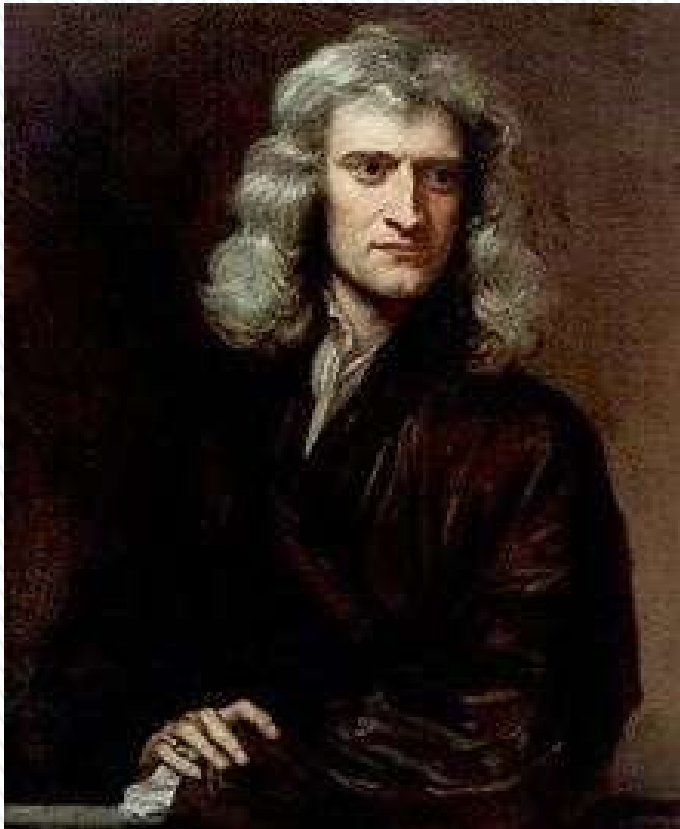


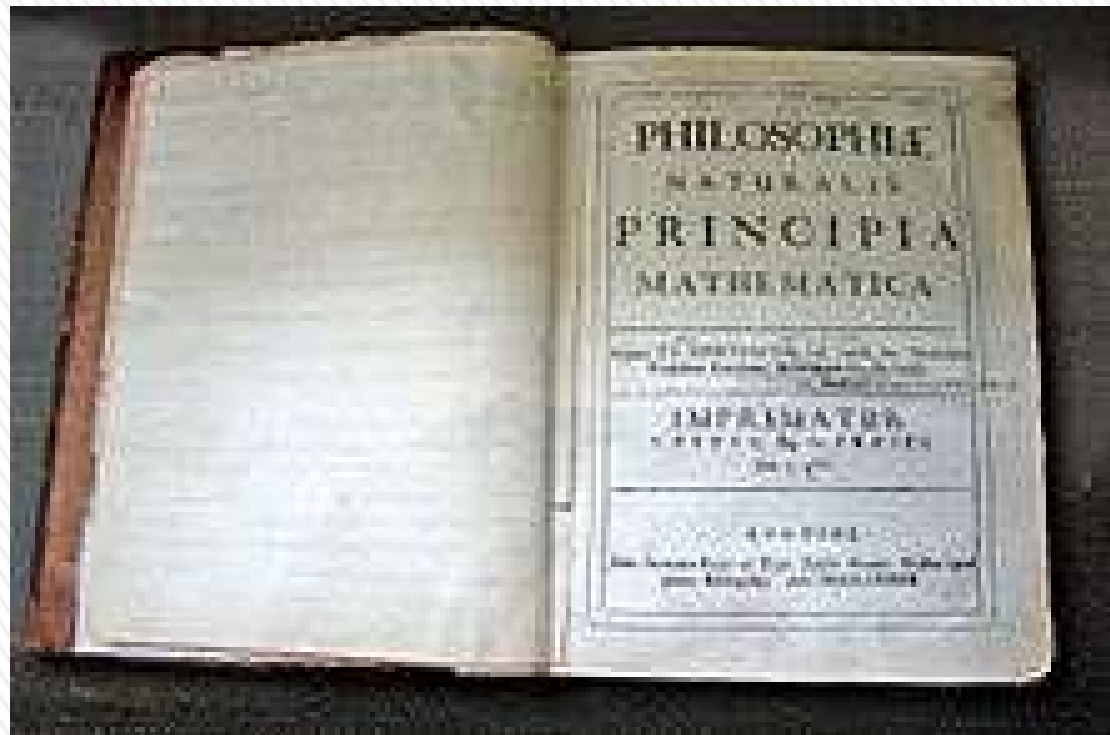
# 09- LEYES DEL MOVIMIENTO Y EQUILIBRIO ESTÁTICO

Fuerzas e interacciones. Superposición de fuerzas. 1era. Ley de Newton o ley de inercia. Marcos de referencia. Masa. 2da. Ley de Newton. 3era. Ley de Newton o Principio de Acción y Reacción.



