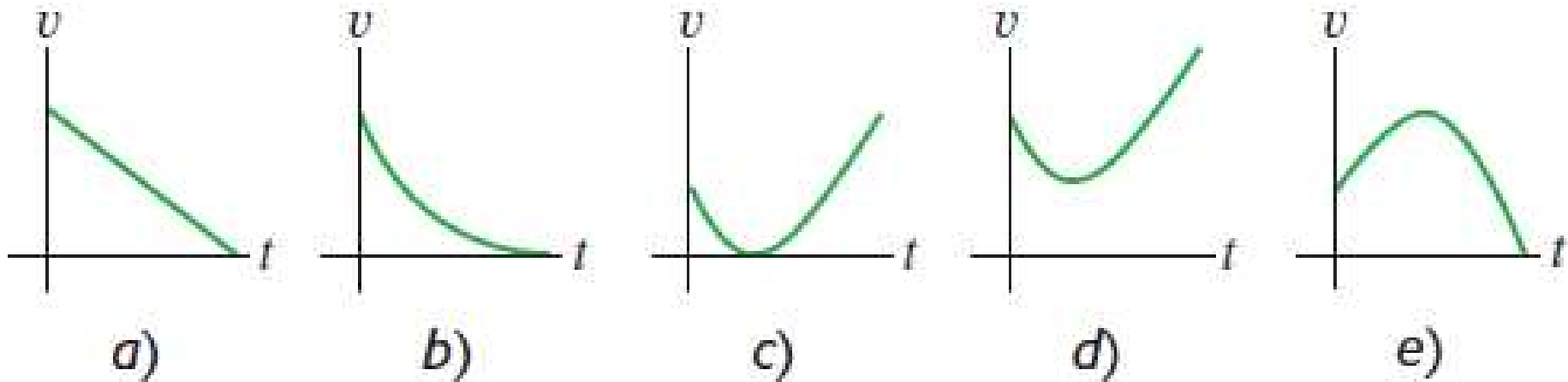
Desafío para la próxima clase

PREGUNTA PARA EL ANÁLISIS

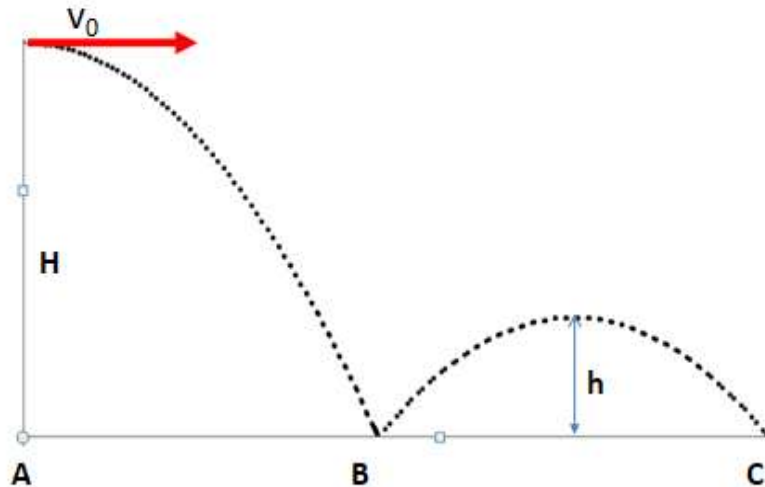
P3.16

Se lanza una piedra hacia el aire con un ángulo por encima de la horizontal, y se ignora la resistencia del aire.

¿Cuál de las gráficas en la figura describe mejor la *rapidez* v de la *piedra en función* del tiempo t *mientras está en el aire*?



Ejemplo: 2.20- Parcial 2021



Se lanza una bolita con velocidad horizontal $v_0 = 10,0$ m/s desde una altura $H = 2,00$ m del piso. Al rebotar su rapidez vertical se reduce a la mitad que la que tenía justo antes de rebotar mientras que la rapidez horizontal permanece constante.

