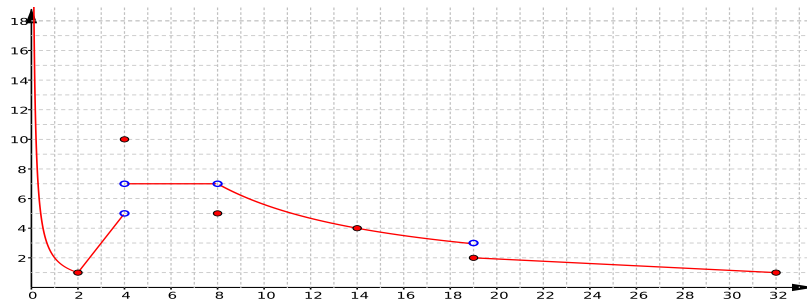


Práctico N° 2: límites

Ejercicio 1 En la figura se muestra la gráfica (en rojo) de una función $f : (0, 32] \rightarrow [1, +\infty)$.



Utilizar la gráfica para obtener los valores (si existen) de los siguientes límites.

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
 f) $\lim_{x \rightarrow 8^-} f(x)$ g) $\lim_{x \rightarrow 8^+} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 8} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 14^-} f(x)$ i) $\lim_{x \rightarrow 14^+} f(x)$
 j) $\lim_{x \rightarrow 14} f(x)$ k) $\lim_{x \rightarrow 19^-} f(x)$ l) $\lim_{x \rightarrow 19^+} f(x)$ m) $\lim_{x \rightarrow 32^-} f(x)$

Ejercicio 2 Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^{-x/100}$.

1. Completar la siguiente tabla:

x	f(x)
0	
1	
10	
100	
500	
	1/1000
	1/10000
10000	

2. ¿Qué conclusión obtendrías acerca de $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$?
 3. Bosquejar el gráfico de f . ¿Concuerda tu bosquejo con la parte anterior?

Ejercicio 3 Sea

$$f(x) = \frac{3x + 1}{x - 2}.$$

1. Hallar el máximo dominio donde se puede definir f .
2. Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
3. Sea $a \in \mathbb{R}$ que no pertenece al dominio de f . Calcular $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$.

Ejercicio 4 Verificar las igualdades

$$x^2 - x_0^2 = (x - x_0)(x + x_0), \quad x^3 - x_0^3 = (x - x_0)(x^2 + xx_0 + x_0^2),$$

y usando eso, calcular los siguientes límites:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{x - 5}.$$

¿Cómo podríamos generalizar lo hecho en la parte anterior para calcular $\lim_{x \rightarrow x_0} (x^n - x_0^n)/(x - x_0)$? (donde n es un entero positivo).

Ejercicio 5 Calcular

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2$.
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$.
3. Generalizar al caso x^n , donde n es un entero positivo, distinguiendo los casos en que n es par de aquellos en que n es impar.

Ejercicio 6 Calcular los siguientes límites laterales: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x}$.

Ejercicio 7 ¿A qué tiende la pendiente del gráfico de las siguientes funciones cuando la variable tiende a lo indicado?:

1. $f(x) = e^x$, $x \rightarrow -\infty$ y $x \rightarrow +\infty$.
2. La función $V(P)$ del ejercicio 1 del práctico 1, $V \rightarrow 0^+$.
3. $f(x) = x^2 - 3x + 2$, $x \rightarrow 1/2$.

Ejercicio 8

1. ¿Existen $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x)$ y $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x)$?
2. ¿Existen $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos(x)$?

Ejercicio 9 Calcula los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x + 5)$

2. $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 + 2x + 1)$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{2x}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x + 1}{5x^2 + 7}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$
7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\text{Ln}(x+1)}{x}$ (sugerencia: usar el cambio de variable $x = e^u - 1$)
8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log x$
10. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \text{Ln } x$
11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = 1$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$