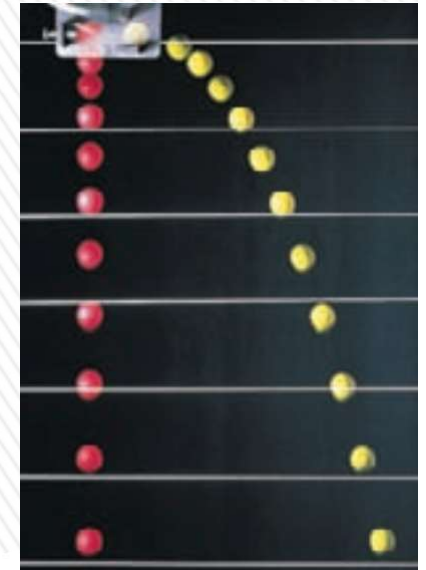
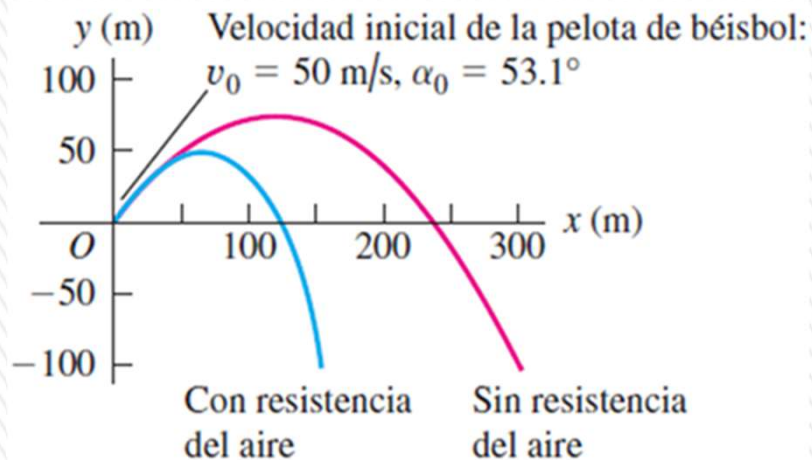
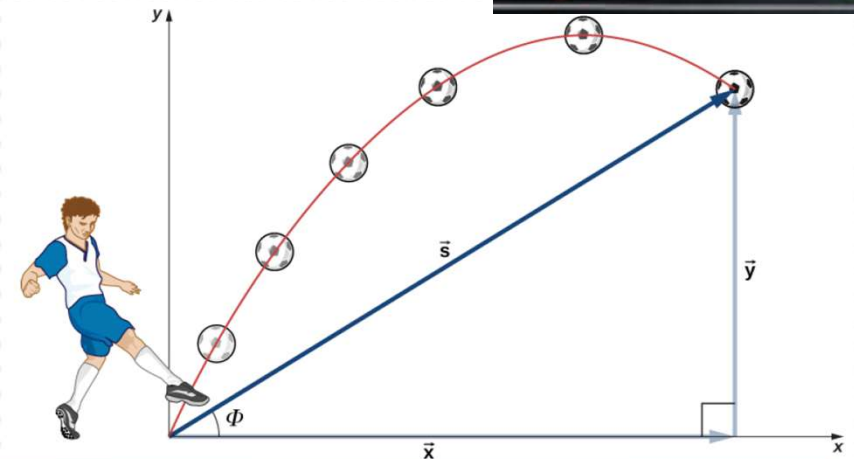


Curso Física 1 para Bio-Geociencias (FI252) 2026

Clase N° 7



La clase pasada: Hicimos ejemplos de caída libre, vimos salto vertical y propiedades de vectores y analizamos las variables para el movimiento en más de una dimensión.