¿A qué distancia del lugar de lanzamiento se da el segundo rebote? Es decir se pide determinar la distancia AC, expresar el resultado en metros.

Tomar $g = 9,8$ m/s² como valor exacto.

Datos: $v_0 = 10,0$ m/s; $H = 2,00$ m

Tiempo que demora la bolita en llegar al piso: $H = \frac{1}{2}gt^2$ $t_B = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2(2,00)}{9,8}} = 0,63888$ s

Rapidez vertical con que llega a B: $v_{yBant.} = g \cdot t_B = 9,8 \times 0,63888 = 6,260990$ m/s

Rapidez vertical con que sale de B: $v_{yBpos.} = \frac{v_{yBant.}}{2} = 3,130495$ m/s

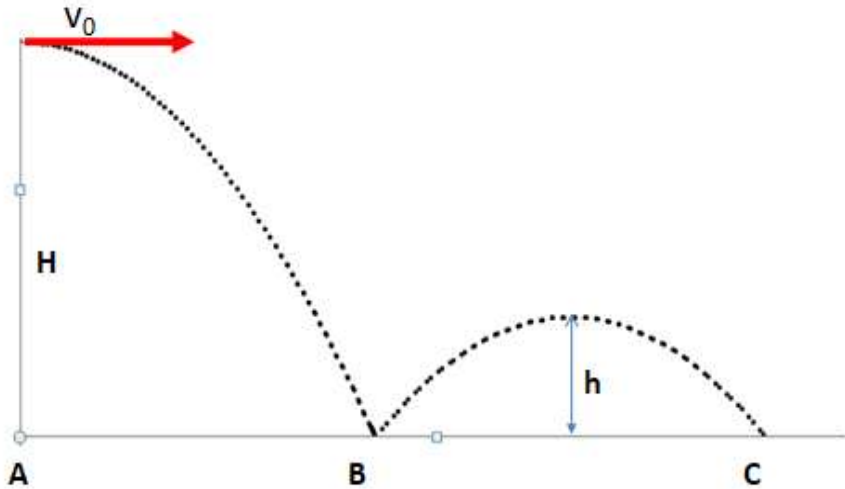
Tiempo de vuelo posterior al rebote: $t_{BC} = 2 \frac{v_{yBant.}}{g} = 2 \frac{3,130495}{9,8} = 0,63888$ s

Distancia AC recorrida: $d_{AC} = v_0(t_B + t_{BC}) = 10,0 \times 0,63888 \times 2 = 12,7775$ m

$$d_{ABC} = 12,8 \text{ m}$$



Ejemplo: 2.20- Parcial 2021



b) Determine cuál de las siguientes aseveraciones son verdaderas:

- i) La aceleración media en el primer rebote en el punto B, es decir en el intervalo de tiempo antes y después de impactar con el suelo, es vertical hacia abajo. **Falso**
- ii) El tiempo que demora la bolita en llegar al punto B desde su lanzamiento es menor que el que tarda en ir desde B a C. **Falso**
- iii) La distancia AB es igual a la BC. **Verdadero**
- iv) Cuando la bolita alcanza su altura máxima entre el trayecto B y C la velocidad es perpendicular a la aceleración. **Verdadero**



Ejercicio 2.22- Parcial 2022- Partiendo del reposo, un operador empieza a elevar un dron desde el suelo con su aceleración máxima y constante de $2,00 \text{ m/s}^2$ hasta alcanzar una altura de $30,0 \text{ m}$ por encima del suelo. Al alcanzar esa altura, los motores del dron se apagan repentinamente con lo cual las hélices del dron cesan de rotar inmediatamente. Sin embargo $3,00$ segundos después, el operador logra encender nuevamente los motores. ¿A qué altura por encima del suelo logra el operador encender los motores del dron?