1642 (1643) -1727

*Is. Newton*

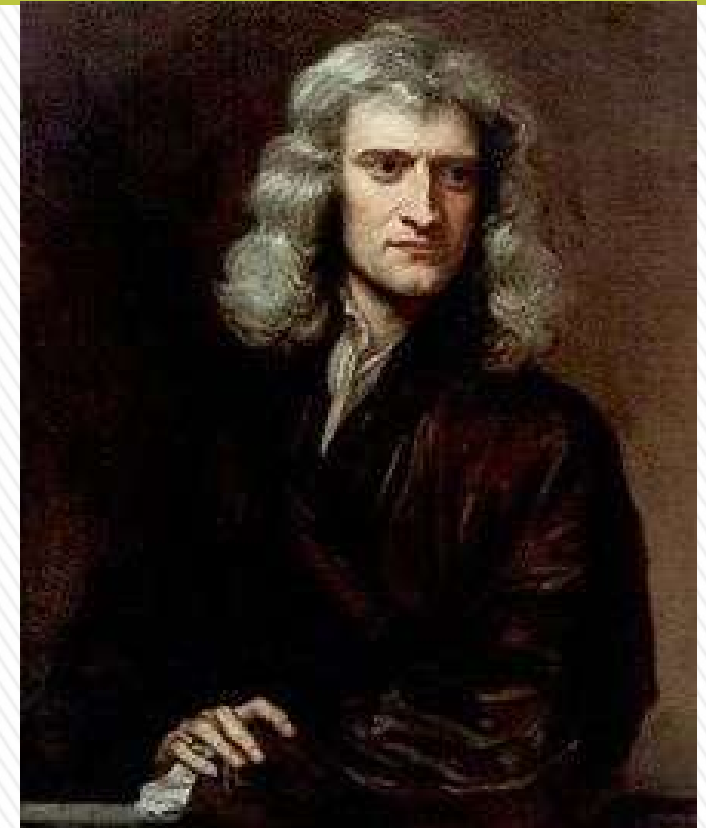
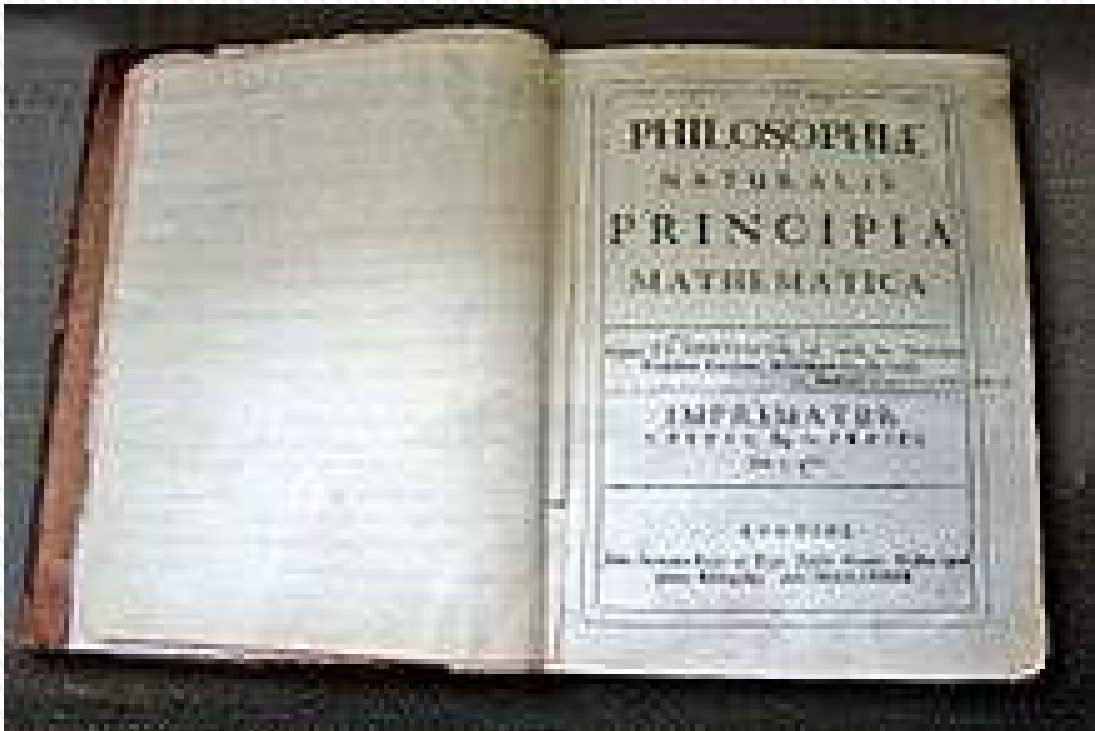


*Principios Matemáticos de la Filosofía Natural (1687)*

# Las leyes del movimiento de Newton

Comenzamos con ***dinámica***: las tres leyes de movimiento básicas de Newton que la relacionan fuerzas y masas.

*Principios Matemáticos de la Filosofía Natural* (1687)



Newton no *obtuvo matemáticamente las tres leyes, sino que las dedujo de un sinnúmero de experimentos realizados por otros científicos, especialmente Galileo Galilei.*

Revisemos los enunciados de las leyes de Newton del movimiento....

### PRIMERA LEY DE NEWTON (1)

Si un objeto no interactúa con otros objetos, es posible identificar un marco de referencia en el que el objeto tiene aceleración cero.

Tal marco de referencia se llama **marco de referencia inercial**.

### PRIMERA LEY DE NEWTON (2)

En ausencia de fuerzas externas, y cuando se ve desde un marco de referencia inercial, un objeto en reposo se mantiene en reposo y un objeto en movimiento continúa en movimiento con una velocidad constante (esto es, con una rapidez constante en una línea recta).