Evaluación corta N° 1: la hacemos el jueves 16/04

**Clases de consultas generales virtuales: miércoles de 17:30 a 19:00
por Zoom (enlace de clase teórica de los martes)**

MOVIMIENTO DE UN PROYECTIL

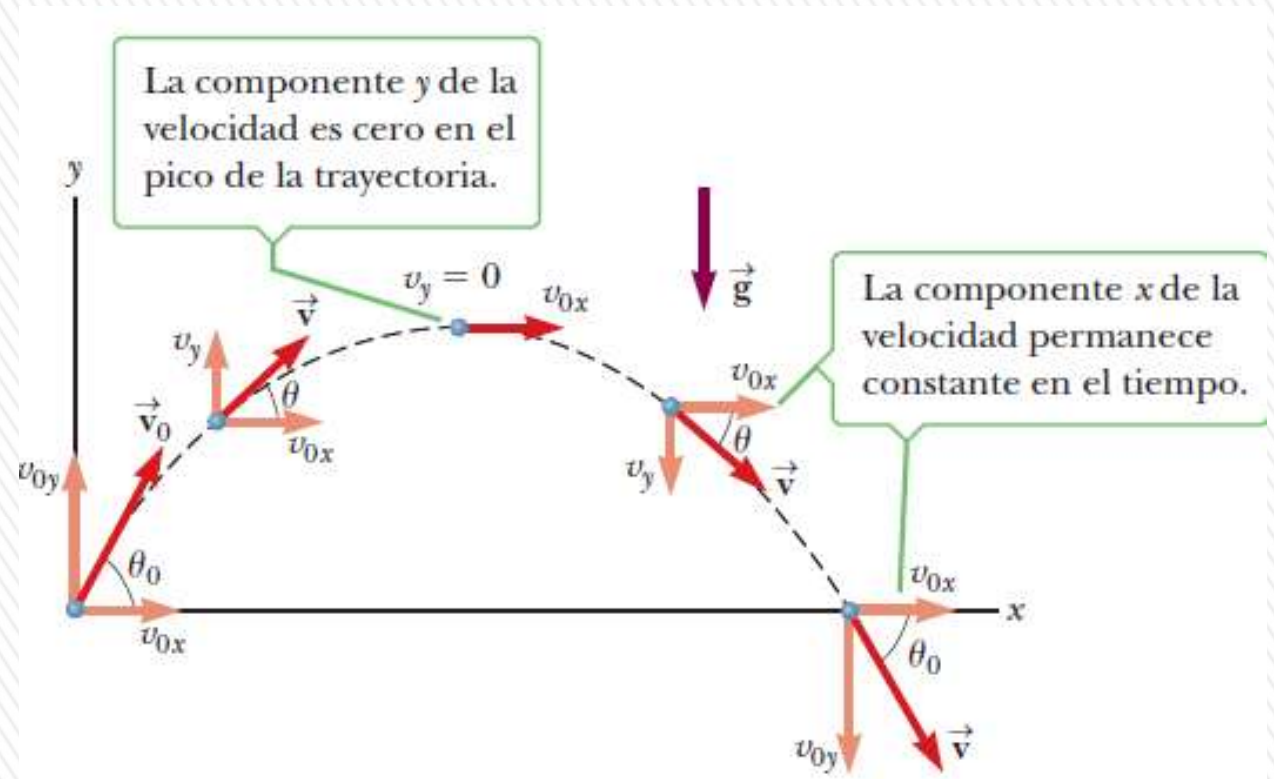
Objetos que se mueven en las direcciones x e y de *manera simultánea bajo aceleración constante*.

Un caso especial importante de este movimiento es el **movimiento de un proyectil**, Cuando lanzamos un objeto por el aire tenemos un movimiento de un proyectil.

Si se omiten: **efectos de la resistencia del aire**, la **variación de g con la altura y de su dirección** y la **rotación de la Tierra**, la **trayectoria del proyectil** dentro del campo de gravedad de la Tierra es una curva en forma de **parábola**.

