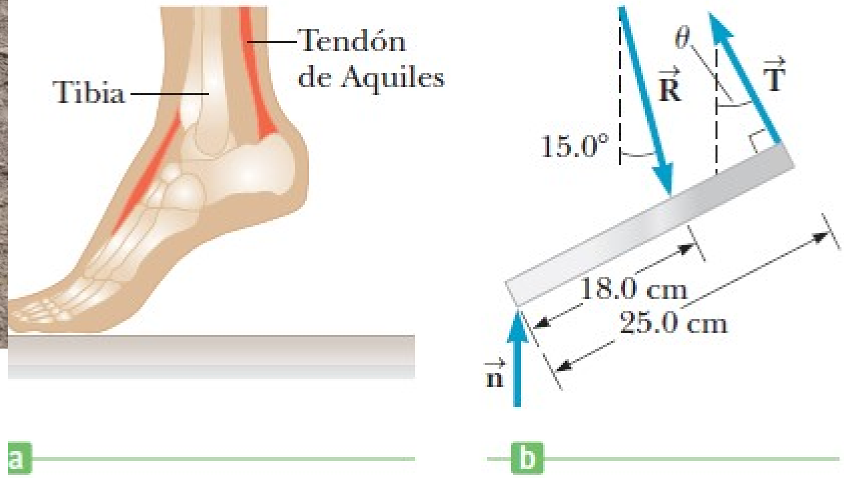
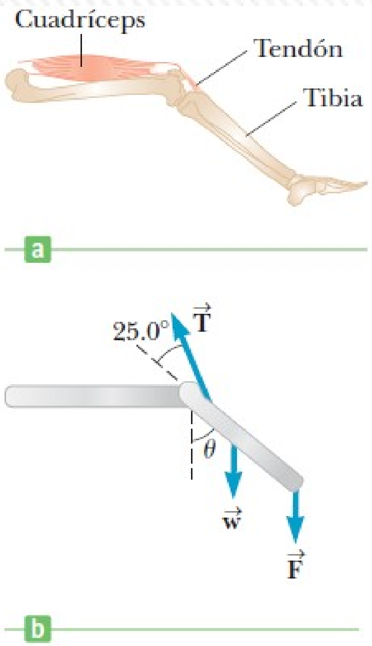
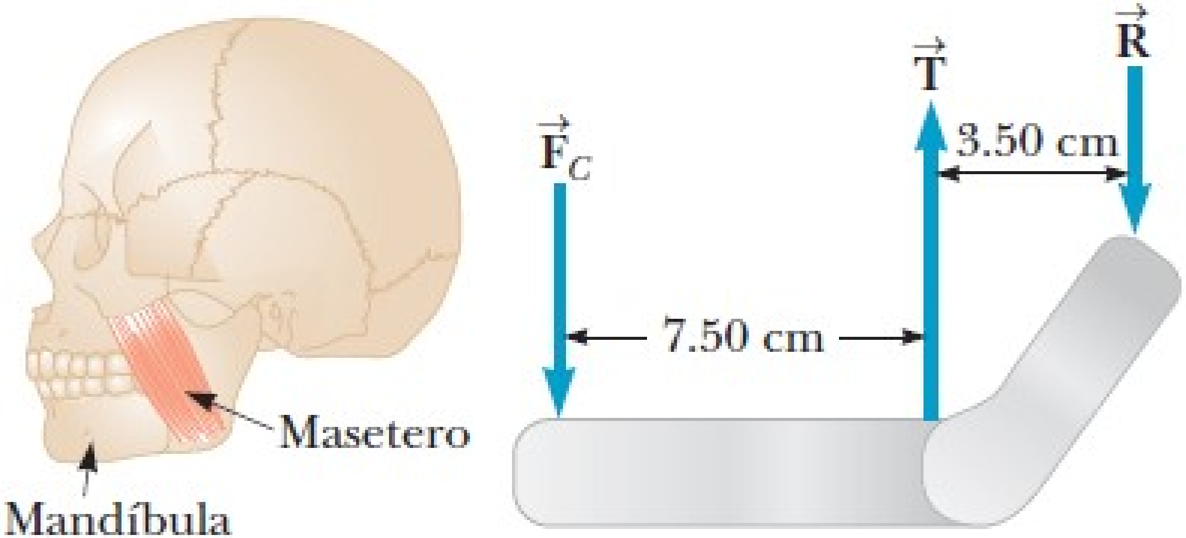
10- EQUILIBRIO ESTÁTICO

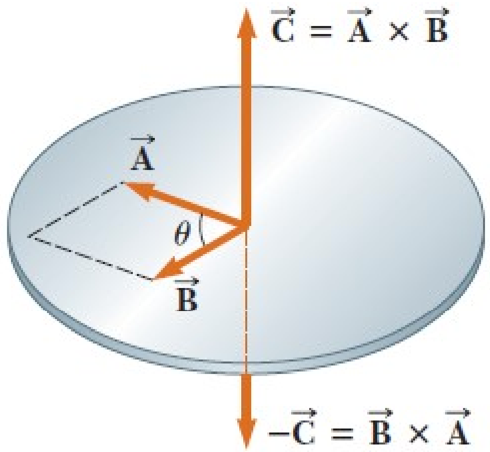






PRODUCTO VECTORIAL

Es otro vector **C** cuyo módulo vale C=A B senθ, es perpendicular al plano determinados por los vectores **A** y **B**, y sentido dado por la regla de la mano derecha.



Regla de la mano derecha

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$$

$$C = AB \operatorname{sen} \theta$$

Producto vectorial entre versores

$$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = -\hat{\jmath} \times \hat{\imath} = \hat{k}$$

$$\hat{\jmath} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{\jmath} = \hat{\imath}$$

$$\hat{k} \times \hat{\imath} = -\hat{\imath} \times \hat{k} = \hat{\jmath}$$

PRODUCTO VECTORIAL- Propiedades

1- No es conmutativo, en realidad es anticonmutativo: $\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} = -\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{A}}$

2- El producto vectorial de dos vectores paralelos (θ = 0 ó 180°) es nulo.