- a) $14,2 \text{ m}$ b) $15,7 \text{ m}$ **c) $18,8 \text{ m}$** d) $19,9 \text{ m}$ e) $33,0 \text{ m}$ f) $34,5 \text{ m}$

El movimiento del dron consta de dos etapas: la inicial que arranca desde el piso en reposo con una aceleración constante de $2,00 \text{ m/s}^2$ hasta alcanzar una altura de $30,0 \text{ m}$ por encima del suelo; a partir de allí, queda sometido a la aceleración gravitatoria e inicialmente sigue subiendo con la velocidad que tenía cuando llegó hasta los $30,0 \text{ m}$. En esa etapa, la rapidez vertical va disminuyendo hasta que alcanza una altura máxima, allí se anula su velocidad instantáneamente y comienza a partir de ahí su caída libre.

Movimiento inicial: el dron parte del reposo con una aceleración constante de $2,00 \text{ m/s}^2$ hasta alcanzar una altura de $30,0 \text{ m}$:

$$h_1 = \frac{1}{2}at_1^2$$

de donde $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{a}} = \sqrt{\frac{2(30,0)}{2,00}} = 5,4772 \text{ s}$ (tiempo en que subió esos $30,0 \text{ m}$)

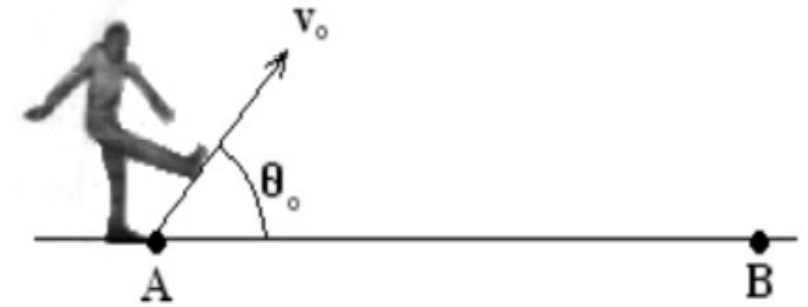
En ese momento tiene una velocidad: $v_1 = at_1 = (2,00)(5,4772) = 10,9544 \text{ m/s}$

A partir de ese momento el dron se comporta como un cuerpo que se lanza con esa velocidad inicial v_1 desde una altura de $30,0 \text{ m}$ y experimenta una caída libre:

$$h_2(t = 3,00 \text{ s}) = y_0 + v_0t - \frac{1}{2}gt^2 = 30,0 + (10,9544)(3,00) - \frac{1}{2}(9,80)(3,00)^2 = 18,763 \text{ m}$$

Ejemplo: 2.18

Se pateea una pelota desde A con una velocidad inicial de $v_0 = 25\text{m/s}$ y un ángulo con la horizontal $\theta_0 = 50^\circ$. En ese instante sale desde B una persona, corriendo con velocidad constante, para recogerla. La distancia AB es 30 m y la persona recoge la pelota con los brazos totalmente estirados y verticales, a una altura de 2 m.



- Halle la mínima velocidad con que debe correr la persona para atrapar la pelota.
- Halle la velocidad de la pelota en el momento de ser atrapada.

Tiempo en que alcanza la altura máxima:

$$t_M = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{25 \sin 50^\circ}{9,80} = 1,954 \text{ s}$$

Altura máxima: $h_M = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{25^2 \sin^2 50^\circ}{2(9,80)} = 18,71 \text{ m}$

