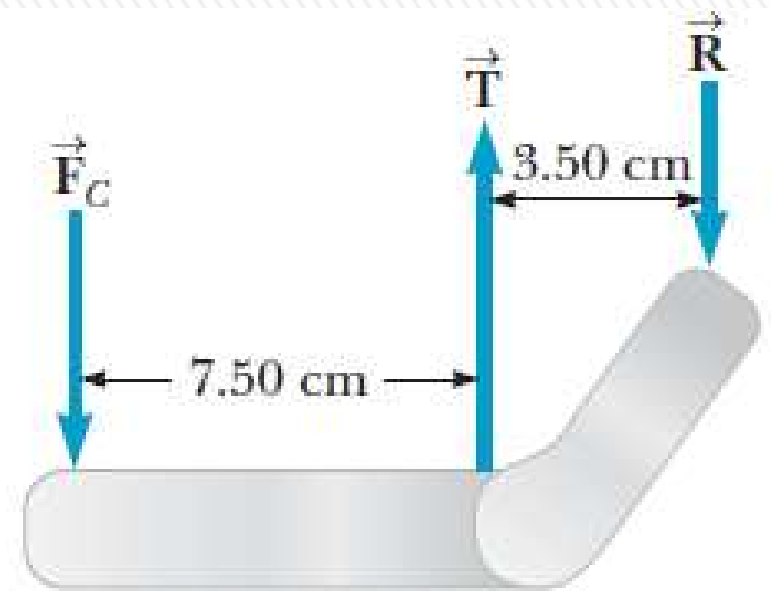
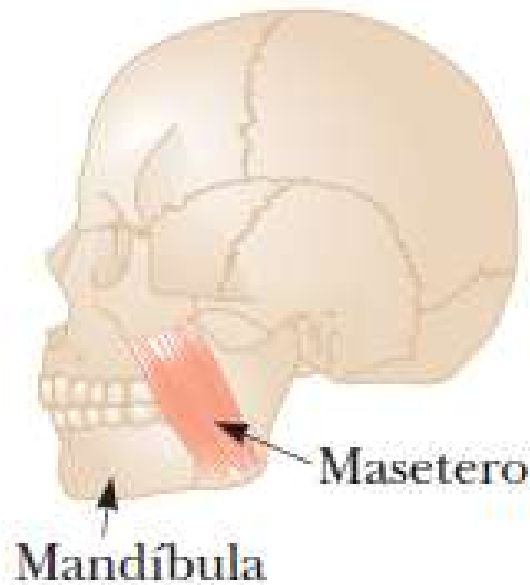
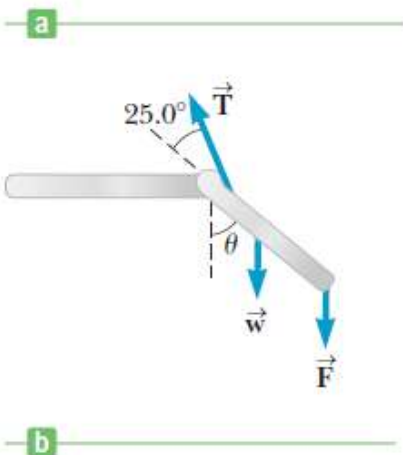
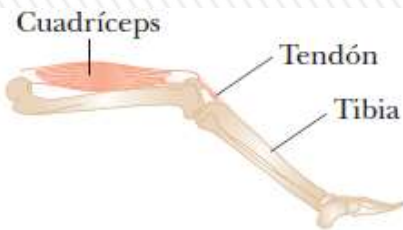
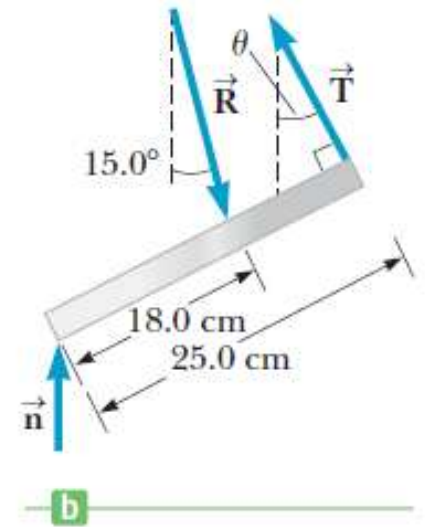