3- El módulo del producto vectorial de dos vectores perpendiculares es igual al producto de los módulos. $|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = AB.$

4- El producto vectorial cumple con la propiedad distibutiva respecto a la suma: $\vec{\mathbf{A}} \times (\vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}} + \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{C}}$

5- Producto vectorial a través de componentes de los vectores:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{\imath} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{\jmath} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

$$\begin{aligned}
\vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{\imath} + A_y \hat{\jmath} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{\imath} + B_y \hat{\jmath} + B_z \hat{k}) \\
&= A_x \hat{\imath} \times B_x \hat{\imath} + A_x \hat{\imath} \times B_y \hat{\jmath} + A_x \hat{\imath} \times B_z \hat{k} \\
&\quad + A_y \hat{\jmath} \times B_x \hat{\imath} + A_y \hat{\jmath} \times B_y \hat{\jmath} + A_y \hat{\jmath} \times B_z \hat{k} \\
&\quad + A_z \hat{k} \times B_x \hat{\imath} + A_z \hat{k} \times B_y \hat{\jmath} + A_z \hat{k} \times B_z \hat{k}
\end{aligned}$$

PRODUCTO VECTORIAL

El producto vectorial también puede expresarse en forma de determinante:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

CALMA:

Hemos introducido el producto vectorial para formalizar la definición física del torque, y de otras cantidades físicas que veremos próximamente como el momento angular…

Pero en los hechos no deberemos hacer uso de este manejo algebraico, sino limitarnos a sus propiedades fundamentales-

ESTÁTICA

Estática: estudio de las fuerzas que actúan sobre un objeto que está en equilibrio y en reposo.

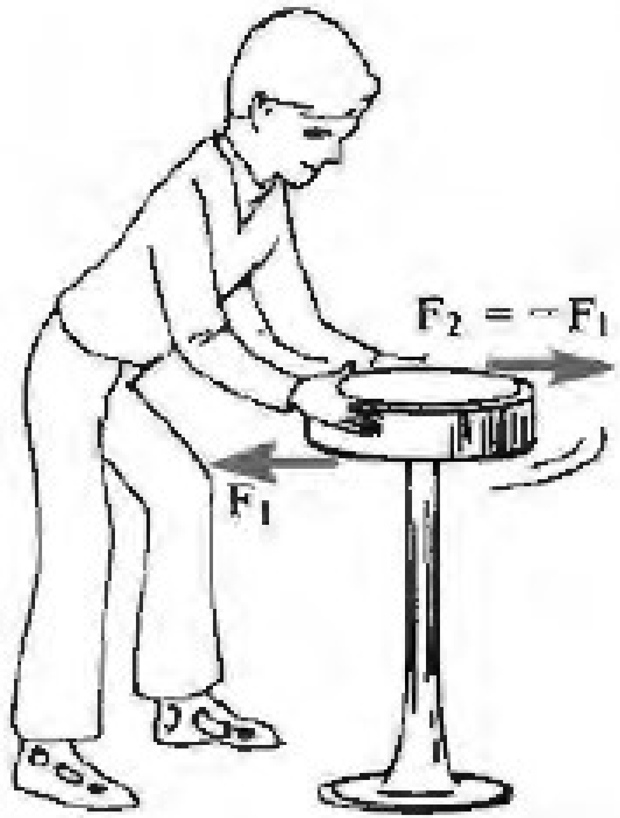
Explica la **multiplicación de fuerzas** o ***ventaja mecánica*** *obtenida con* ***las máquinas simples***, (palancas, sistemas de poleas), analiza el **equilibrio y estabilidad.**

Analizaremos las condiciones de equilibrio de un ***sólido rígido*** *(o simplemente* ***rígido****):* ***objeto ideal que ocupa un lugar en el espacio*** **y que no cambia su forma ni su tamaño al ser sometido a diferentes esfuerzos (modelo).**

Objetos reales: constituidos por partículas (átomos y moléculas) que se mantienen unidas por fuerzas que actuán entre ellas, pudiendo vibrar o deformarse.

Objetos sólidos como rocas, huesos o vigas de acero son suficientemente rígidos como para que dichas **deformaciones resulten despreciables**.

Momento o torque



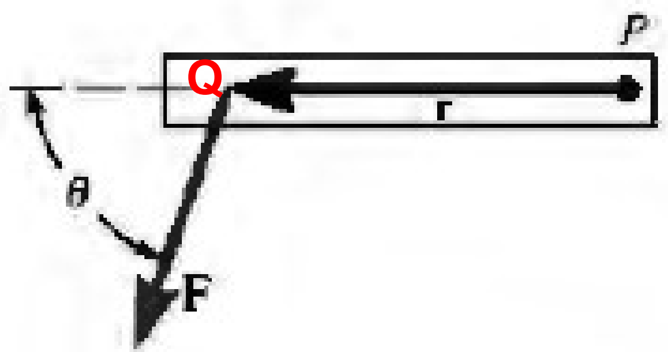
Taburete giratorio, aplico dos fuerzas iguales y opuestas $\mathbf{F_1}$ y $\mathbf{F_2}$ en lados opuestos del asiento, éste empieza a girar…

El asiento no permanece en reposo aún cuando la fuerza neta sea cero!!!

Por tanto además de $\Sigma \mathbf{F} = 0$, (fuerza neta igual a cero) necesitamos otra condición de equilibrio para excluir la posibilidad de rotación.

La **magnitud que indica la capacidad de una fuerza para producir rotación** se llama ***momento de torsión (momento) o torque***.

Un sólido rígido está en equilibrio de rotación cuando no actúa sobre él ningún momento o torque neto.