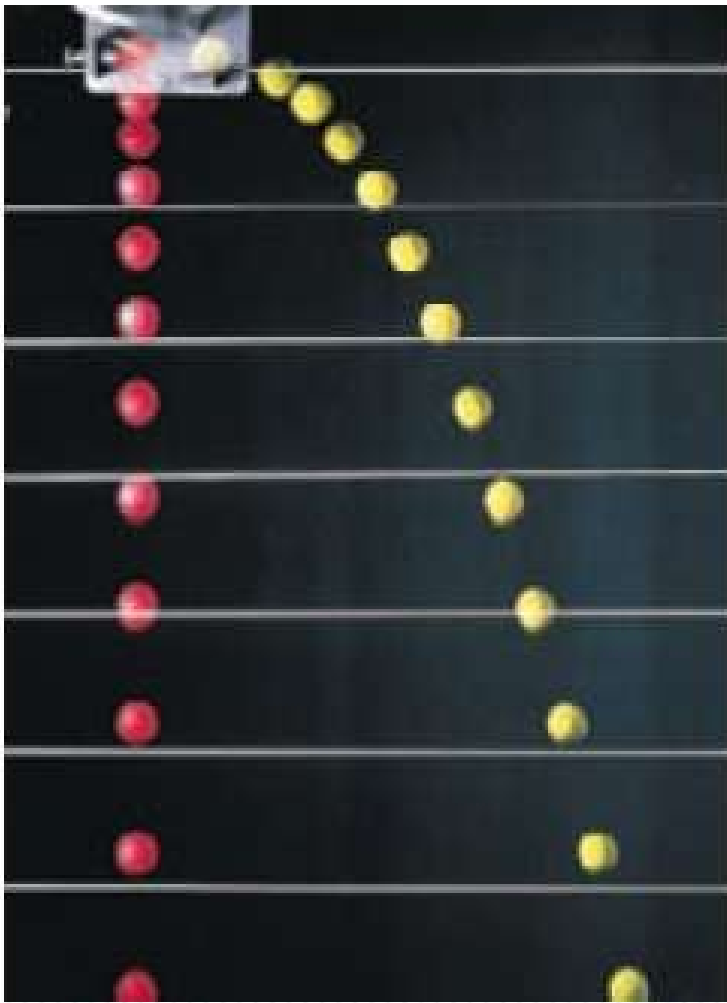
Trayectoria parabólica: la dirección x positiva es horizontal y hacia la derecha, y la dirección y es vertical y positiva hacia arriba.

El hecho experimental más importante acerca del movimiento de un proyectil en dos dimensiones es que **los movimientos horizontal y vertical son completamente independientes entre sí**.



MOVIMIENTO DE PROYECTILES

3.16 La pelota roja se deja caer desde el reposo y la amarilla se proyecta horizontalmente al mismo tiempo; las imágenes sucesivas en esta fotografía estroboscópica están separadas por intervalos de tiempo iguales. En un instante determinado, ambas pelotas tienen la misma posición y , velocidad y y aceleración y , a pesar de tener diferentes posición y velocidad en x .



Análisis del movimiento: trato por separado las coordenadas x y y .

Componente x de la aceleración es cero, y componente y es constante e igual a $-g$.

El movimiento de un proyectil es una combinación de:

- **movimiento horizontal con velocidad constante y ,**
- **movimiento vertical con aceleración constante.**



MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Ecuaciones de movimiento:

Como según x es un movimiento rectilíneo uniforme ($a_x=0$) y según y es un movimiento rectilíneo con aceleración constante ($a_y= -g$)