### SEGUNDA LEY DE NEWTON:

Cuando se ve desde un marco de referencia inercial, la aceleración de un objeto (de masa constante) es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa:

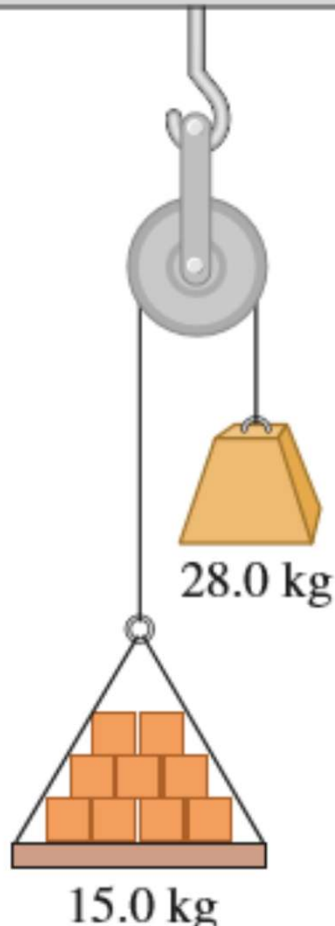
$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$

### TERCERA LEY DE NEWTON:

Si dos objetos interactúan, la fuerza  $\bar{F}_{12}$  que ejerce el objeto 1 sobre el objeto 2 es igual en magnitud y dirección y opuesta en sentido a la fuerza  $\bar{F}_{21}$  que ejerce el objeto 2 sobre el objeto 1:

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$$

# Ejemplo: Máquina de Atwood



**Máquina de Atwood.** Una carga de 15.0 kg de ladrillos cuelga del extremo de una cuerda que pasa por una polea pequeña sin fricción y tiene un contrapeso de 28.0 kg en el otro extremo, como se muestra en la figura. El sistema se libera del reposo.

- Dibuje dos diagramas de cuerpo libre, uno para la carga de ladrillos y otro para el contrapeso.
- ¿Qué magnitud tiene la aceleración hacia arriba de la carga de ladrillos?
- ¿Qué tensión hay en la cuerda mientras la carga se mueve? Compare esa tensión con el peso de la carga de ladrillos y con el del contrapeso.

**¿Qué modelos usaremos para resolver el ejercicio?**

- 1) Cuerda ideal: inextensible, sin masa y sin fricción.
- 2) Polea: pequeña y sin fricción.
- 3) Consideramos que las mediciones se realizan desde un marco de referencia inercial.
  - 1) Esto asegura que las velocidades y aceleraciones de los objetos es la misma.
  - 2) Asegura que la tensión es la misma en toda la cuerda (no se requiere un torque para hacer girar la polea).
  - 3) Puedo aplicar la 2da. Ley de Newton-

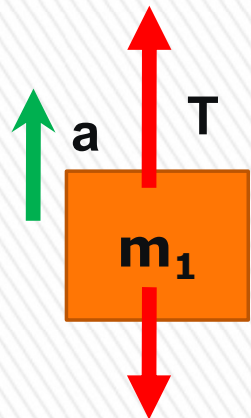
## Datos:

masa de los ladrillos  $m_1=15,0$  kg; masa del contrapeso  $m_2=28,0$  kg  
 $g=9,8$  m/s<sup>2</sup> (se considera como valor exacto)

Ambas masas van a tener la misma aceleración (en módulo)

Como  $m_2 > m_1$ , el contrapeso ( $m_2$ ) va a bajar, y los ladrillos ( $m_1$ ) suben,, esto implica que  $m_1$  tendrá una aceleración hacia arriba mientras que  $m_2$  la tendrá hacia abajo.

### DCL de ladrillos $m_1$



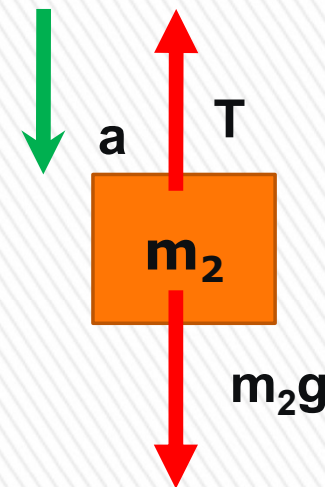
2da. Ley de Newton a  $m_1$ , considerando positivo el sentido ascendente.

$$m_1 a = T - m_1 g \quad (1)$$

2da. Ley de Newton a  $m_2$ , positivo sentido descendente.

$$m_2 a = m_2 g - T \quad (2)$$

### DCL de contrapeso $m_2$



De (1) despejo  $T$  y lo introduzco en (2):  $T = m_1 a + m_1 g$

$$m_2 a = m_2 g - T = m_2 g - (m_1 a + m_1 g) \rightarrow m_2 g - m_1 g = m_2 a + m_1 a$$



De (1) despejo T y lo introduzco en (2):  $T = m_1 a + m_1 g$   
 $m_2 a = m_2 g - T = m_2 g - (m_1 a + m_1 g) \rightarrow m_2 g - m_1 g = m_2 a + m_1 a$

$$(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1)a$$

$$a = \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g = \left( \frac{28.0 \text{ kg} - 15.0 \text{ kg}}{15.0 \text{ kg} + 28.0 \text{ kg}} \right) (9.80 \text{ m/s}^2) = 2.96 \text{ m/s}^2$$

Como

$$T = m_1 a + m_1 g$$

$$T = m_1(a + g) = (15.0 \text{ kg})(2.96 \text{ m/s}^2 + 9.80 \text{ m/s}^2) = 191 \text{ N}$$

$$a = 2,96 \text{ m/s}^2 \quad T = 191 \text{ N}$$



# FUERZAS GRAVITATORIAS

Estudios del movimiento planetario condujo a Newton a establecer la *ley de la gravitación universal*.