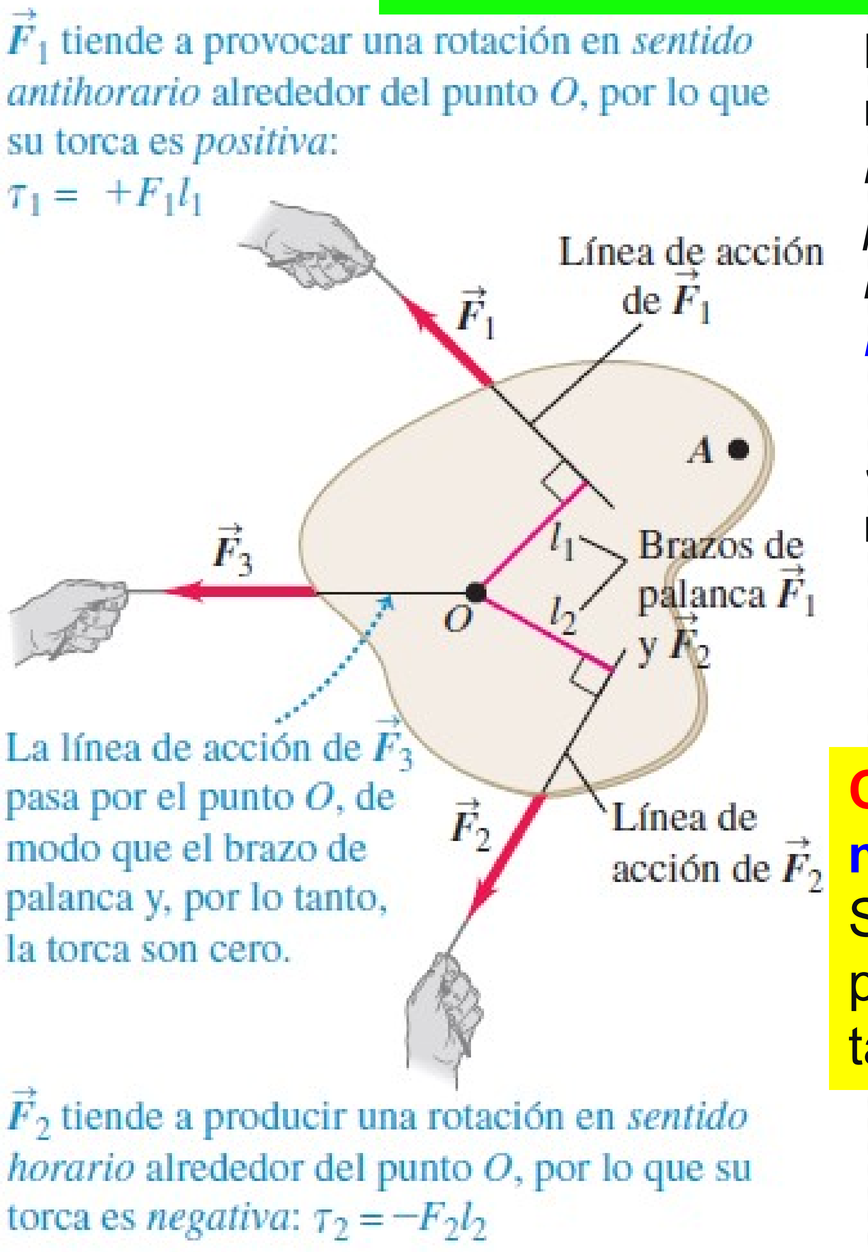


El ***momento*** *o* ***torque o torca*** τ *depende de la* ***fuerza F,*** *de la* ***distancia r*** *desde* un punto del eje de rotación hasta el punto en que actúa la fuerza y del **ángulo θ** *entre r y F.*

El módulo del momento o torque alrededor del punto *P* vale: $\tau = r.F sen\,\theta$

Y veremos que corresponde al módulo de un ***producto vectorial****.*

MOMENTO O TORQUE (τ)



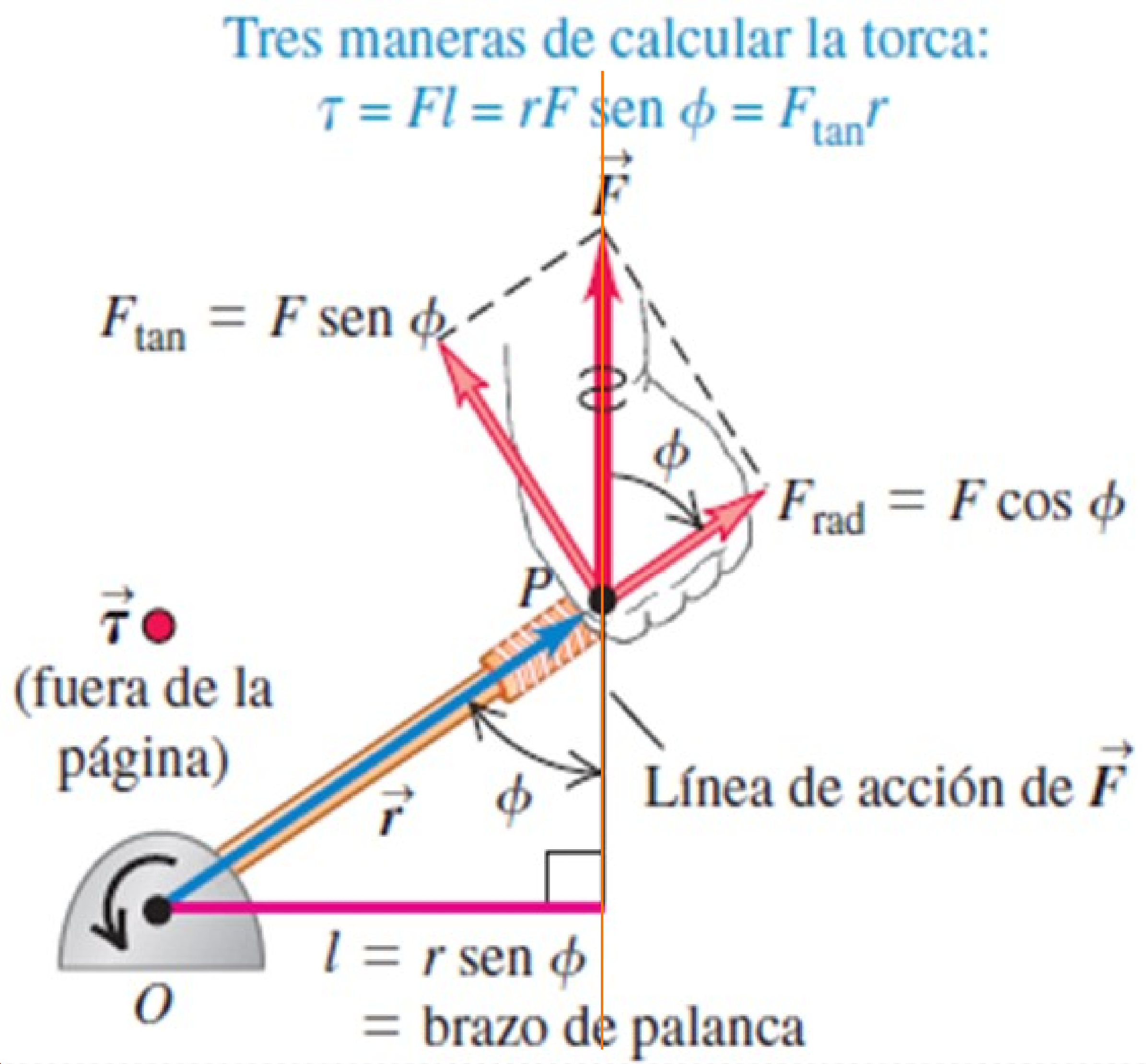
La tendencia de F_1, en provocar una rotación alrededor de *O depende: del módulo de* F_1, *y de la distancia perpendicular* l_1 *(entre el punto O y la línea de acción de la fuerza) que es el* ***brazo de*** **palanca o brazo de momento.**