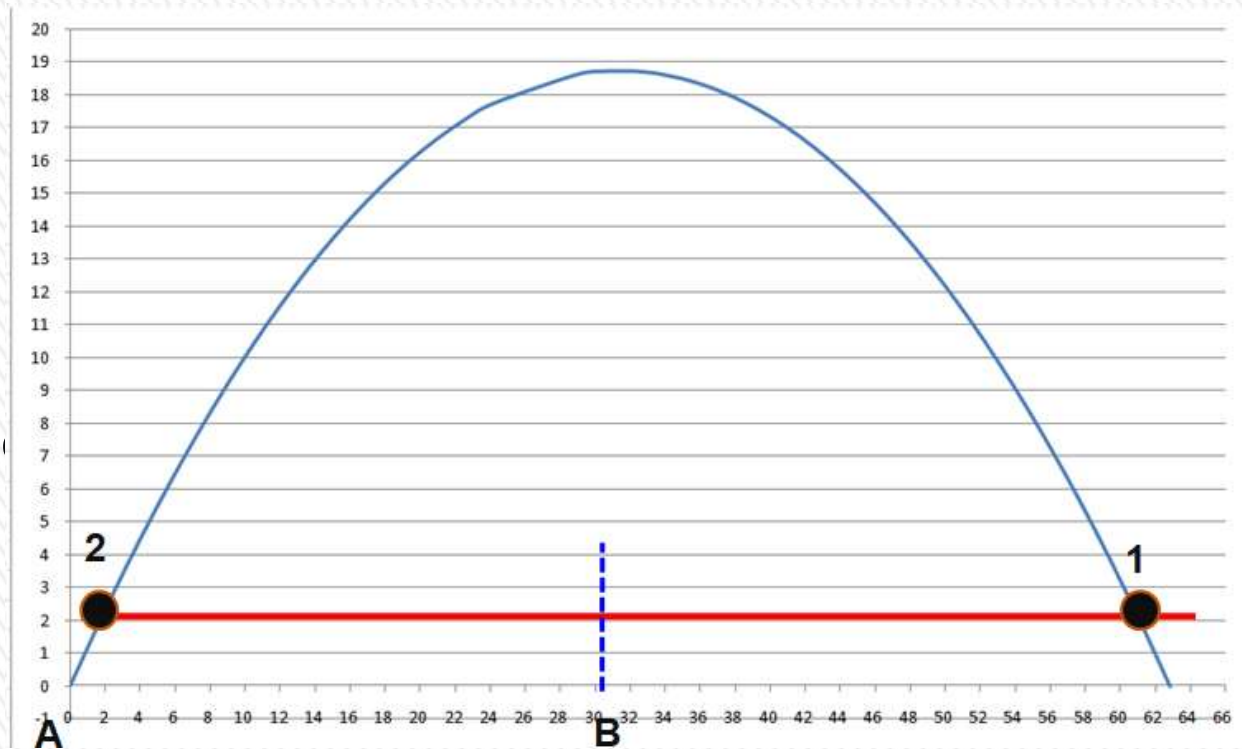
Alcance:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g} = \frac{25^2 \sin 100^\circ}{2(9,80)} = 62,81 \text{ m}$$

La persona que sale desde B, hacia dónde se debe dirigir?

¿Cómo calculo los instantes t^* en los cuales la pelotea lanzada desde A, alcanza la altura de 2,0 m?

Hago $y(t^*) = 2,0 \text{ m}$
y resuelvo t^*



Ejemplo: 2.20- Parcial 2021

$$h = v_0 \cdot \text{sen}50^\circ \cdot t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} \Rightarrow \frac{1}{2} g t^{*2} - v_0 \cdot \text{sen}50^\circ \cdot t^* + h = 0$$

$$t^* = \frac{v_0 \text{sen}50^\circ \pm \sqrt{(v_0 \text{sen}50^\circ)^2 - 4\left(\frac{1}{2} g\right)h}}{2 \cdot \frac{1}{2} g} = \frac{v_0 \text{sen}50^\circ \pm \sqrt{(v_0 \text{sen}50^\circ)^2 - 2gh}}{g} = |$$

$$t^* = \frac{(25) \cdot \text{sen}50^\circ \pm \sqrt{((25) \text{sen}50^\circ)^2 - 2(9,8)(2)}}{9,8} \Rightarrow t_1^* = 3,80 \text{ s y } t_2^* = 0,107 \text{ s}$$

