

## Tercer ejercicio de entrega. Sistemas no holónomos y conservación

## Entrega Grupo 1

*Simetrías del Lagrangiano*

Considera una partícula de masa  $m$  en movimiento unidimensional, sometida a un potencial  $V(x) = -\frac{a}{x^2}$ .

1. Determina el Lagrangiano usando  $x$  como coordenada generalizada y escribe la acción entre tiempo  $t_0$  y  $t_f$  genéricos.
2. ¿Se conserva la función energía  $h$ ? ¿Cómo se relaciona con la energía mecánica del sistema?
3. Prueba que la acción es invariante bajo la transformación  $x \rightarrow e^\alpha x$  y  $t \rightarrow e^{2\alpha} t$ , siendo  $\alpha$  un parámetro real (no necesariamente pequeño). Obtén la cantidad conservada asociada a esta simetría según el teorema de Noether.
4. Prueba que la acción es cuasi-invariante (es decir, invariante a menos de una derivada total), bajo la transformación  $x \rightarrow x - \epsilon t x$  y  $t \rightarrow t + \epsilon t^2$  donde  $\epsilon$  es un parámetro pequeño. Obtén la cantidad conservada asociada.
5. Usando los dos resultados anteriores obtén directamente  $x(t)$  (sin resolver la ecuación de Euler-Lagrange). ¿Son independientes todas las cantidad conservadas? Justifica.

*Rúbrica para calificación de entregas:* será **Muy Insuficiente** un trabajo que no logre cubrir los cinco puntos de la propuesta o lo haga con errores conceptuales graves. Será **Insuficiente** un trabajo que logre cubrir los cinco puntos con algunos errores conceptuales o con errores de cálculo importantes. Será **Aceptable** un trabajo que logre completar los cinco puntos con errores de cálculo o conceptuales menores y sea presentado de forma prolija. Será **Bueno** un trabajo que logre cubrir los cinco puntos sin errores y sea presentado de forma prolija. Será **Muy bueno** un trabajo que logre desarrollar los cinco puntos sin errores, con claridad en los conceptos y con una presentación prolija. Será **Excelente** un trabajo que logre cubrir los cinco puntos con total claridad y prolijidad, sin errores, de manera que el material sea un insumo para explicar el tema a otros estudiantes.