Se usa la letra griega τ (tau) para representar el torque.

$$\tau = F\, l$$

CUIDADO ! El torque siempre se mide con respecto a un punto.
Si modificamos la posición de este punto, el torque de cada fuerza también cambia.

MOMENTO O TORQUE (τ)



3 formas para calcular el torque:

1) Encontrar el brazo de palanca *l y utilizar*

$\tau = Fl.$

2. Determinar el ángulo Φ entre los vectores **r** y **F**; el brazo de palanca es *r sen Φ, por lo que*

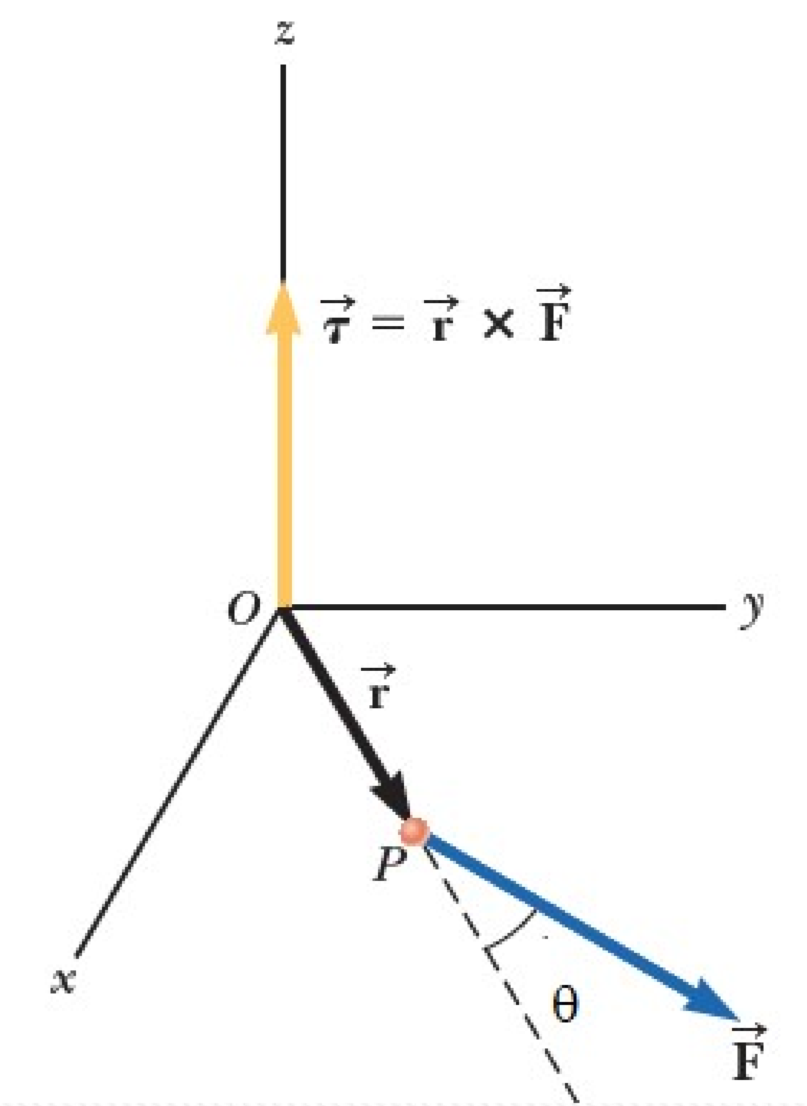
$\tau = rF \text{ sen } \Phi.$

*3. Descomponer **F** en F_{tan} y F_{rad} con respecto a la dirección de **r**.*

$\tau = r(F \text{sen } \Phi) = r.F_{tan}.$

$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{tan} r$$

MOMENTO O TORQUE (τ)



Torca, torque, momento de torsión o** simplemente **momento de una fuerza: medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza para provocar o modificar el movimiento de rotación de un cuerpo.