Aceleración: $a_x = 0$

$$a_y = -g$$

Velocidad: $v_x = v_{0x}$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

Posición: $x = x_0 + v_{0x} t$

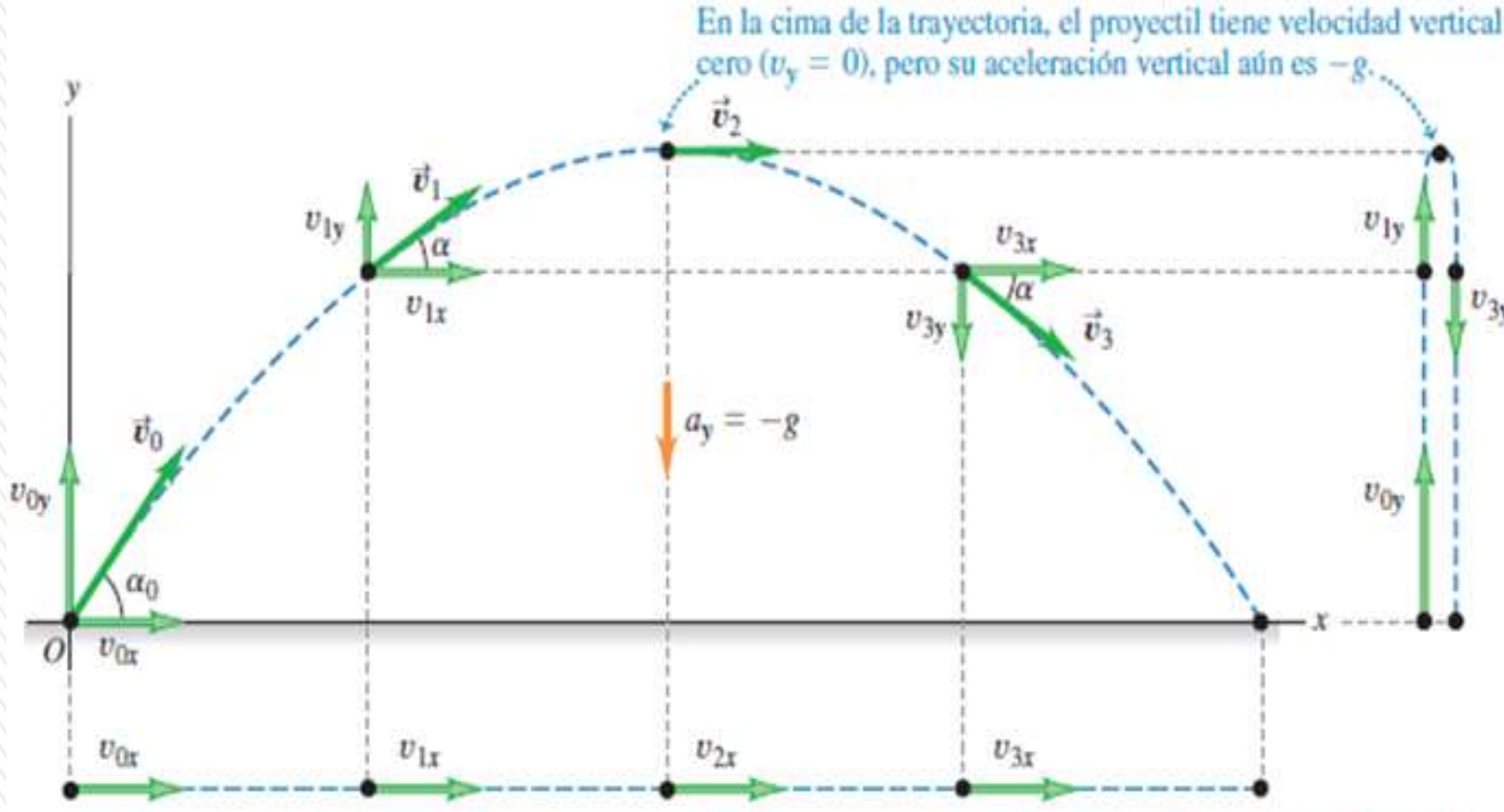
$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$$



MOVIMIENTO DE PROYECTILES



En la cima de la trayectoria, el proyectil tiene velocidad vertical cero ($v_y = 0$), pero su aceleración vertical aún es $-g$.

Verticalmente, el proyectil se encuentra en movimiento de aceleración constante en respuesta al tirón gravitacional de la Tierra. Así, su velocidad vertical *cambia* en cantidades iguales durante intervalos de tiempo iguales.

Horizontalmente, el proyectil se encuentra en movimiento de velocidad constante: su aceleración horizontal es cero, por lo que se mueve distancias en x iguales en intervalos de tiempo iguales.

Movimiento parabólico del modelo de proyectil



MOVIMIENTO DE PROYECTILES

Los hechos importantes del movimiento de un proyectil se pueden resumir como sigue:

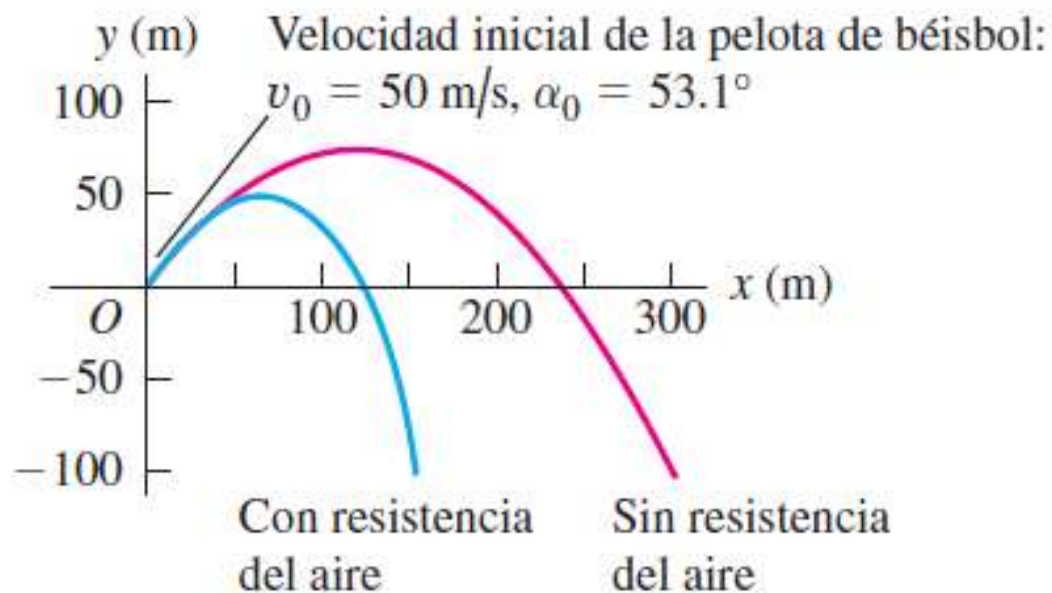
- 1.** Siempre que se omita la resistencia del aire, la componente horizontal de la velocidad v_x permanece constante porque no existe componente horizontal de la aceleración.
- 2.** La componente vertical de la aceleración es igual a la aceleración en caída libre $-g$.
- 3.** La componente vertical de la velocidad v_y y el desplazamiento en la dirección y son idénticos a los de un cuerpo en caída libre.
- 4.** El movimiento de proyectil puede describirse como una superposición de dos movimientos independientes en las direcciones x y y .