Posición horizontal de la pelota: $x_p = v_0 \cdot \text{cos}50^\circ \cdot t^*$, distancia a recorrer Δx (puede correr hacia delante o hacia atrás)

$$x_{p1} = (25) \cdot \text{cos}50^\circ \cdot (3,80) = 61,06 \text{ m} \quad \Delta x_1 = 61,06 - 30 = 31,06 \text{ m}$$

$$v_{m1} = \frac{\Delta x_1}{t_1} = \frac{31,06}{3,80} = 8,17 \text{ m/s}$$

$$x_{p2} = (25) \cdot \text{cos}50^\circ \cdot (0,107) = 1,719 \text{ m} \quad \Delta x_2 = 30 - 1,719 = 28,281 \text{ m} \quad v_{m2} = \frac{\Delta x_2}{t_2} = \frac{28,281}{0,107} = 264,3 \text{ m/s}$$

Velocidad mínima de la persona: $v = 8,2 \text{ m/s}$ (hacia adelante) ($8,2 \text{ m/s i}$)

b) Velocidad de la pelota en el momento de ser atrapada (t_1^*):

$$\mathbf{v} = v_0 \cdot \text{cos}50^\circ \cdot t_1^* \mathbf{i} + (v_0 \cdot \text{sen}50^\circ \cdot t_1^* - g \cdot t_1^{*2}) \mathbf{j} = 16,07 \text{ m/s } \mathbf{i} - 18,09 \text{ m/s } \mathbf{j}$$

$$\bar{\mathbf{v}}_{\text{pelota}} = (16 \hat{i} - 18 \hat{j}) \text{ m/s}$$

$$v_{\text{pelota}} = \sqrt{16,07^2 + (-18,09)^2} = 24,20 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-18,09}{16,07}\right) = -48,38^\circ$$

$$v_{\text{pelota}} = 24,20 \text{ m/s} \quad \theta = 311,6^\circ$$

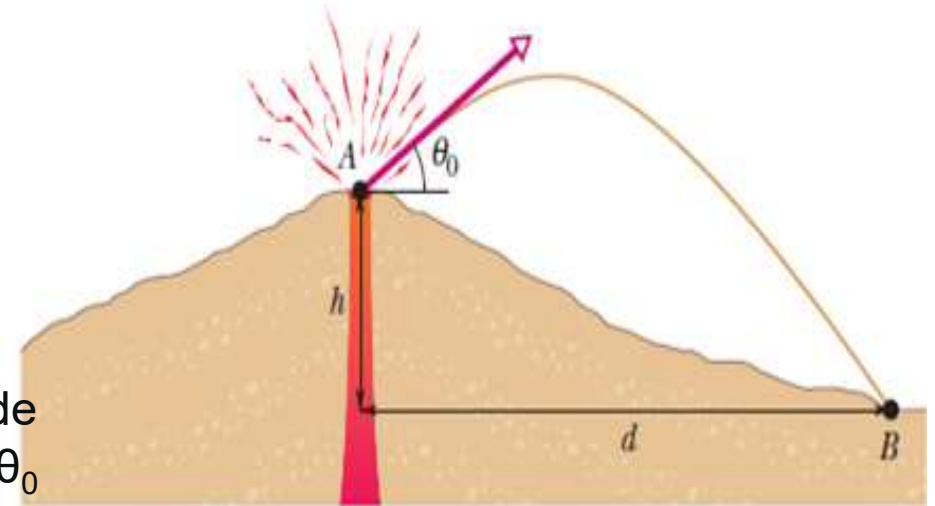
Ejemplo: 2.16

Durante las erupciones volcánicas pueden ser proyectados por el volcán gruesos trozos de roca (más de 6 cm de diámetro); estos proyectiles se llaman bombas volcánicas. La figura muestra una sección transversal del Monte Fuji, en Japón.

a) ¿A qué velocidad inicial tendría que ser arrojado de la boca A del volcán uno de estos bloques, formando $\theta_0 = 35^\circ$ con la horizontal, con objeto de caer en el pie B del volcán? Datos: $h=3,3$ km; $d= 9,4$ km.

b) ¿Cuál es el tiempo de recorrido en el aire?