Con esta ley y las tres leyes del movimiento, pudo deducir las leyes observadas del movimiento planetario.

Establece que todos los objetos del universo se atraen entre sí.

Para dos esferas, o para dos cuerpos de cualquier forma que sean tan pequeños en comparación con su separación que se puedan considerar como partículas puntuales, la ley tiene una forma sencilla.

Si dos esferas o partículas tienen masas gravitatorias  $m$  y  $m'$  y si sus centros están separados por una distancia  $r$ , las fuerzas entre ambas partículas valen:

$$F_g = G \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$  es la constante de gravitación universal

Las fuerzas gravitatorias se dirigen en la dirección de la recta que une los centros de las dos esferas (por esta razón a este tipo de fuerzas se les denomina *fuerzas centrales*), y son fuerzas de atracción.

Además varían con el cuadrado de la distancia de separación entre los cuerpos que interactúan.

# FUERZAS GRAVITATORIAS

La expresión anterior se aplica directamente a esferas y partículas puntuales.. La fuerza gravitatoria ejercida por la Tierra sobre un objeto es relativamente grande a causa de la gran masa de la Tierra.

Por el contrario, la fuerza gravitatoria entre dos objetos de masa mediana es muy pequeña y difícil de detectar, como se muestra en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo:** Los centros de dos esferas de 10 kg distan entre sí 10 cm

a) ¿Cuál es su atracción gravitatoria?

b) ¿Cuál es la razón de esta atracción al peso de una de las esferas?

$$F_g = G \frac{m \cdot m'}{r^2} = (6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2) \frac{(10 \text{ kg})(10 \text{ kg})}{(0,10 \text{ m})^2} = 6,67 \times 10^{-7} \text{ N}$$

Mientras que el peso vale:  $\text{Peso} = m \cdot g = 10 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$

$$\frac{F_g}{\text{Peso}} = \frac{6,11 \times 10^{-7}}{98} = 6,8 \times 10^{-9}$$

Este pequeño valor de este cociente explica por qué no notamos la atracción gravitatoria entre objetos de dimensiones ordinarias.

# FUERZA GRAVITACIONAL Y PESO

El **peso** de un objeto es la fuerza gravitacional que éste experimenta. Para un objeto próximo a la superficie terrestre, dicha fuerza se debe en su mayor parte a la atracción de la Tierra.

Si  $R_T$  es el radio de la Tierra y  $M_T$  su masa, un objeto de masa gravitatoria  $m$  en la superficie de la Tierra está sometido a una fuerza gravitatoria:

$$F_g = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

La aceleración  $g$  resultante de esta fuerza se calcula mediante la segunda ley de Newton,  $F = ma$ :

$$g = \frac{F_g}{m} = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Este resultado dice que la aceleración de la gravedad es la misma para todos los objetos. Como el radio de la Tierra  $R_T$  es de 6.400 km, la aceleración gravitatoria a unos pocos metros o incluso a unos pocos kilómetros por encima de la superficie terrestre no diferirá mucho de  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

Estrictamente, el valor de  $g$  para una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra vale:

$$g(h) = G \frac{M_T}{r^2} = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

# FUERZA GRAVITACIONAL Y PESO

Todos los objetos son atraídos hacia la Tierra. La fuerza de atracción que ejerce la Tierra sobre un objeto se llama **fuerza gravitacional**  $\overline{F}_g$

*Esta fuerza se dirige hacia el centro de la Tierra (si se ignora que su distribución de masa no es perfectamente esférica) y su magnitud se llama **peso del objeto**.*

Para un objeto en caída libre:  $\overline{F}_g = m\overline{g}$        $F_g = m g$

*Como depende de  $g$ , el peso varía con la ubicación geográfica.*

Estrictamente, el peso cuantifica la fuerza gravitacional sobre el objeto y no requiere que el objeto se mueva.

*La masa  $m$  en esa ecuación establece la intensidad de la atracción gravitacional entre el objeto y la Tierra y por esto se le llama **masa gravitacional***

Diferente del descrito antes para la masa en la segunda ley de Newton, la **masa inercial**: que miden la resistencia al cambio en movimiento como respuesta a una fuerza externa.

*Aun cuando esta cantidad sea diferente en comportamiento de la masa inercial:*

**una de las conclusiones experimentales de la dinámica newtoniana es que la masa gravitacional y la masa inercial tienen el mismo valor, por lo cual no las distinguiremos.**