10- EQUILIBRIO ESTÁTICO

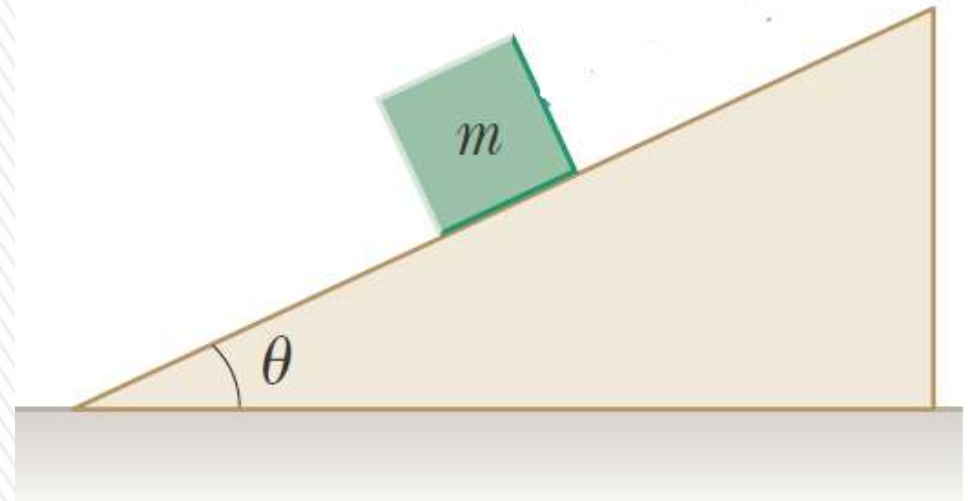


$$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$



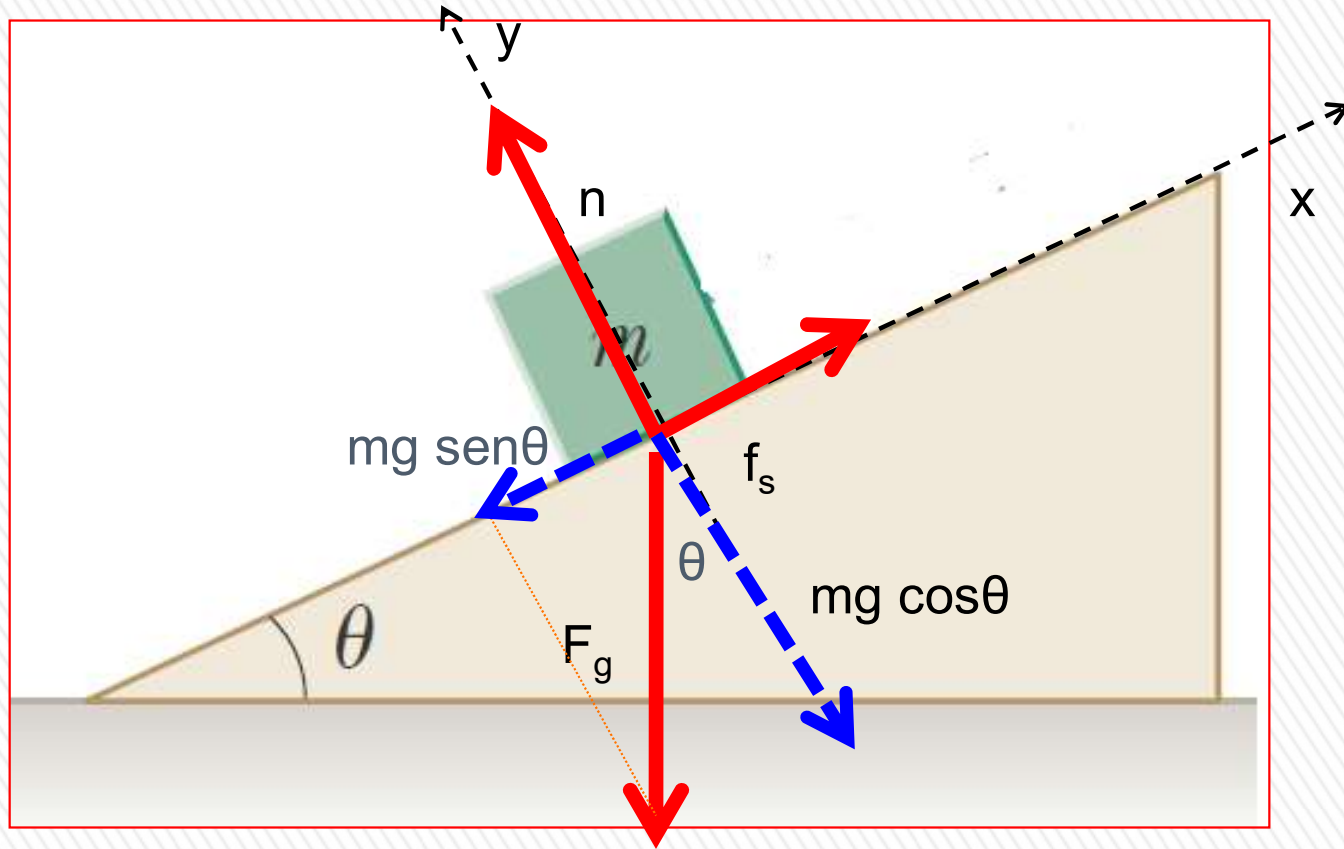
Ejemplo: determinación de coeficientes de fricción

Suponga que un bloque con masa de $m = 2,50 \text{ kg}$ está en reposo sobre una rampa. Si el coeficiente de fricción estática entre el bloque y la rampa es $\mu_s = 0,350$, ¿cuál es el ángulo máximo θ_m que la rampa puede formar con la horizontal antes de que el bloque empiece a deslizarse hacia abajo?



- Es una aplicación de la segunda ley de Newton, con la particularidad que busco el ángulo θ máximo, para que el bloque se quede en equilibrio.
- Voy a elegir sistema de coordenadas inclinadas, con el eje x, según la dirección del plano inclinado.
- Realizo el DCL.
- Analizo la situación en que el bloque está a punto de deslizarse cuando la fuerza de fricción estática toma su valor máximo: $f_s = \mu_s \cdot n$.
- *Planteo la 2da. Ley de Newton para c/u de los ejes (asumo que estoy en marco referencia inercial)*

Ejemplo: determinación de coeficientes de fricción



El peso. F_g vale mg

Planteo la 2da. Ley de Newton para c/u de los ejes:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_x \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = m \cdot a_y \quad (2)$$

En este caso como queremos que esté en equilibrio: $a_x = a_y = 0$

$$x) f_s - mg \sen\theta = 0 \quad f_s = mg \sen\theta \quad (3)$$

$$y) n - mg \cos\theta = 0 \quad n = mg \cos\theta \quad (4)$$

Recordar que en general f_s es menor o igual a $\mu_s n$

Como estoy considerando la condición límite: $f_s = \mu_s n$ $\mu_s n = mg \sen\theta$ (3')

$$\text{Dividiendo (3')/(4):} \quad \frac{\mu_s n}{n} = \frac{mg \sen\theta}{mg \cos\theta} \quad \mu_s = \tan\theta \quad \theta = \tan^{-1} \mu_s$$
$$\theta = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} 0,350 = 19,3^\circ$$

Ejemplo: ejercicio 3.6

6.- Considere dos bloques del mismo material, uno con el doble de masa que el otro, que son colocados en una rampa inclinada, de forma que permanecen en reposo.

- Si se aumenta el ángulo de la rampa con la mesa, ¿cuál de los dos bloques cae primero?
- ¿Cómo cambian los ángulos a los cuales comienzan a deslizar si la superficie es más rugosa?
- ¿Cómo se podría determinar el coeficiente de rozamiento estático entre la superficie del bloque y la de la rampa a partir de la experiencia?

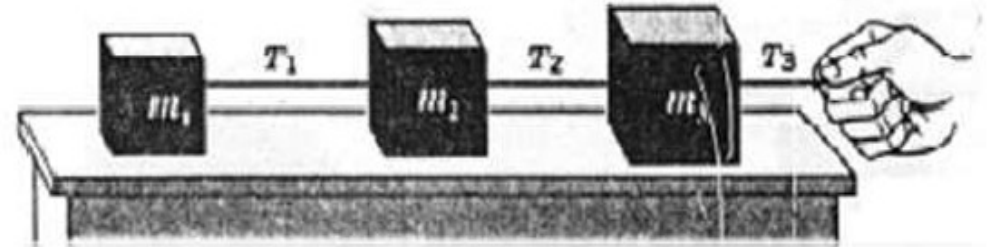
a) Por lo visto en el ejemplo, no depende la masa del bloque.

b) Si la superficie se hace más rugosa, aumenta μ_s y por tanto el ángulo θ puede crecer.

c) Voy variando el ángulo θ , hasta que comienza a deslizar, cuándo sucede eso, mido el ángulo y el coeficiente de fricción estático valdrá la tangente de dicho ángulo.