Coloco el origen en el punto de lanzamiento.
Ecuación de la trayectoria:



$$y = \tan \theta x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta)^2} = \tan \theta x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$\tan \theta x - y = + \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \quad 2v_0^2 \cos^2 \theta = \frac{gx^2}{\tan \theta x - y}$$

$$v_0^2 = \frac{1}{2 \cos^2 \theta} \frac{gx^2}{\tan \theta x - y} \quad v_0 = \sqrt{\frac{1}{2 \cos^2 \theta} \frac{gx^2}{\tan \theta x - y}} = \frac{x}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(\tan \theta x - y)}}$$

En nuestro caso: $\theta = 35^\circ$ $d= 9400$ m $y = -h = -3300$ m

$$v_0 = \frac{x}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(\tan \theta x - y)}} = \frac{9400}{\cos 35^\circ} \sqrt{\frac{g}{2(\tan 35^\circ(9400) - (-3300))}} = 255,53 \text{ m}$$

b) t el tiempo en que llega a B saliendo de A: $x(t) = v_0 \cos \theta t$

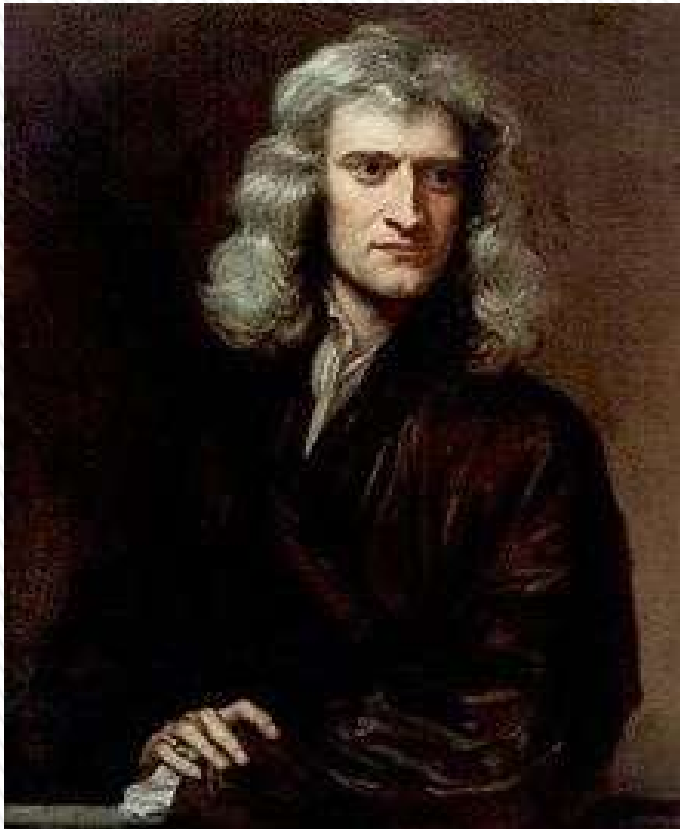
$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta} = \frac{9400}{255,53 \cos 35^\circ} = 44,91 \text{ s}$$