Se define el torque de la fuerza **F**, que se aplica en el punto P, respecto al punto O como el producto vectorial del vector **r** (que va desde O a P) por la fuerza **F**.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

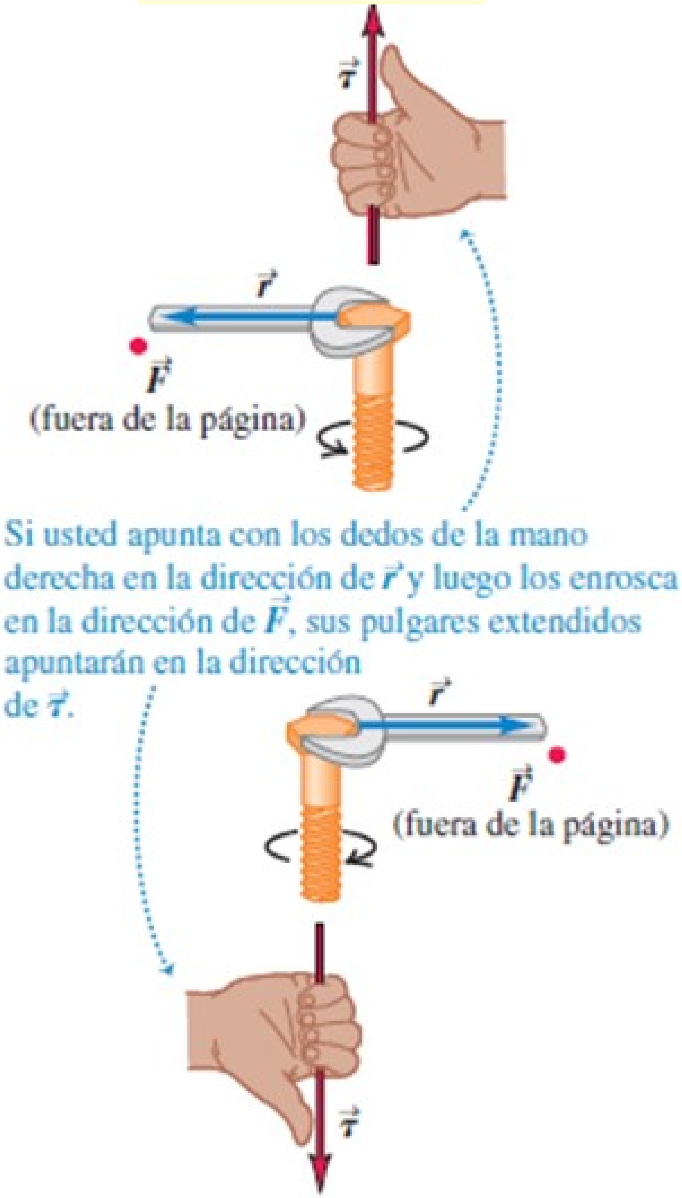
El módulo del torque vale:

$$\tau = r.F sen\ \theta$$

La magnitud , dirección y punto de aplicación de la fuerza son importantes para provocar la rotación.

MOMENTO O TORQUE (τ)

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Si usted apunta con los dedos de la mano derecha en la dirección de $\vec{r}$ y luego los enrosca en la dirección de $\vec{F}$, sus pulgares extendidos apuntarán en la dirección de $\vec{\tau}$.

Los torques pueden provocar rotación en cualquier *sentido (antihorario u horario).*

Se debe **elegir un sentido de giro positivo**. Habitualmente se elige que los ***torques en sentido antihorario son positivos.***

La **unidad del SI del torque es el newton-metro**.
Como el torque *no es trabajo ni* energía se expresa en newton-metros, *no en joules.*

Vectores perpendiculares al plano
(x) entrante al plano
(•) saliente al plano

CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Dos condiciones de equilibrio: Condiciones necesarias y suficientes.

$$\sum \overline{F} = 0$$

$$\sum \overline{\tau} = 0$$ Alrededor de cualquier punto

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0$$

Situaciones en las que un cuerpo rígido está en reposo (sin traslación ni rotación): **equilibrio estático**.

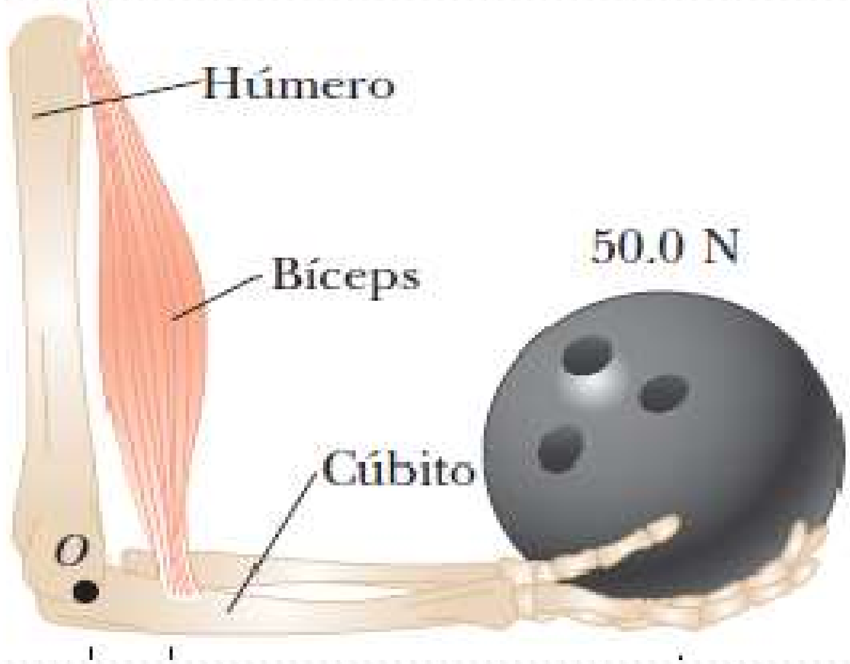
Las mismas condiciones son válidas para un cuerpo rígido con movimiento de *traslación* uniforme (sin rotación).

1) La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el rígido es cero.
2) la suma de los torques con respecto a cualquier punto debe ser cero.