Ejercicio 3.5



Tres bloques están unidos como se muestra en la figura sobre una mesa horizontal carente de fricción y son jalados hacia la derecha con una fuerza $T_3 = 6,50 \text{ N}$. Si $m_1 = 1,20 \text{ kg}$, $m_2 = 2,40 \text{ kg}$ y $m_3 = 3,10 \text{ kg}$, calcule:

- la aceleración del sistema
- las tensiones T_1 y T_2 .

a) Los tres bloques se mueven juntos, entonces considero el conjunto de los tres bloques, con una masa $M = 1,20 + 2,40 + 3,10 = 6,70 \text{ kg}$. Sobre este conjunto, sólo actúa como fuerza externa horizontal T_3 . Por tanto al aplicar la 2da ley de Newton al conjunto: $Ma = T_3$

$$a = T_3 / M = 6,50 / 6,70 = 0,970 \text{ m/s}^2$$

$$a = 0,970 \text{ m/s}^2$$

b) Los tres bloques se mueven juntos, por lo que todos tienen la misma aceleración que la del conjunto.

Por tanto al aplicar la 2da ley de Newton al primer bloque: $m_1 a = T_1$

$$T_1 = m_1 a = (1,20 \text{ kg}) (0,970 \text{ m/s}^2) = 1,16 \text{ N}$$

Por tanto al aplicar la 2da ley de Newton al segundo bloque: $m_2 a = T_2 - T_1$

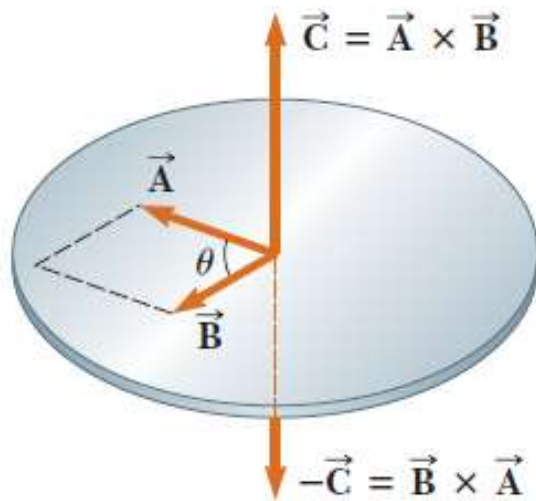
$$T_2 = m_2 a + T_1 = (2,40 \text{ kg}) (0,970 \text{ m/s}^2) + 1,16 = 3,49 \text{ N}$$

$$T_1 = 1,16 \text{ N}$$

$$T_2 = 3,49 \text{ N}$$

PRODUCTO VECTORIAL

Es otro vector **C** cuyo módulo vale $C = AB \sin \theta$, es perpendicular al plano determinados por los vectores **A** y **B**, y sentido dado por la regla de la mano derecha.



Regla de la mano derecha



$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$C = AB \sin \theta$$

Producto vectorial entre versores

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \mathbf{0}$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$

PRODUCTO VECTORIAL- Propiedades

1- No es conmutativo, en realidad es anticonmutativo: $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

2- El producto vectorial de dos vectores paralelos ($\theta = 0$ ó 180°) es nulo.

3- El módulo del producto vectorial de dos vectores perpendiculares es igual al producto de los módulos.

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB.$$

4- El producto vectorial cumple con la propiedad distributiva respecto a la suma:

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

5- Producto vectorial a través de componentes de los vectores:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

$$\begin{aligned}\vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x \hat{i} \times B_x \hat{i} + A_x \hat{i} \times B_y \hat{j} + A_x \hat{i} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_y \hat{j} \times B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \times B_y \hat{j} + A_y \hat{j} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_z \hat{k} \times B_x \hat{i} + A_z \hat{k} \times B_y \hat{j} + A_z \hat{k} \times B_z \hat{k}\end{aligned}$$



PRODUCTO VECTORIAL

El producto vectorial también puede expresarse en forma de determinante:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

CALMA:

Hemos introducido el producto vectorial para formalizar la definición física del torque, y de otras cantidades físicas que veremos próximamente como el momento angular...

Pero en los hechos no deberemos hacer uso de este manejo algebraico, sino limitarnos a sus propiedades fundamentales-



ESTÁTICA

Estática: estudio de las fuerzas que actúan sobre un objeto que está en equilibrio y en reposo.

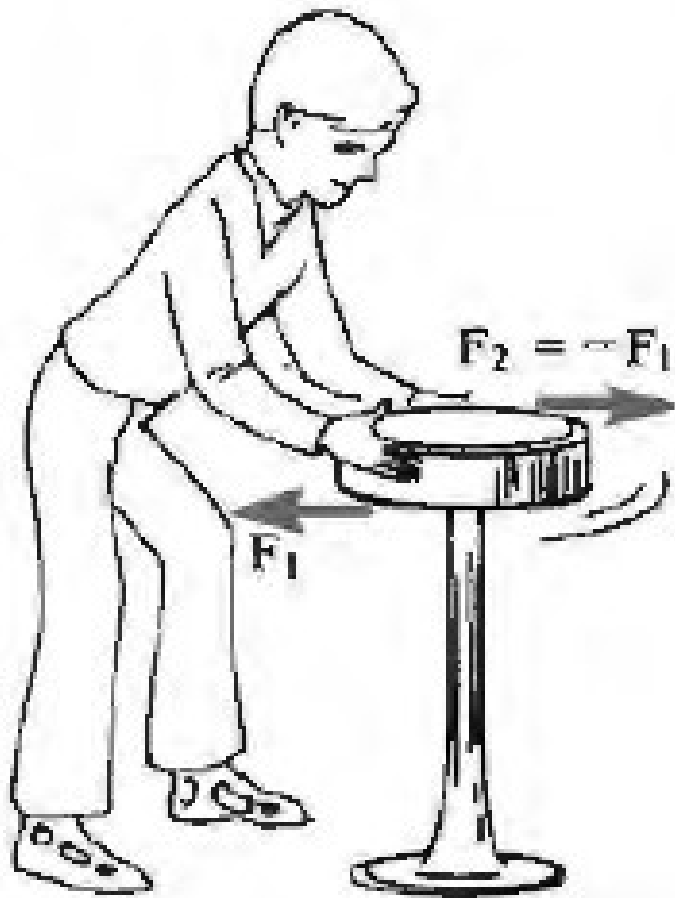
Explica la **multiplicación de fuerzas** o **ventaja mecánica** obtenida con **las máquinas simples**, (palancas, sistemas de poleas), analiza el **equilibrio y estabilidad**.