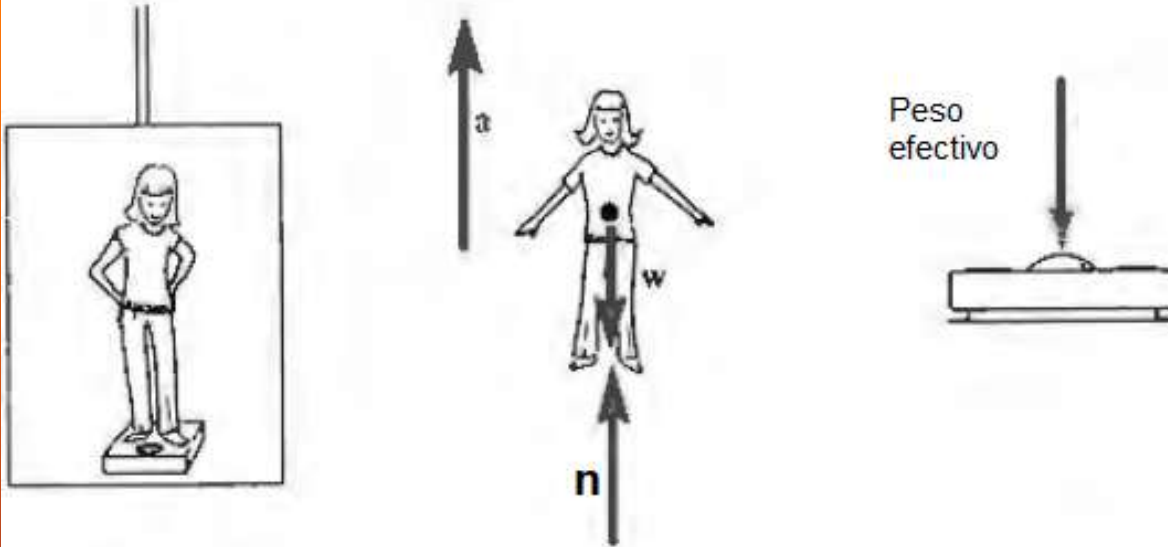
# Peso efectivo e ingravidez aparente

Cuando un ascensor empieza a moverse hacia arriba, acelera brevemente y a continuación sigue a velocidad constante hasta que se aproxima al piso deseado. Durante la aceleración hacia arriba nos sentimos más pesados que lo habitual. Análogamente, cuando la aceleración se dirige hacia abajo, sentimos como si nuestro peso se redujera.

Nuestro peso es la fuerza gravitatoria que sobre nosotros ejerce la Tierra, y ésta, claro está, no varía por el hecho de encontrarnos en el ascensor.

**Sin embargo, la percepción de nuestro peso viene determinada por las fuerzas que sobre nosotros ejerzan el suelo, la silla o lo que nos soporte.**

Estas fuerzas no son iguales al peso cuando estamos sometidos a una aceleración.



El **peso efectivo** de un objeto se define como la fuerza total que dicho objeto ejerce sobre un dinamómetro, o balanza de resorte.

Según la tercera ley de Newton del movimiento, ésta tiene el mismo módulo y sentido opuesto a la fuerza **n** que el dinamómetro ejerce sobre la persona o el objeto.

El vector correspondiente al peso efectivo =  $-n$

# Peso efectivo e ingravidez aparente



Pasajero de masa  $m$  viaja en ascensor que sube con aceleración  $a_y$ , una balanza da como peso aparente:  $n = m(g+a_y)$

El caso extremo caída libre:  $a_y = -g$

En este caso,  $n = 0$  y el pasajero siente que no tiene peso.

Un astronauta en órbita alrededor de la Tierra en su nave espacial experimenta **ingravidez aparente**.

En ambos casos, la persona no está verdaderamente en ingravidez (hay fuerza gravitacional); pero las sensaciones de las personas en caída libre son las mismas que experimentan los individuos cuando se encuentran en el espacio exterior sin experimentar gravedad.

## Ejercicio 3.7: Dentro de un ascensor

7.- Una mujer tiene 65 kg de masa, y está parada en el interior de un elevador en una báscula (balanza) de baño, calibrada en newton.

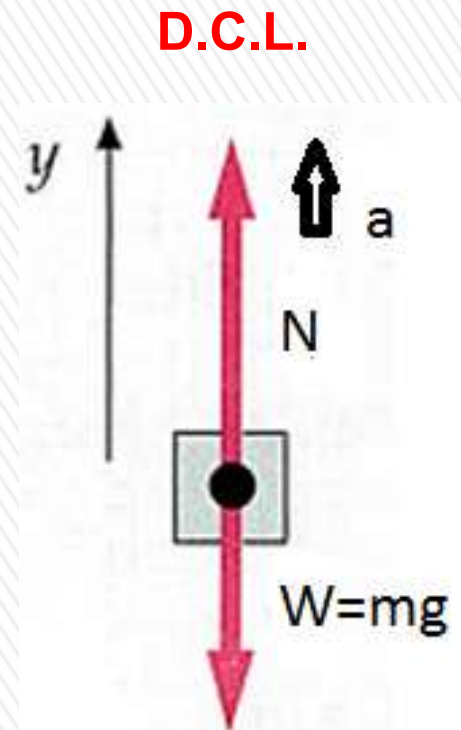
Calcule la indicación o lectura de la báscula en cada uno de los casos siguientes, y explique, en términos de las fuerzas que actúan sobre la báscula, por qué da esas lecturas:

- el elevador está estacionario
- el elevador acelera hacia arriba a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador acelera hacia abajo a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador desciende con velocidad constante
- el elevador cae libremente al romperse su cable.

¿Qué es lo que indica la balanza?

La balanza marca *la magnitud* de la fuerza hacia abajo ejercida *por la mujer sobre la balanza*; por la 3era. ley de Newton, es igual a la magnitud de la fuerza normal hacia arriba ejercida *por la báscula sobre la mujer*.

Por lo tanto, nuestra incógnita es la magnitud  $N$  de la fuerza normal: la cual es igual y opuesta en sentido al llamado *peso aparente*.



2da. Ley de Newton:  $ma = N - W$        $N = ma + W = ma + mg = m(a + g)$

7.- Una mujer tiene 65 kg de masa, y está parada en el interior de un elevador en una báscula (balanza) de baño, calibrada en newton.