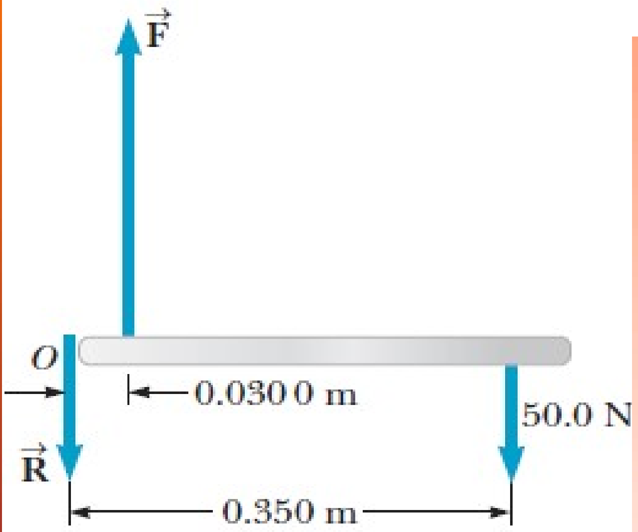
Centro de gravedad (C.G): Punto *en el cual se puede considerar aplicado el peso w del cuerpo, de modo que* el torque con respecto a cualquier punto producido por el peso así aplicado, es el mismo que el efecto que produce el peso distribuido en todo el cuerpo.

Ejercicio 3.10

Una bola de boliche de 50,0 N se sostiene en la mano de una persona con el antebrazo en posición horizontal, como se muestra en la figura. El músculo del bíceps se une a 30,0 mm del empalme y la bola está a 35,0 cm de éste. Encuentre la fuerza ascendente **F** ejercida por el bíceps sobre el antebrazo (el cúbito) y la fuerza hacia abajo **R** ejercida por el húmero sobre el ante brazo, actuando en el empalme. Desprecie el peso del antebrazo y la leve desviación de la vertical del bíceps.

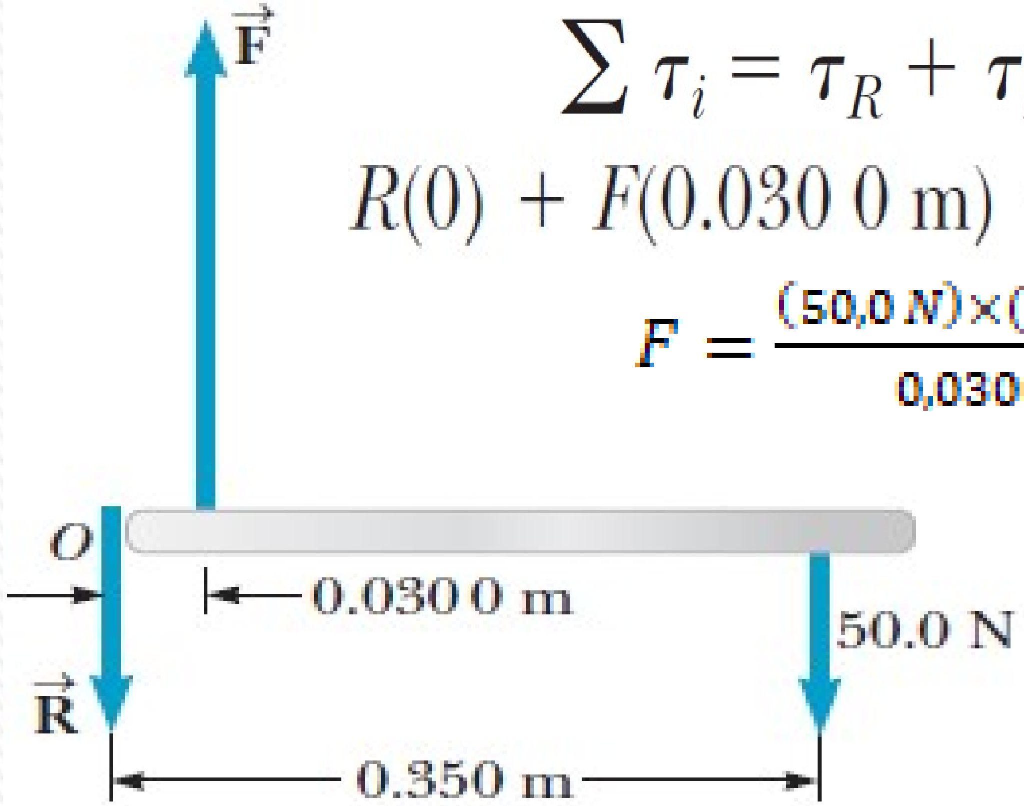


Empecemos haciendo el D.C.L. de la situación:



Las fuerzas que actúan sobre el antebrazo son equivalentes a las que actuarían sobre una barra de longitud 0,350 m, como se muestra:
Elijo las coordenadas *x y y de manera usual como se muestra y el eje en O en el extremo izquierdo, y uso* las condiciones de equilibrio para establecer ecuaciones que involucren a las incógnitas F y R.
La sumatoria de los torques respecto a cualquier punto debe ser cero, por lo que elijo respecto al punto O.