Analizaremos las condiciones de equilibrio de un **sólido rígido** (o simplemente **rígido**): **objeto ideal que ocupa un lugar en el espacio y que no cambia su forma ni su tamaño al ser sometido a diferentes esfuerzos (modelo)**.

Objetos reales: constituidos por partículas (átomos y moléculas) que se mantienen unidas por fuerzas que actúan entre ellas, pudiendo vibrar o deformarse.

Objetos sólidos como rocas, huesos o vigas de acero son suficientemente rígidos como para que dichas **deformaciones resulten despreciables.**

Momento o torque



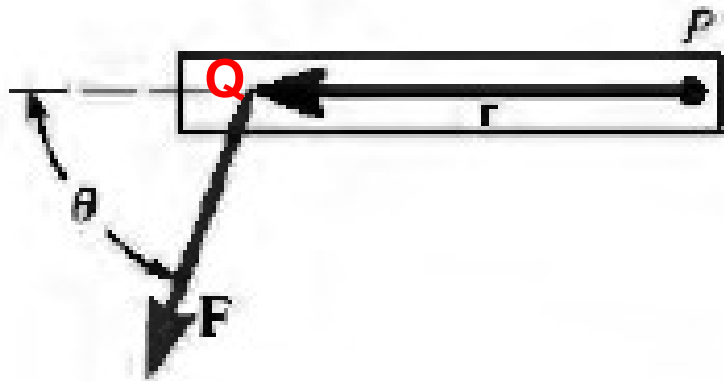
Taburete giratorio, aplico dos fuerzas iguales y opuestas F_1 y F_2 en lados opuestos del asiento, éste empieza a girar...

El asiento no permanece en reposo aún cuando la fuerza neta sea cero!!!

Por tanto además de $\Sigma \mathbf{F} = 0$, (fuerza neta igual a cero) necesitamos otra condición de equilibrio para excluir la posibilidad de rotación.

La magnitud que indica la capacidad de una fuerza para producir rotación se llama **momento de torsión (momento) o torque**.

Un sólido rígido está en equilibrio de rotación cuando no actúa sobre él ningún momento o torque neto.



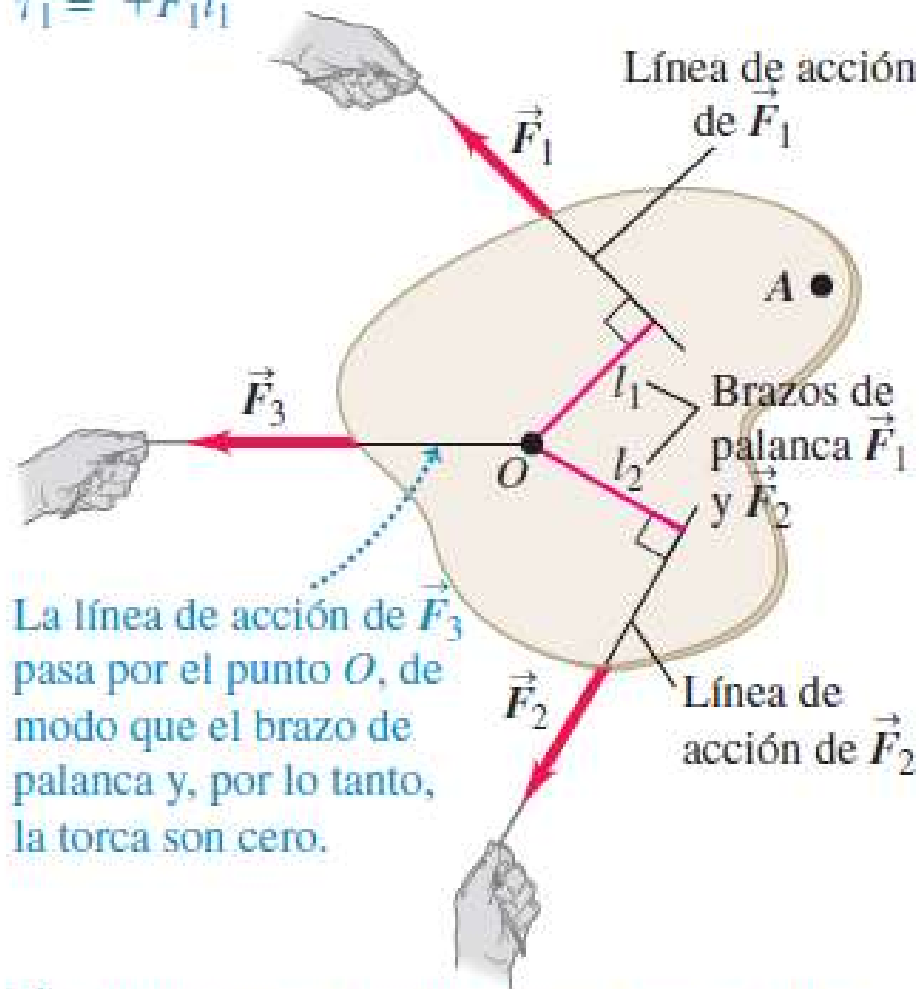
El **momento** o **torque** o **torca** τ depende de la **fuerza** F , de la **distancia** r desde un punto del eje de rotación hasta el punto en que actúa la fuerza y del **ángulo** θ entre r y F .

El módulo del momento o torque alrededor del punto P vale: $\tau = r.F \text{sen } \theta$
Y veremos que corresponde al módulo de un **producto vectorial**.

MOMENTO O TORQUE (τ)

\vec{F}_1 tiende a provocar una rotación en *sentido antihorario* alrededor del punto O , por lo que su torca es *positiva*:

$$\tau_1 = +F_1 l_1$$



La línea de acción de \vec{F}_3 pasa por el punto O , de modo que el brazo de palanca y, por lo tanto, la torca son cero.

\vec{F}_2 tiende a producir una rotación en *sentido horario* alrededor del punto O , por lo que su torca es *negativa*: $\tau_2 = -F_2 l_2$

La tendencia de F_1 , en provocar una rotación alrededor de O *depende*: del *módulo* de F_1 , y de la *distancia perpendicular* l_1 (entre el punto O y la *línea de acción* de la fuerza) que es el **brazo de palanca o brazo de momento**.