ATENCIÓN: En la altura máxima que alcanza el proyectil sólo se anula la componente vertical de la velocidad, la componente horizontal permanece invariable.

La aceleración en la dirección y *tampoco* es cero en la parte superior de la trayectoria del proyectil. Sólo la componente y de la velocidad es cero. Si la aceleración también fuera cero, ¡el proyectil jamás llegaría abajo!

Efecto de la resistencia del aire

3.20 La resistencia del aire tiene un efecto acumulativo considerable sobre el movimiento de una pelota de béisbol. En esta simulación, permitimos que la pelota caiga por debajo de la altura desde la cual se lanzó (por ejemplo, la pelota podría haberse lanzado desde un acantilado).



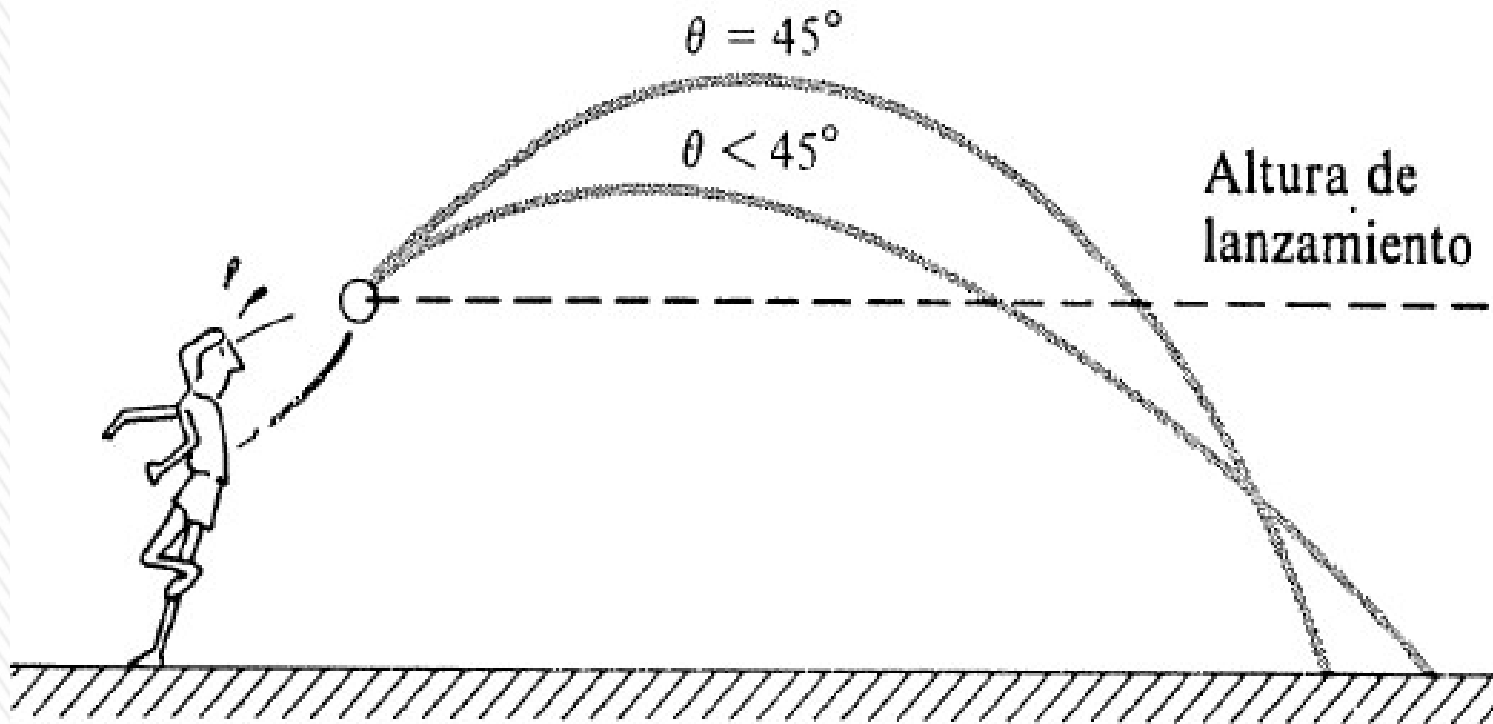
La fricción del aire tiene un efecto apreciable sobre los proyectiles, en especial los que son *ligeros y rápidos*; **la resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad.**