$$v_0 = 2,6 \times 10^2 \text{ m/s} \quad t = 45 \text{ s}$$



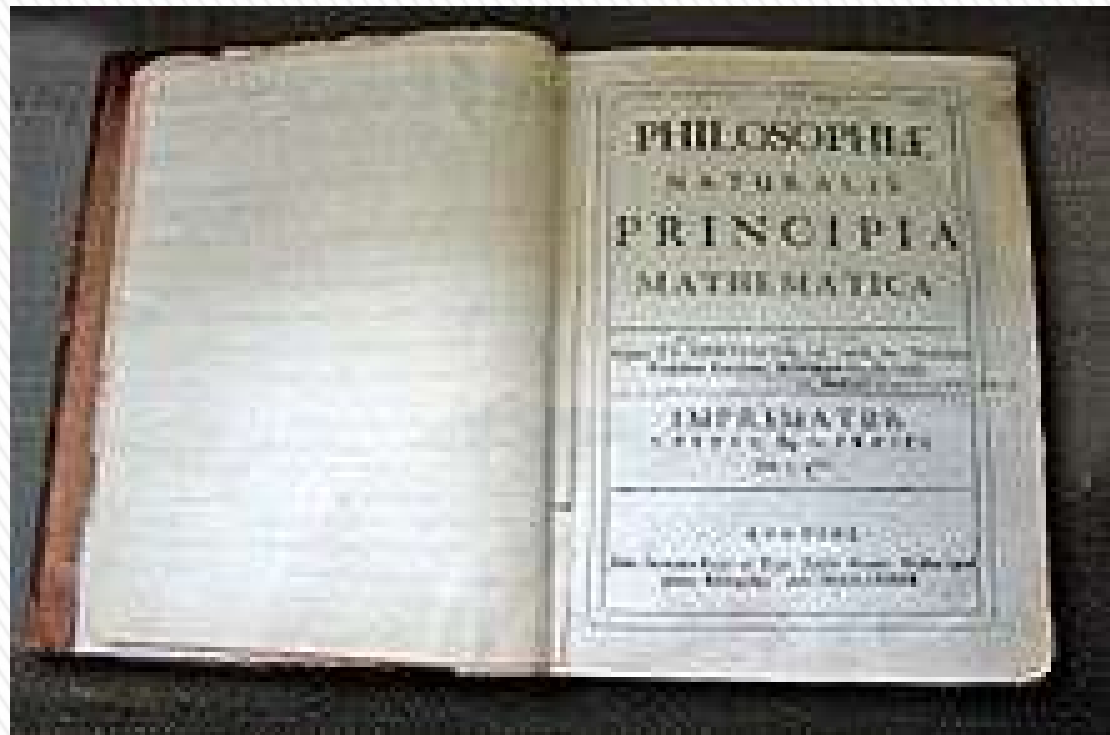
07- LEYES DEL MOVIMIENTO Y EQUILIBRIO ESTÁTICO

Fuerzas e interacciones. Superposición de fuerzas. 1era. Ley de Newton o ley de inercia. Marcos de referencia. Masa. 2da. Ley de Newton. 3era. Ley de Newton o Principio de Acción y Reacción.



1642 (1643) -1727

Is. Newton



Principios Matemáticos de la Filosofía Natural (1687)

PREGUNTA RÁPIDA

¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?

- a) Es posible que un objeto tenga movimiento en ausencia de fuerzas sobre el objeto.
- b) Es posible tener fuerzas sobre un objeto en ausencia de movimiento del objeto.
- c) Ni a) ni b) son correctos.
- d) Tanto a) como b) son correctos.



PREGUNTAS RÁPIDAS

1) Un objeto no experimenta aceleración.

¿Cuál de los siguientes *no puede ser cierto para el objeto?*

a) *Una sola fuerza actúa sobre el objeto.*

b) *No actúan fuerzas sobre el objeto.*

c) Sobre el objeto actúan fuerzas, pero éstas se cancelan.



PREGUNTA RÁPIDA

i) Si una mosca choca contra el parabrisas de un ómnibus moviéndose rápidamente, ¿cuál de los dos experimenta una fuerza de impacto con mayor magnitud?

- a) La mosca.
- b) El ómnibus.
- c) Ambos experimentan la misma fuerza.

ii) ¿Cuál de los dos experimenta mayor aceleración?

- a) La mosca.
- b) El ómnibus.
- c) Ambos experimentan la misma aceleración.



PREGUNTA PARA EL ANÁLISIS

Un automóvil compacto empuja una camioneta grande averiada, y viajan por la carretera con la misma velocidad y aceleración.

a) Cuando el auto acelera, ¿la fuerza que ejerce sobre la camioneta es mayor, menor o de la misma magnitud que la que la camioneta ejerce sobre él?

b) ¿A cuál de los dos vehículos se aplica la mayor fuerza neta, o acaso son iguales las fuerzas netas?

Explique su respuesta.

a) La fuerza que ejerce el automóvil sobre la camioneta es de la misma magnitud que la que la camioneta ejerce sobre él. (Principio de acción y reacción)
Se ejerce mayor fuerza neta a la camioneta, pues tiene mayor masa que el automóvil, y como ambos tienen la misma aceleración la fuerza neta sobre la camioneta debe ser mayor.