Se usa la letra griega τ (tau) para representar el torque.

$$\tau = F l$$

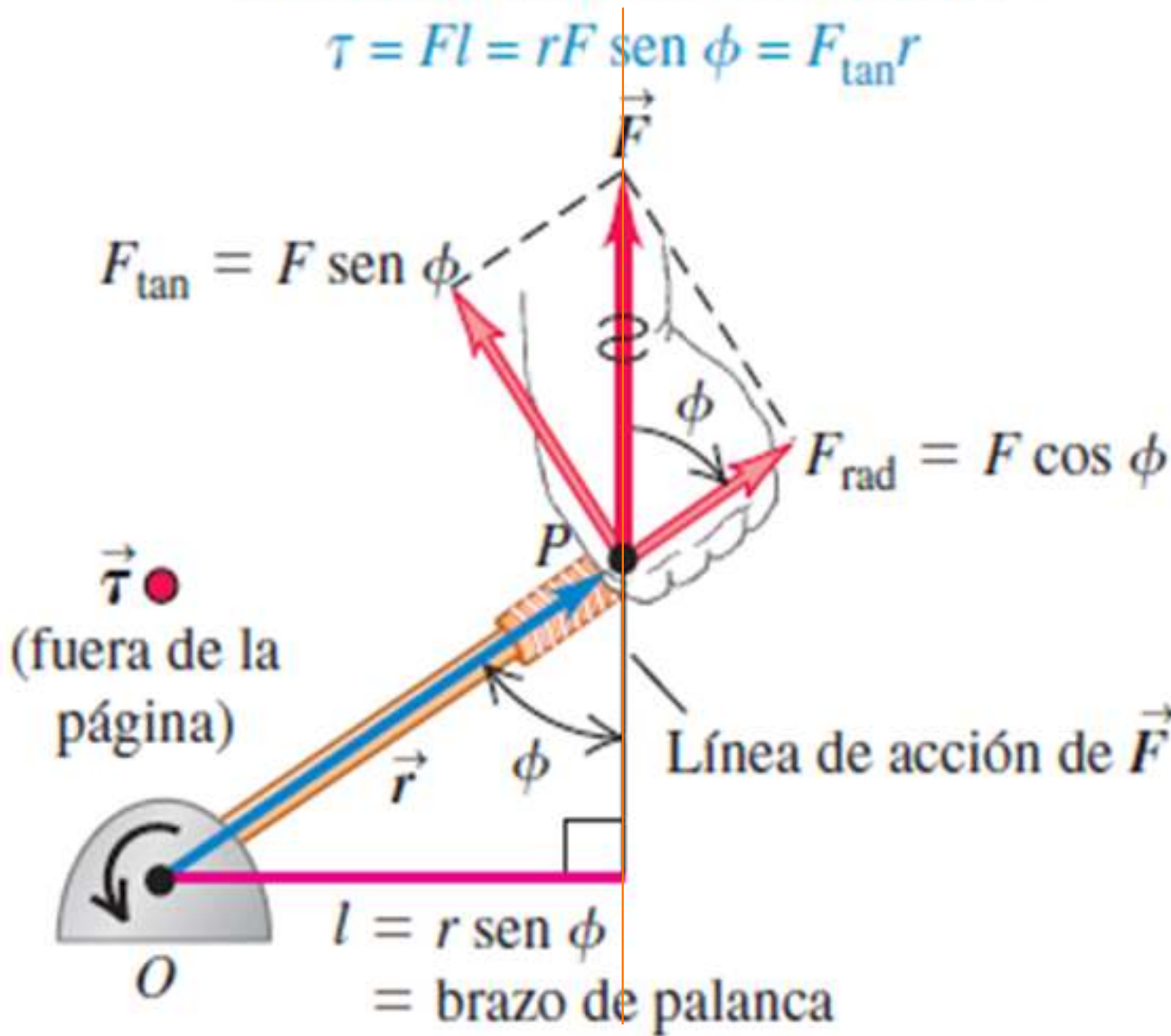
CUIDADO ! El torque siempre se mide con respecto a un punto.

Si modificamos la posición de este punto, el torque de cada fuerza también cambia.

MOMENTO O TORQUE (τ)

Tres maneras de calcular la torca:

$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{\text{tan}} r$$



3 formas para calcular el torque:

1) Encontrar el brazo de palanca l y utilizar

$$\tau = Fl.$$

2. Determinar el ángulo Φ entre los vectores r y F ; el brazo de palanca es $r \text{ sen } \Phi$, por lo que

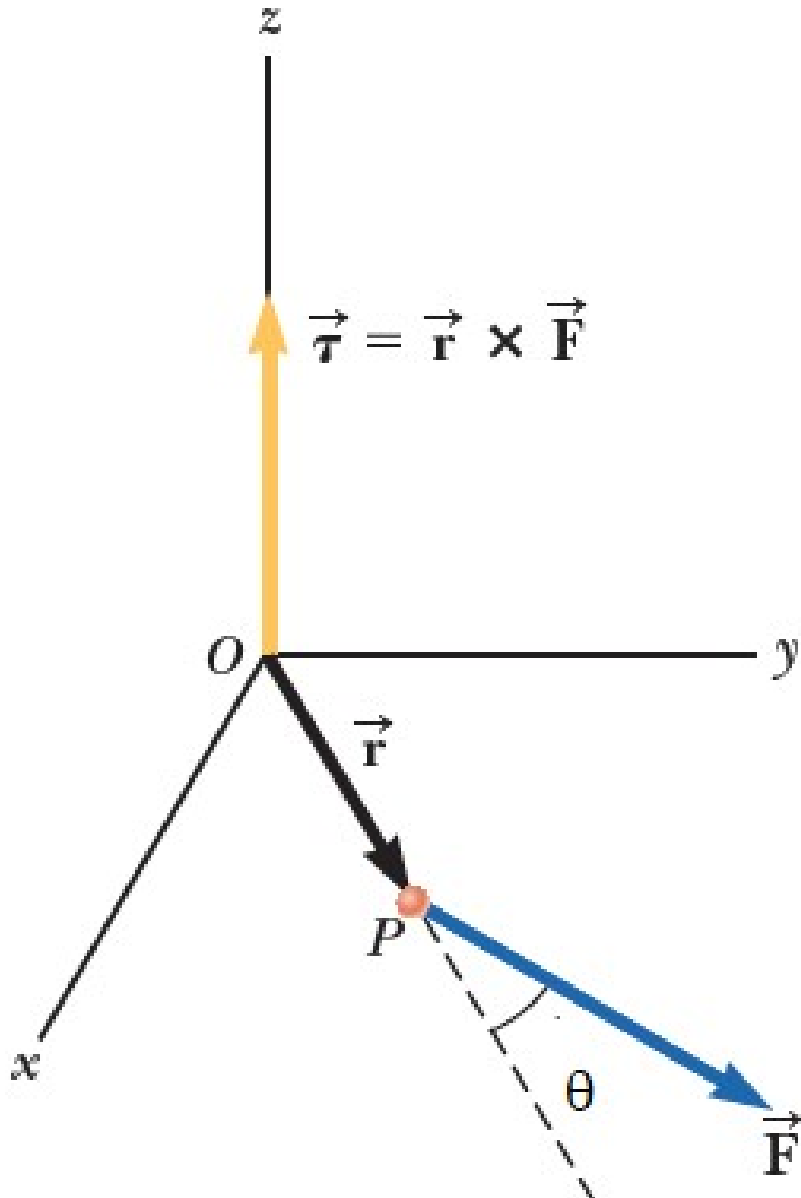
$$\tau = rF \text{ sen } \Phi.$$

3. Descomponer F en F_{tan} y F_{rad} con respecto a la dirección de r .

$$\tau = r(F \text{ sen } \Phi) = r \cdot F_{\text{tan}}.$$

$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{\text{tan}} r$$

MOMENTO O TORQUE (τ)



Torca, torque, momento de torsión o simplemente momento de una fuerza: medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza para provocar o modificar el movimiento de rotación de un cuerpo.