Una pelota de béisbol bien bateada, que dure mucho en el aire, puede perder hasta la mitad de su rapidez inicial, y llegar sólo un poco más allá de la mitad de lo que hubiera llegado sin fricción.

Una bala de rifle (sólo con unos 150 g de masa) disparada a 0,6 km/s, lo cual es bastante, sufrirá mucho la fricción. Si no hubiera resistencia, tendría un alcance máximo tremendo de unos 40km.

Debido a la resistencia del aire, no es probable que la bala llegue mucho más allá de 4 km.

MOVIMIENTO DE PROYECTILES



Lanzamiento efectuado por encima del nivel del suelo. La trayectoria para un ángulo de tiro de 45° y otro más pequeño se cortan por debajo de la altura de lanzamiento. La trayectoria más plana tiene un mayor alcance.

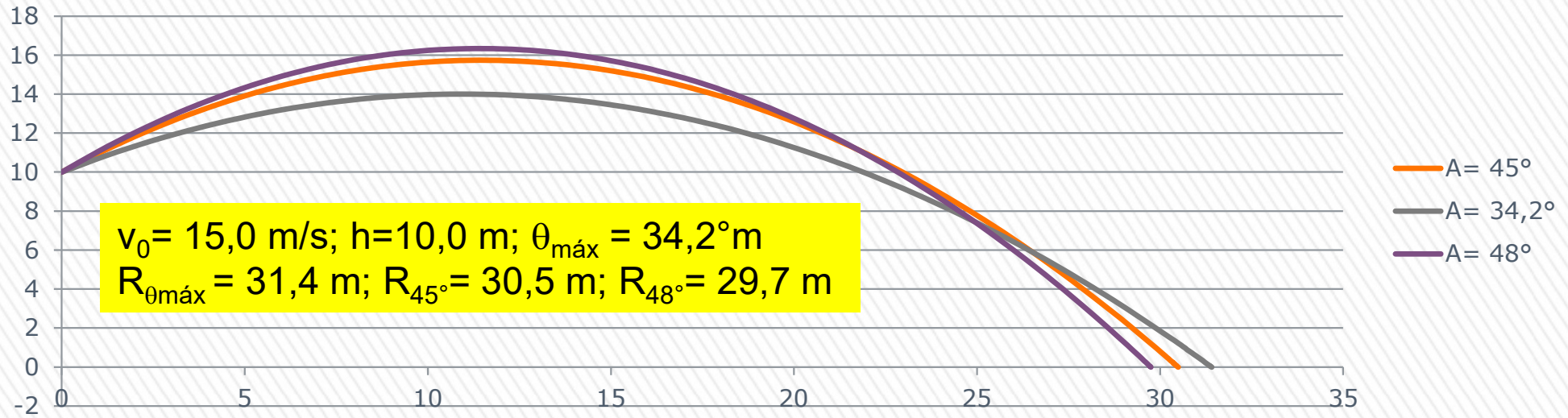
Si el punto de llegada está a mayor altura que el de lanzamiento, el alcance máximo se alcanza con un ángulo de lanzamiento mayor a 45° .

$$\theta_{\text{máx}} = \text{atan} \left(\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} \right) \quad R_{\text{máx}} = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$h > 0$ si el lanzamiento es a mayor altura que la de llegada.