Calcule la indicación o lectura de la báscula en cada uno de los casos siguientes, y explique, en términos de las fuerzas que actúan sobre la báscula, por qué da esas lecturas:

- el elevador está estacionario
- el elevador acelera hacia arriba a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador acelera hacia abajo a  $2,0 \text{ m/s}^2$
- el elevador desciende con velocidad constante
- el elevador cae libremente al romperse su cable.

$$N = m(a+g)$$

a) Si el elevador está estacionario,  $a = 0$  entonces  $N = m \cdot g = 65 \times 9,8 = 637 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $6,4 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 640 N)**

b)  $a = +2,0 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g+a) = 65 \times (9,8+2,0) = 767 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $7,7 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 770 N)**

c)  $a = -2,0 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g-a) = 65 \times (9,8-2,0) = 507 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $5,1 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 510 N)**

d)  $a = 0 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g) = 65 \times (9,8) = 637 \text{ N}$

**indicación de la balanza:  $6,4 \times 10^1 \text{ N}$  (lo que mostraría sería 640 N)**

e)  $a = -9,8 \text{ m/s}^2$  entonces  $N = m \cdot (g-g) = 65 \times (0) = 0 \text{ N}$

**indicación de la balanza: 0 N (lo que mostraría sería 0 N)**

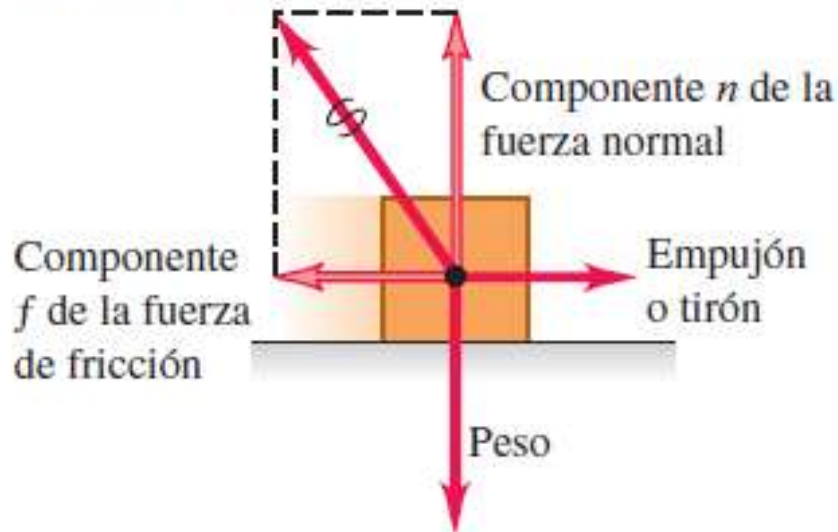


# FUERZAS DE FRICCIÓN

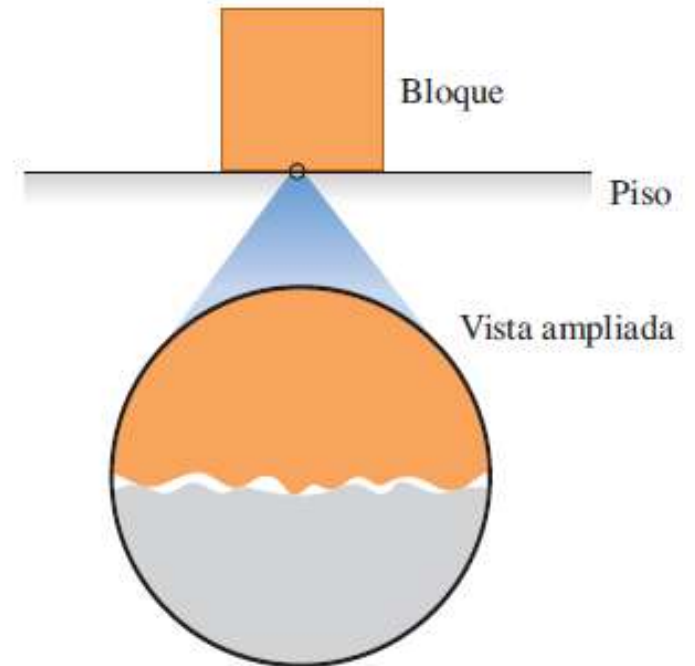
**5.17** Cuando se empuja el bloque o se tira de él sobre una superficie, esta última ejerce una fuerza de contacto sobre el bloque.

Las fuerzas de fricción y normal son realmente componentes de una sola fuerza de contacto.

Fuerza de contacto



**5.18** Las fuerzas normal y de fricción surgen de interacciones entre moléculas en los puntos elevados de las superficies del bloque y del piso.



A nivel microscópico, inclusive las superficies lisas son ásperas y tienden a “engancharse”.

Sin fricción entre los neumáticos y el asfalto, el automóvil no podría avanzar ni dar vuelta.

El arrastre del aire reduce el rendimiento del combustible en los automóviles, pero hace que funcionen los paracaídas.

Sin fricción, los clavos se desclavarían, las bombillas se desatornillarían sin esfuerzo, el hockey sobre hielo sería imposible y no podríamos caminar.

# Fricción cinética y estática

Cuando un cuerpo descansa o se desliza sobre una superficie, esta última ejerce una sola fuerza de contacto sobre el cuerpo, con componentes de fuerza perpendiculares y paralelas a la superficie.

La componente vectorial perpendicular es la **fuerza normal (n o N)**

La componente vectorial paralela a la superficie (y paralela) a es la **fuerza de fricción (f)**

Si la superficie no tiene fricción, entonces será cero, pero habrá todavía una fuerza normal. Las superficies sin fricción son una idealización inalcanzable.