Se define el torque de la fuerza \mathbf{F} , que se aplica en el punto P , respecto al punto O como el producto vectorial del vector \mathbf{r} (que va desde O a P) por la fuerza \mathbf{F} .

$$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

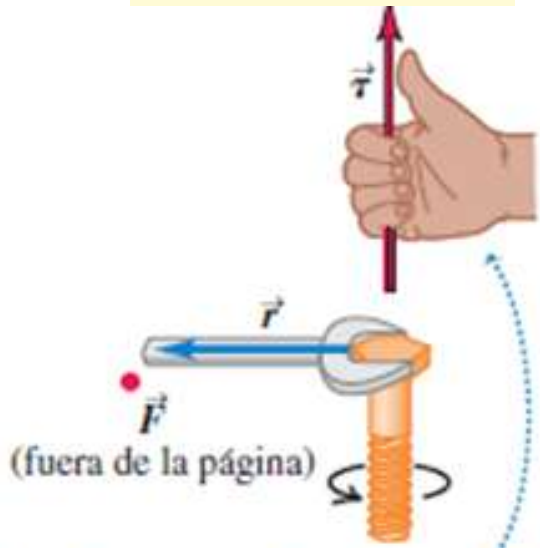
El módulo del torque vale:

$$\tau = r.F \text{sen } \theta$$

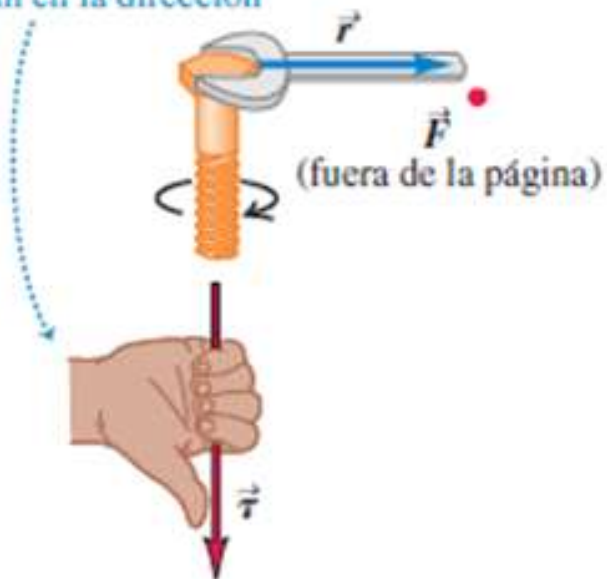
La magnitud, dirección y punto de aplicación de la fuerza son importantes para provocar la rotación.

MOMENTO O TORQUE (τ)

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Si usted apunta con los dedos de la mano derecha en la dirección de \vec{r} y luego los entrosca en la dirección de \vec{F} , sus pulgares extendidos apuntarán en la dirección de $\vec{\tau}$.



Los torques pueden provocar rotación en cualquier *sentido* (*antihorario u horario*).

Se debe **elegir un sentido de giro positivo**. Habitualmente se elige que los **torques en sentido antihorario son positivos**.

La **unidad del SI del torque es el newton-metro**.

Como el torque *no es trabajo ni energía* se expresa en **newton-metros, no en joules**.

Vectores perpendiculares al plano
(x) entrante al plano
(•) saliente al plano



CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Dos condiciones de equilibrio: Condiciones necesarias y suficientes.

$$\sum \bar{F} = 0$$

$$\sum \bar{\tau} = 0$$

Alrededor de cualquier punto

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

Situaciones en las que un cuerpo rígido está en reposo (sin traslación ni rotación):
equilibrio estático.

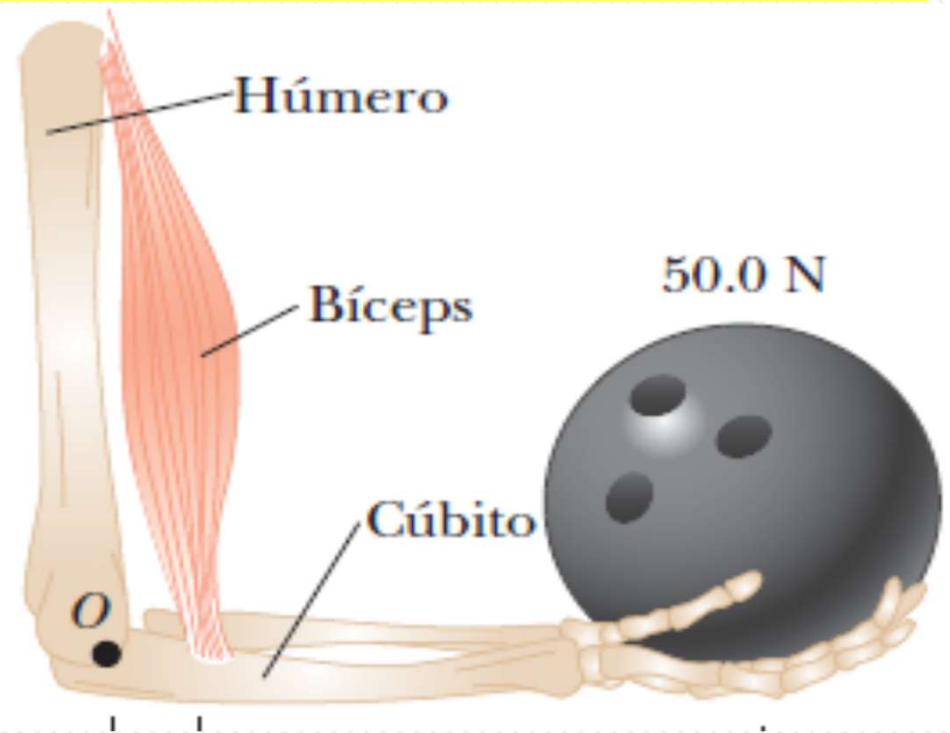
Las mismas condiciones son válidas para un cuerpo rígido con movimiento de *traslación* uniforme (sin rotación).