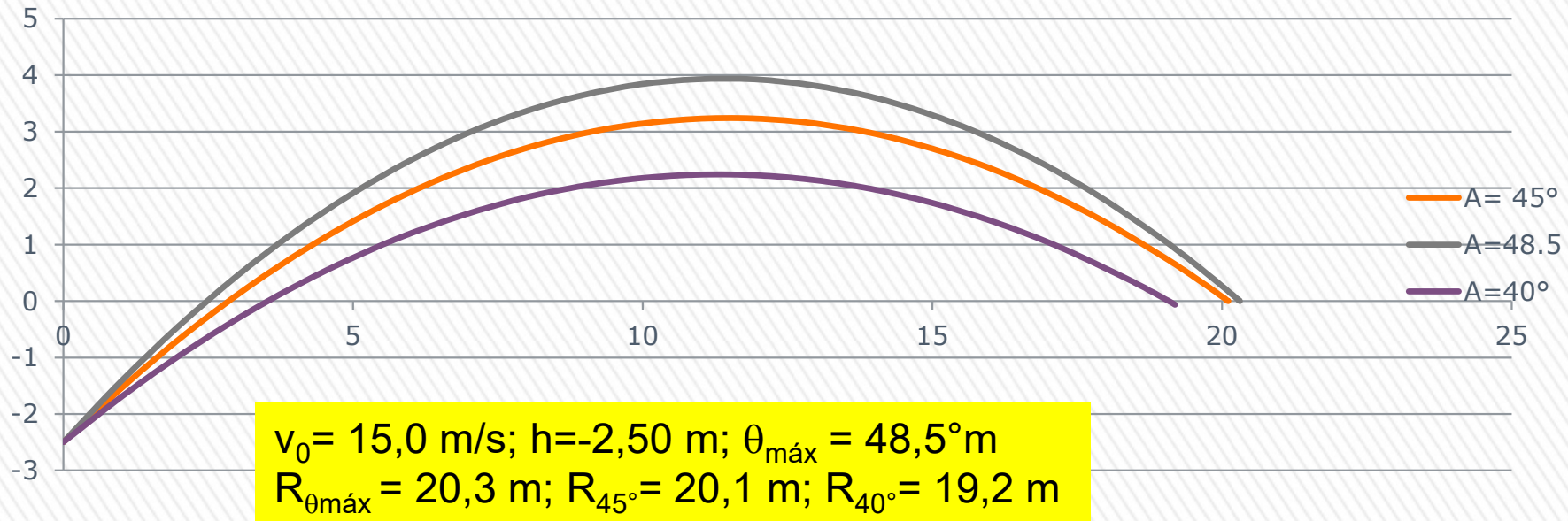
$h < 0$ si el lanzamiento es a menor altura que la de llegada.

MOVIMIENTO DE PROYECTILES



Alcance máximo para lanzamiento $h \neq 0$

$$\theta_{\text{máx}} = \text{atan} \left(\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} \right) \quad R_{\text{máx}} = \frac{v_0}{g} \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$



SIMULACIONES

Enlaces disponibles en la pestaña de “Materiales complementarios” en sección correspondiente a Unidad 2.

Movimiento relativo- el disparo al mono que cae:

https://www.youtube.com/watch?v=cxvsHNRXLjw&ab_channel=mittechtv

Video de Youtube correspondiente a una demo del MIT "Monkey and gun".

Simulación de PHET: movimiento de proyectiles:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html?locale=es

Simulación PHET de la Universidad de Colorado donde se analiza el movimiento de un proyectil con o sin resistencia del aire. Se puede determinar cómo cada parámetro (altura inicial, ángulo de tiro, rapidez inicial, masa, diámetro y altitud) afectan la trayectoria de un objeto, con o sin resistencia del aire.

Simulación de Walter Fendt: movimiento de proyectiles

https://www.walter-fendt.de/html5/phes/projectile_es.htm

No considera el efecto de la resistencia del aire. Se puede variar, dentro de ciertos límites, los valores de la altura inicial, la velocidad inicial, el ángulo de inclinación y la aceleración gravitacional.



Ejemplo: Ejercicio 2.15

15.- Se lanza horizontalmente una pelota con velocidad v_0 desde una altura h y otra se deja caer al mismo tiempo desde la misma altura.

¿Cuál de las dos llegará primero al suelo?

¿Cuál de las dos tendrá un mayor módulo de la velocidad al llegar al suelo?