**El sentido de la fuerza de fricción siempre es opuesta al movimiento relativo de las dos superficies.**

La fricción que actúa cuando un cuerpo se desliza sobre una superficie es **la fuerza de fricción cinética  $f_k$** .

Su magnitud se *determina en forma experimental es aproximadamente proporcional a la magnitud  $n$  de la fuerza normal.*

$$f_k = \mu_k n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción cinética})$$

$\mu_k$ : coeficiente de fricción cinético

# FUERZAS DE FRICCIÓN

**Tabla 5.1** Coeficientes de fricción aproximados

Materiales	Coefficiente de fricción estática, $\mu_s$	Coefficiente de fricción cinética, $\mu_k$
Acero sobre acero	0.74	0.57
Aluminio sobre acero	0.61	0.47
Cobre sobre acero	0.53	0.36
Latón sobre acero	0.51	0.44
Zinc sobre hierro colado	0.85	0.21
Cobre sobre hierro colado	1.05	0.29
Vidrio sobre vidrio	0.94	0.40
Cobre sobre vidrio	0.68	0.53
Teflón sobre teflón	0.04	0.04
Teflón sobre acero	0.04	0.04
Hule sobre concreto (seco)	1.0	0.8
Hule en concreto (húmedo)	0.30	0.25

Las fuerzas de fricción también actúa a pesar de que *no haya movimiento relativo*.

## Fuerza de fricción estática $f_s$ .

Los experimentos revelan que su valor máximo, llamado  $(f_s)_{máx}$ , es *aproximadamente proporcional a  $n$* ; llamamos **coeficiente de fricción estática** al factor de proporcionalidad  $\mu_s$ .

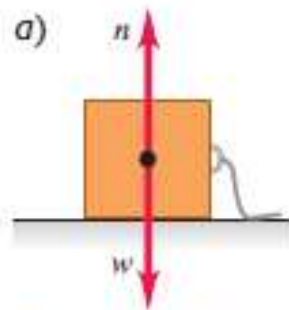
$$f_s \leq \mu_s n \quad (\text{magnitud de la fuerza de fricción estática})$$

**El coeficiente de fricción cinética suele ser menor que el de fricción estática para un par de superficies dado.**

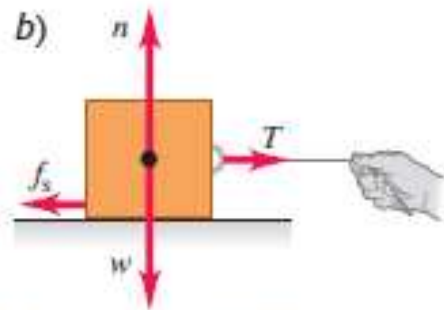
La **fuerza de fricción** es la que hace que una persona o animal pueda acelerar desde el reposo hasta una cierta velocidad de carrera. El valor máximo estará dado  $f_{smáx}$  para la aceleración inicial, y a  $f_k$  cuando ya está en movimiento.

# FUERZAS DE FRICCIÓN

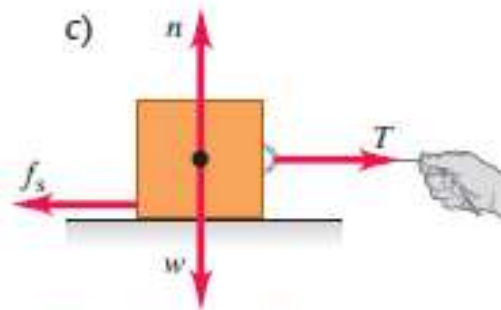
**5.19** a), b), c) Si no hay movimiento relativo, la magnitud de la fuerza de fricción estática  $f_s$  es igual o menor que  $\mu_s n$ . d) Si hay movimiento relativo, la magnitud de la fuerza de fricción cinética  $f_k$  es igual a  $\mu_k n$ . e) Gráfica de la magnitud de la fuerza de fricción  $f$  en función de la magnitud de  $T$  de la fuerza aplicada. La fuerza de fricción cinética varía un poco conforme se forman y se rompen los enlaces intermoleculares.



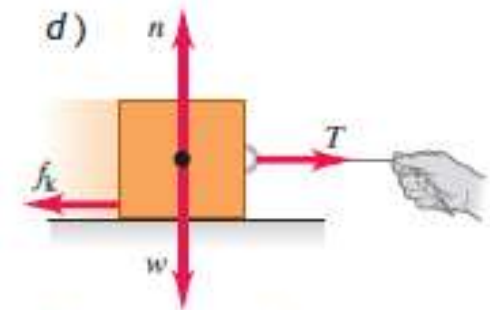
No se aplica fuerza,  
caja en reposo.  
Sin fricción:  
 $f_s = 0$



Fuerza aplicada débil,  
la caja permanece en reposo.  
Fricción estática:  
 $f_s < \mu_s n$