- 1) La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el rígido es cero.
- 2) la suma de los torques con respecto a cualquier punto debe ser cero.

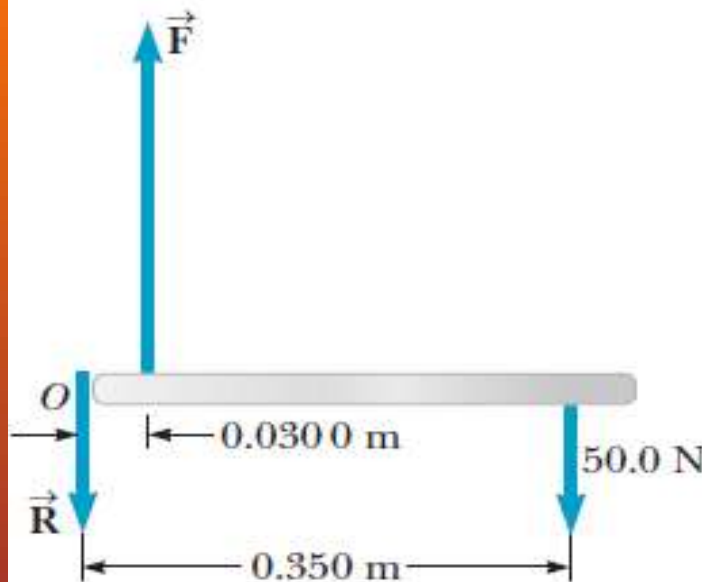
Centro de gravedad (C.G): Punto en el cual se puede considerar aplicado el peso w del cuerpo, de modo que el torque con respecto a cualquier punto producido por el peso así aplicado, es el mismo que el efecto que produce el peso distribuido en todo el cuerpo.

Ejercicio 3.10

Una bola de boliche de 50,0 N se sostiene en la mano de una persona con el antebrazo en posición horizontal, como se muestra en la figura. El músculo del bíceps se une a 30,0 mm del empalme y la bola está a 35,0 cm de éste. Encuentre la fuerza ascendente F ejercida por el bíceps sobre el antebrazo (el cúbito) y la fuerza hacia abajo R ejercida por el húmero sobre el ante brazo, actuando en el empalme. Desprecie el peso del antebrazo y la leve desviación de la vertical del bíceps.

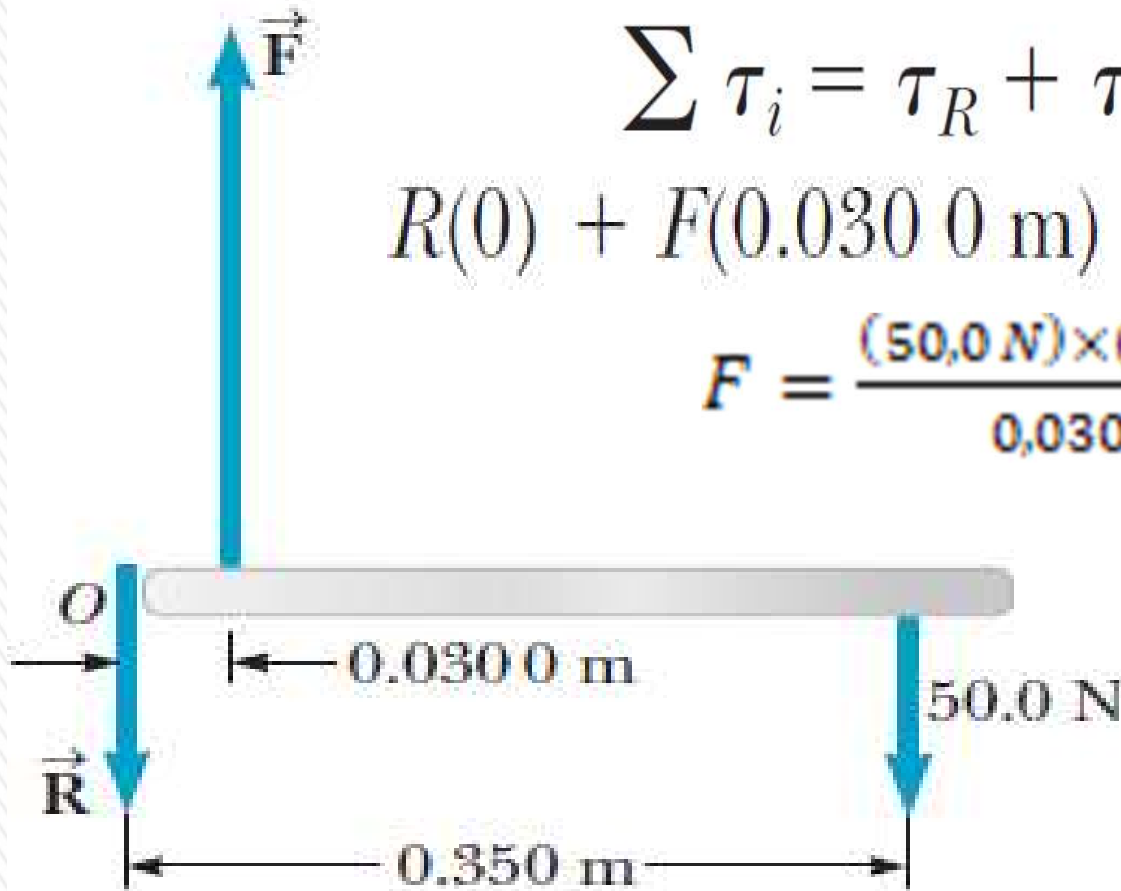


Empecemos haciendo el D.C.L. de la situación:



Las fuerzas que actúan sobre el antebrazo son equivalentes a las que actuarían sobre una barra de longitud 0,350 m, como se muestra: Elijo las coordenadas x y y de manera usual como se muestra y el eje en O en el extremo izquierdo, y uso las condiciones de equilibrio para establecer ecuaciones que involucren a las incógnitas F y R . La sumatoria de los torques respecto a cualquier punto debe ser cero, por lo que elijo respecto al punto O .