PREGUNTAS PARA EL ANÁLISIS



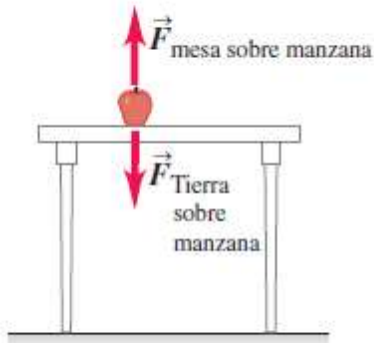
Una manzana está apoyada sobre un banco. El banco a su vez está apoyado sobre la Tierra. Si el peso de la manzana es la fuerza de “acción” que se aparece en la tercer ley de Newton (Principio de acción y reacción). Entonces, ¿cuál es la fuerza de “reacción” que establece dicho principio?



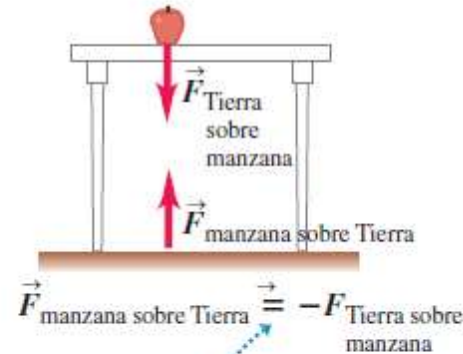
Tercera ley de Newton: Principio de acción y reacción

Las dos fuerzas de un par acción-reacción siempre actúan sobre cuerpos distintos.

a) Las fuerzas que actúan sobre la manzana

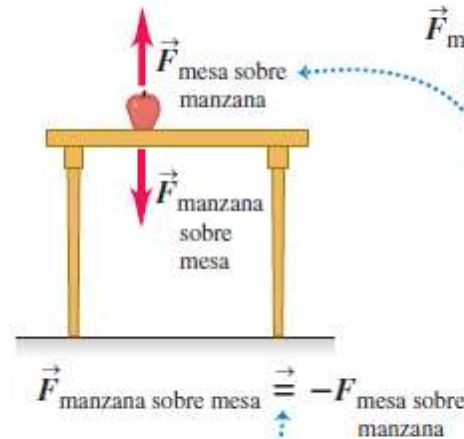


b) El par acción-reacción para la interacción entre la manzana y la Tierra

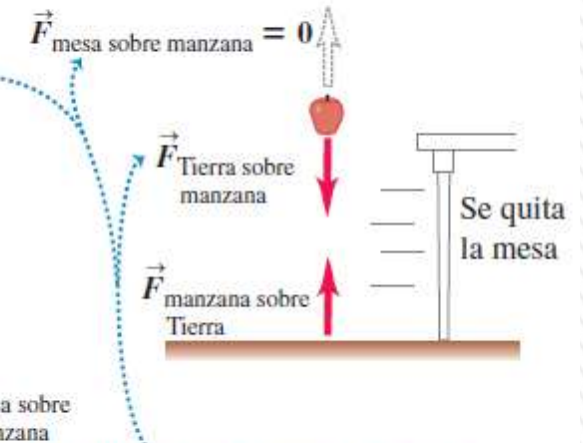


Los pares acción-reacción siempre representan una interacción entre dos objetos distintos.

c) El par acción-reacción para la interacción entre la manzana y la mesa



d) Se elimina una de las fuerzas que actúan sobre la manzana



Las dos fuerzas sobre la manzana NO PUEDEN ser un par acción-reacción porque actuarían sobre el mismo objeto. Vemos que si eliminamos una, la otra se conserva.

CUIDADO!!!: La fuerza normal n no siempre es igual a mg .

Si un objeto está en un plano inclinado, si hay fuerzas aplicadas con componentes verticales o si hay una aceleración vertical del sistema, por lo tanto $n \neq mg$.

Siempre aplicar la 2da. ley de Newton para encontrar la relación entre n y mg .