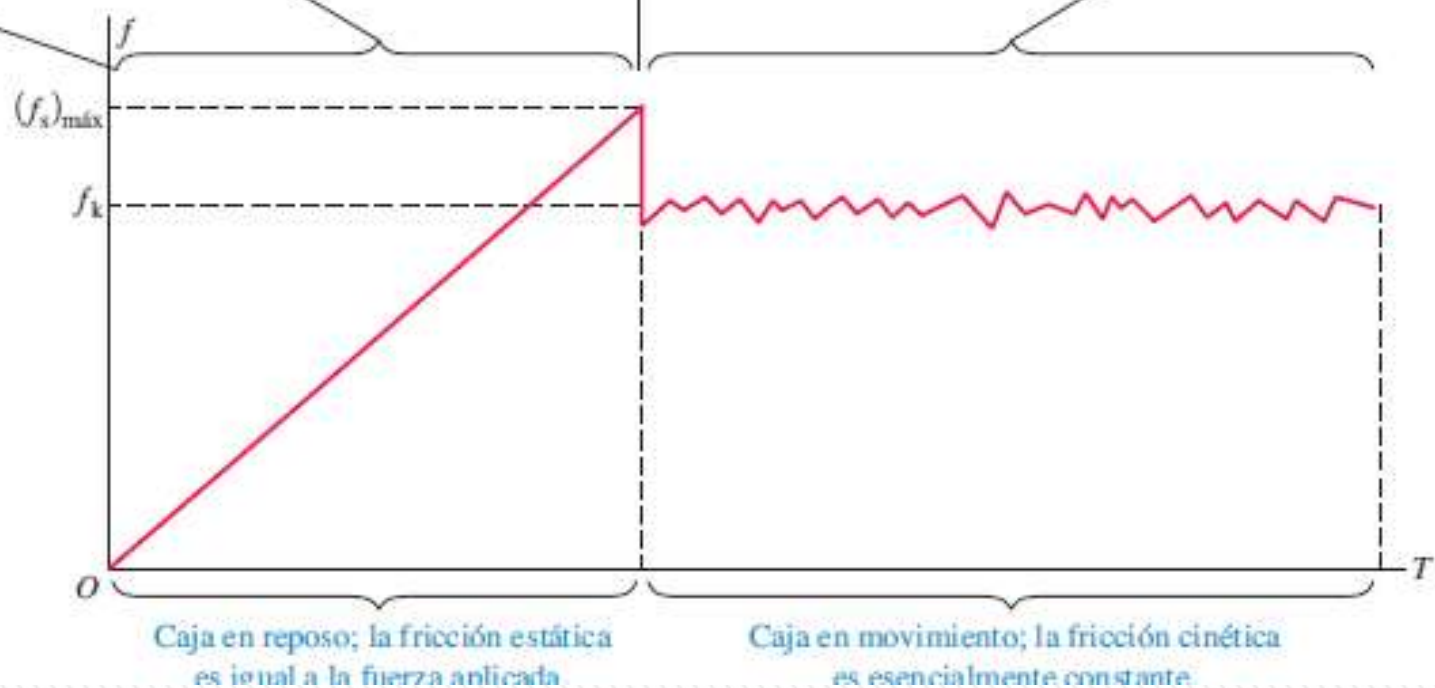


Mayor fuerza aplicada,  
caja a punto de deslizarse.  
Fricción estática:  
 $f_s = \mu_s n$



La caja se desliza  
con rapidez constante.  
Fricción cinética:  
 $f_k = \mu_k n$

e)



# DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE (D.C.L.)

**1. La 1era. ley de Newton y la 2da. se refieren a un cuerpo específico.**

Al usar la primera ley de Newton,  $\sum \vec{F} = 0$  , en una situación de

**equilibrio, o la segunda,  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$**  en una situación sin equilibrio,

debemos decidir desde un principio a qué cuerpo nos estamos refiriendo.

**2. Sólo importan las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.**

La sumatoria  $\sum \vec{F}$  incluye todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en cuestión.

Por lo tanto, una vez elegido el cuerpo que analizará, tendremos que identificar todas las fuerzas que actúan sobre él.

Por ejemplo, para analizar a una persona que camina, incluiríamos en la fuerza que el suelo ejerce sobre la persona al caminar, pero *no la fuerza que la persona ejerce sobre el suelo.*

# DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE (D.C.L.)

## 3. Los DCL son indispensables para identificar las fuerzas relevantes.

**Diagrama de cuerpo libre (DCL)** es un diagrama que muestra **solamente** el cuerpo elegido, “libre” de su entorno, con vectores que muestran las magnitudes y direcciones de todas las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo por todos los cuerpos que interactúan con él.

*Se debe incluir todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, y cuidar de no incluir fuerzas que el cuerpo ejerza sobre otro cuerpo.*

**Las dos fuerzas de un par acción-reacción nunca deben aparecer en el mismo DCL** porque nunca actúan sobre el mismo cuerpo.

Tampoco se incluyen las fuerzas que un cuerpo ejerce sobre sí mismo, ya que estas no pueden afectar su movimiento.



# Algunos tips a tener en cuenta:

**1) Tercera ley de Newton: Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes.**

**2) Diagrama de cuerpo libre (DCL).**

La etapa más importante en la resolución de un problema que utiliza las leyes de Newton es dibujar un bosquejo adecuado, el diagrama de cuerpo libre.

**3) El signo igual se usa en situaciones limitadas:  $f_E \leq \mu_E \cdot n$**

En esta el signo igual se usa sólo en caso de que las superficies estén a punto de liberarse y comiencen a deslizarse.

No caiga en la trampa común de usar  $f_E = \mu_E \cdot n$  en cualquier situación estática.

**4) Ecuaciones de fricción no son ecuaciones vectoriales.**

**5) Sentido de la fuerza de fricción: la fuerza de fricción en un objeto es opuesta a su movimiento o al movimiento inminente en relación con la superficie”.**

**6) Es un error decir que la fuerza de fricción se opone al movimiento!!**