Ejercicio 3.10



$$\sum \tau_i = \tau_R + \tau_F + \tau_{BB} = 0$$

$$R(0) + F(0.030\,0\ \text{m}) - (50.0\ \text{N})(0.350\ \text{m}) = 0$$

$$F = \frac{(50{,}0\ N)\times(0{,}350\ m)}{0{,}0300\ m} = 583{,}33\ N$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R + F \quad 50{,}0\ N = 0$$

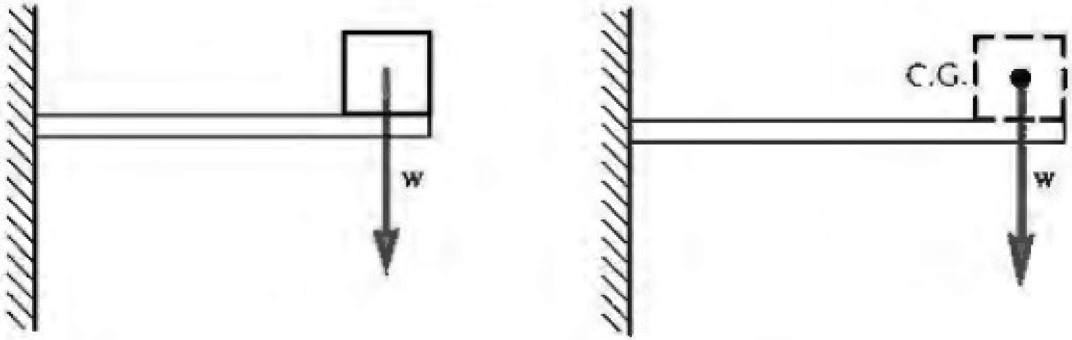
$$R = F - 50{,}0\ N = 583{,}33 - 50{,}0 = 533{,}33\ N$$

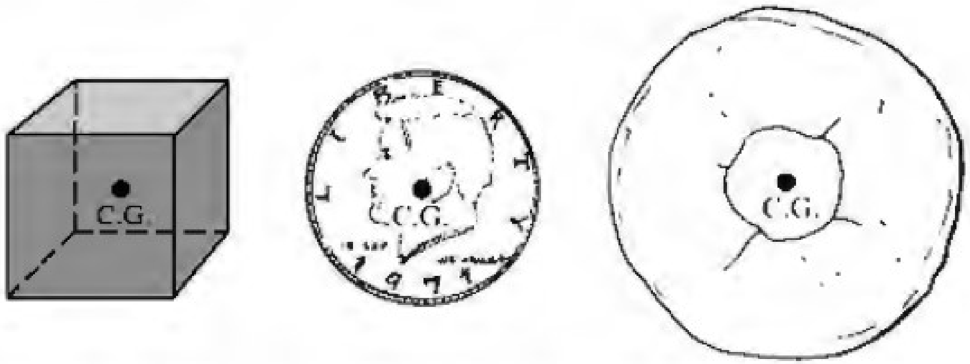
F= 583 N **R= 533 N**

CENTRO DE GRAVEDAD (C.G.)

El torque con respecto a cualquier punto producido por el peso de un objeto extenso es igual al que produciría un objeto puntual con su mismo peso y situado en un punto llamado ***centro de gravedad (C.G.) o baricentro.***

Es decir que el C.G. representa el punto donde se puede considerar concentrado todo el peso

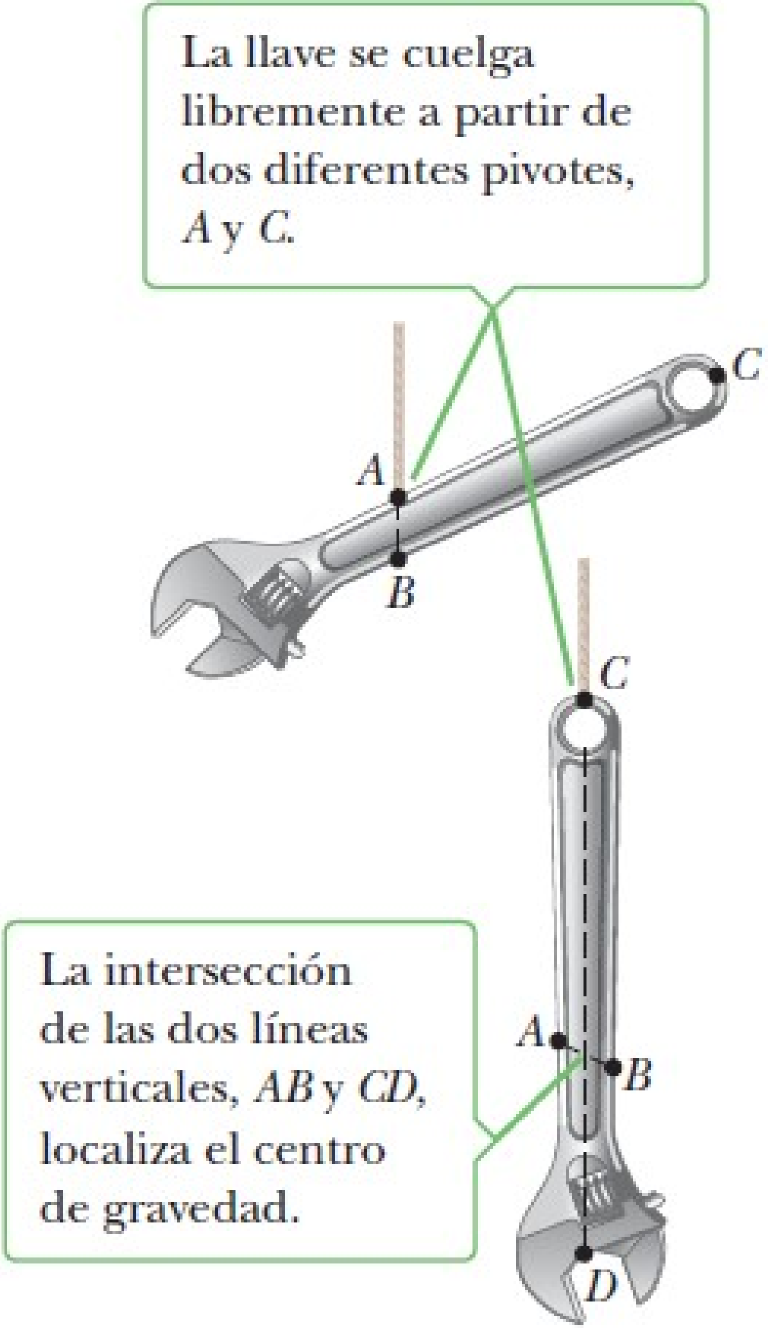




Los C.G. de objetos simétricos y densidad uniforme coinciden con sus centros geométricos.
Para objetos no simétricos, el C.G. puede calcularse matemáticamente o localizarse experimentalmente.