Ejercicio 3.10



$$\sum \tau_i = \tau_R + \tau_F + \tau_{BB} = 0$$

$$R(0) + F(0.0300\text{ m}) - (50.0\text{ N})(0.350\text{ m}) = 0$$

$$F = \frac{(50.0\text{ N}) \times (0.350\text{ m})}{0.0300\text{ m}} = 583,33\text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -R + F - 50,0\text{ N} = 0$$

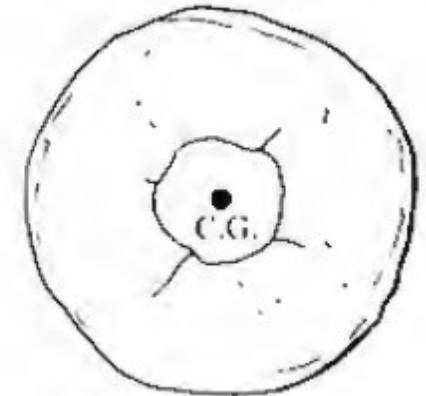
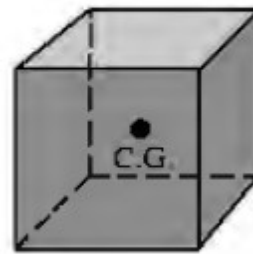
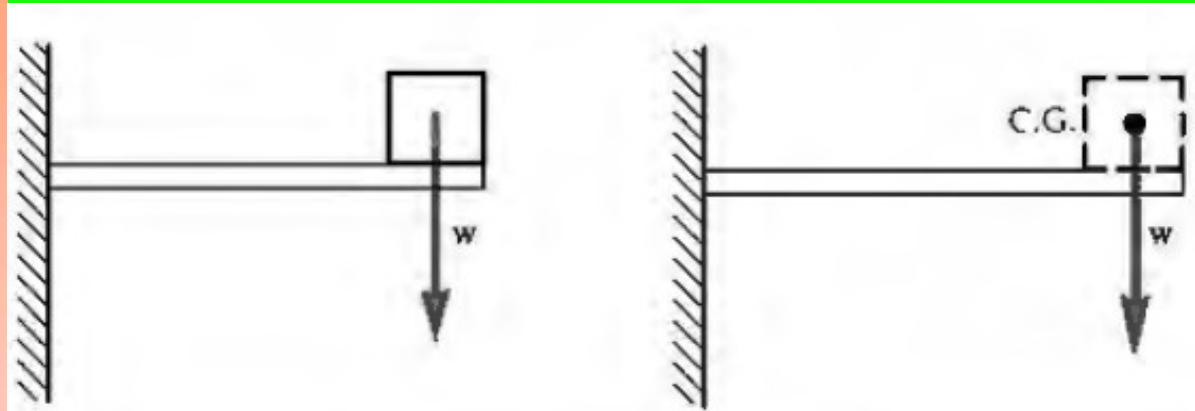
$$R = F - 50,0\text{ N} = 583,33 - 50,0 = 533,33\text{ N}$$

$$F = 583\text{ N} \quad R = 533\text{ N}$$

CENTRO DE GRAVEDAD (C.G.)

El torque con respecto a cualquier punto producido por el peso de un objeto extenso es igual al que produciría un objeto puntual con su mismo peso y situado en un punto llamado **centro de gravedad (C.G.) o baricentro**.

Es decir que el C.G. representa el punto donde se puede considerar concentrado todo el peso



Los C.G. de objetos simétricos y densidad uniforme coinciden con sus centros geométricos.

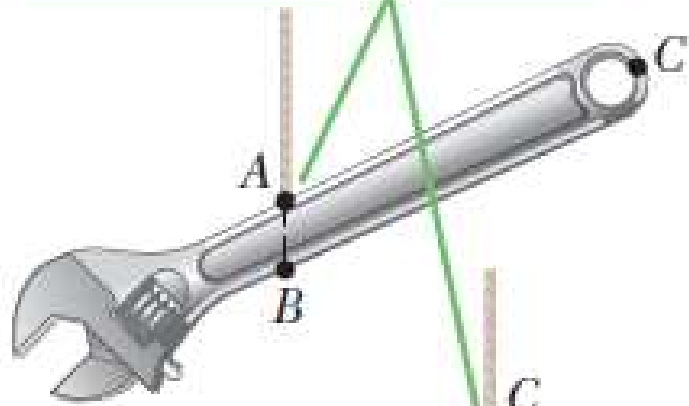
Para objetos no simétricos, el C.G. puede calcularse matemáticamente o localizarse experimentalmente.

Un objeto suspendido siempre cuelga de manera que su C.G. se encuentra directamente por debajo del punto de suspensión, ya que en esta posición el torque que resulta del peso con respecto a ese punto es cero.

Esta observación proporciona una manera de localizar el C.G. experimentalmente.

CENTRO DE GRAVEDAD

La llave se cuelga libremente a partir de dos diferentes pivotes, *A* y *C*.

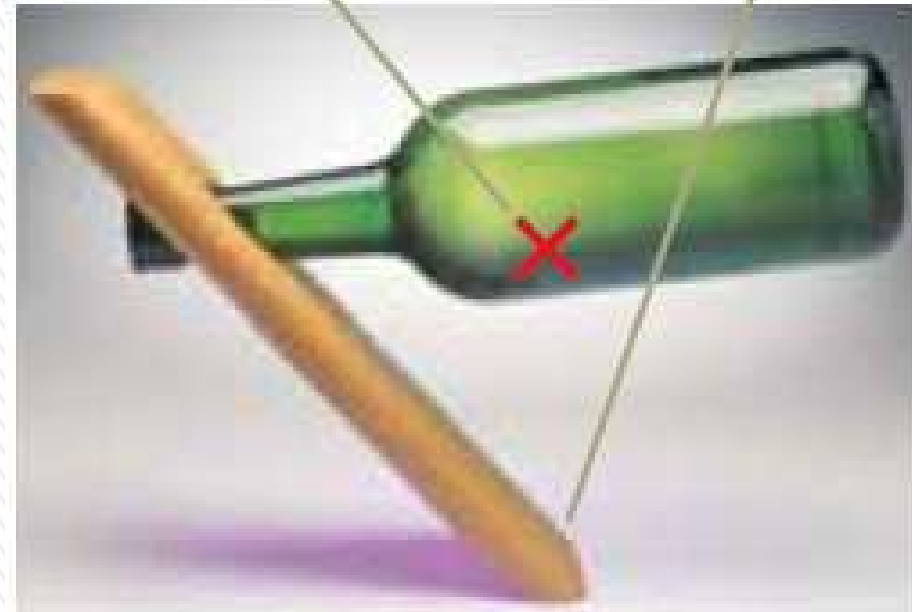


La intersección de las dos líneas verticales, *AB* y *CD*, localiza el centro de gravedad.



Una técnica experimental para determinar el centro de gravedad de una llave.

El centro de gravedad del sistema (botella más soporte) está directamente arriba del punto de soporte.



Este soporte de una botella de vino es una sorprendente muestra de equilibrio estático.

CENTRO DE GRAVEDAD