Un objeto suspendido siempre cuelga de manera que su C.G. se encuentra directamente por debajo del punto de suspensión, ya que en esta posición el torque que resulta del peso con respecto a ese punto es cero.
Esta observación proporciona una manera de localizar el C.G. experimentalmente.

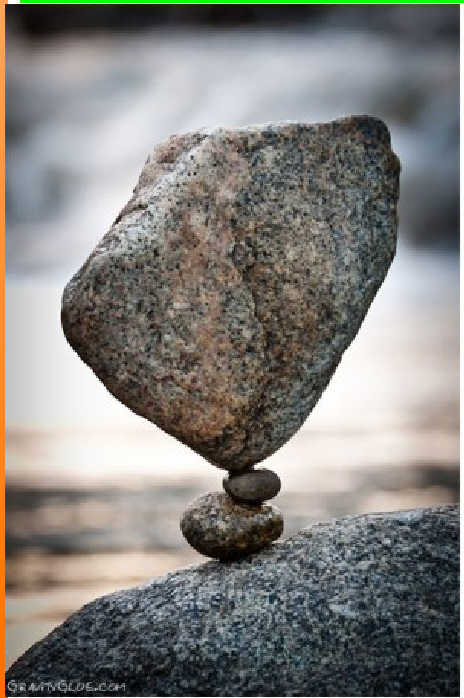
CENTRO DE GRAVEDAD

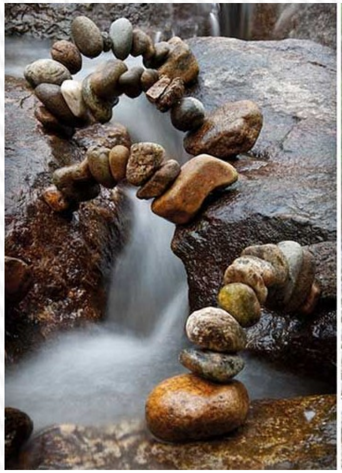


Una técnica experimental para determinar el centro de gravedad de una llave.

Este soporte de una botella de vino es una sorprendente muestra de equilibrio estático.

CENTRO DE GRAVEDAD

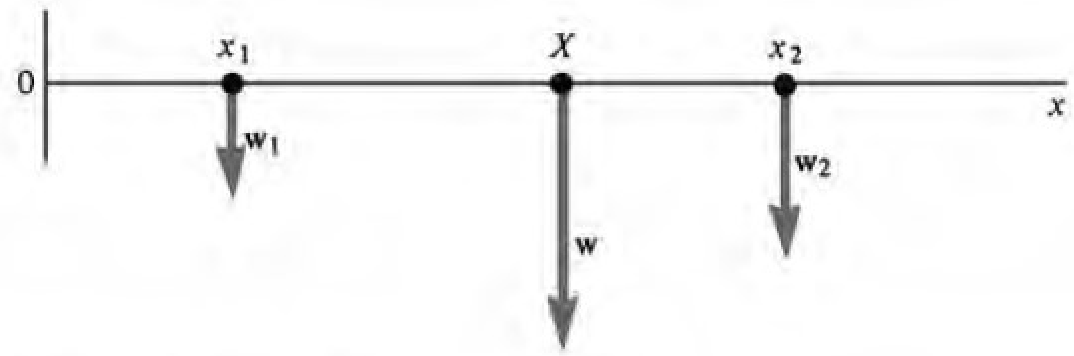




CENTRO DE GRAVEDAD

Vamos a encontrar analíticamente el C.G. de un sistema muy simple: dos masas puntuales en los extremos de una barra sin peso dirigida a lo largo del eje *x.*

El C.G. es un punto desconocido *X.* *A partir de la definición, un peso* $w = w_1 + w_2$, concentrado en el punto *X producirá un torque* igual a la suma de los torques debidos a w_1 *y* w_2.



El momento de cada uno de ellos respecto al origen es $\tau_1 = -x_1 . w_1$ y $\tau_2 = -x_2 . w_2$.
El torque total respecto a O vale: $\tau = \tau_1 + \tau_2 = -x_1 . w_1 - x_2 . w_2$

Un solo peso *w* en el punto *X* produce un torque $\tau = -Xw.$
Igualando ambas expresiones parar encontramos que el C.G. está situado en:

$$X = \frac{-x_1 . w_1 - x_2 . w_2}{-w} = \frac{x_1 . w_1 + x_2 . w_2}{w_1 + w_2}$$

Si hay más de dos pesos, el C.G. se encuentra de la misma manera:

$$X = \frac{x_1 . w_1 + x_2 . w_2 + x_3 . w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i x_i . w_i}{\sum_i w_i}$$

CENTRO DE GRAVEDAD

La ecuación anterior del centro de gravedad contiene los pesos tanto en el numerador como en el denominador. Si sustituimos $w_i = m_i g$ *para cada peso, los factores g se anulan (suponiendo que el valor de g no varía).*

Entonces, *X se expresa en función de las masas en* vez de en función de los pesos y se denomina ***centro de masas (C.M.)****).*

No hay diferencia entre el C.G. y el C.M. mientras **g tenga la misma dirección y módulo para** cada peso.

El procedimiento para hallar el centro de gravedad de configuraciones más complicadas es básicamente el mismo. Si los pesos se hallan en diversos puntos en un plano, entonces el C.G. se encuentra en un punto *(X. Y.) del plano.*

Usamos la ecuación anterior para hallar *X y una ecuación análoga para* las coordenadas *y de los pesos se emplea para obtener Y.*

$$X = \frac{x_1.w_1 + x_2.w_2 + x_3.w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i x_i.w_i}{\sum_i w_i}$$

$$Y = \frac{y_1.w_1 + y_2.w_2 + y_3.w_3 + \cdots}{w_1 + w_2 + w_3 + \cdots} = \frac{\sum_i y_i.w_i}{\sum_i w_i}$$