1- Ambas llegan al suelo al mismo tiempo, pues ambas tienen la misma velocidad en el sentido vertical. .

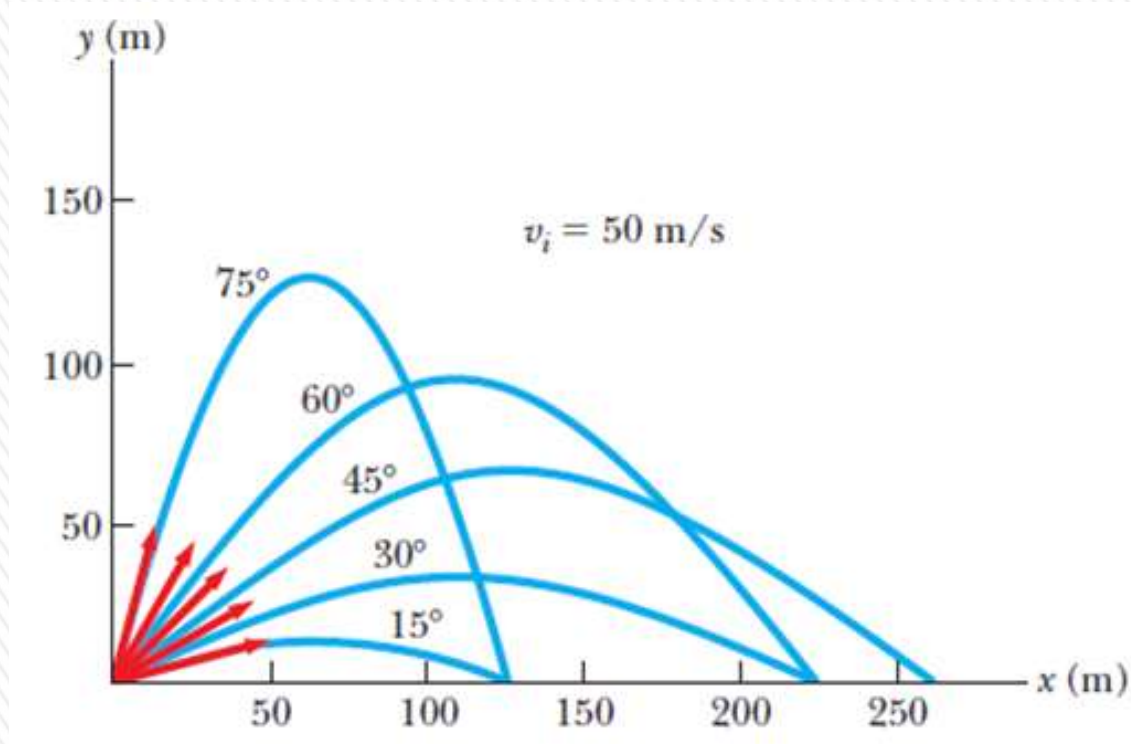
2- La que se lanza en forma horizontal tendrá mayor módulo de velocidad.

Esto es debido a que esta pelota tiene una componente horizontal de velocidad que la otra no tiene.



PREGUNTA RÁPIDA

Ordene los ángulos de lanzamiento para las cinco trayectorias de la figura respecto al tiempo de vuelo, desde el tiempo de vuelo más corto al más largo.



Respuesta: El tiempo de vuelo estará dado por la componente vertical de la velocidad inicial, cuanto mayor sea, mayor será el tiempo de vuelo. Por tanto a mayor ángulo, mayor tiempo de vuelo.

Cuestionarios rápidos:

1) Un proyectil se mueve en una trayectoria parabólica sin resistencia del aire.

¿Hay un punto donde \bar{a} sea paralela a \bar{v} ? **NO.**

¿Y perpendicular a \bar{v} ? **SI, en el punto donde alcanza la altura máxima ($v_y = 0$)**

2) En el instante en que usted dispara una bala horizontalmente con un rifle, deja caer otra bala desde la altura del cañón. Si no hay resistencia del aire, ¿qué bala llegará primero al suelo?

Las dos al mismo tiempo!!!

3) Se dispara un proyectil hacia arriba con un ángulo θ por encima de la horizontal con una rapidez inicial v_0 . Al llegar a su máxima altura, ¿cuáles son su vector velocidad, su rapidez y su vector aceleración?

$$\bar{v} = v_0 \cos \theta \hat{i}$$

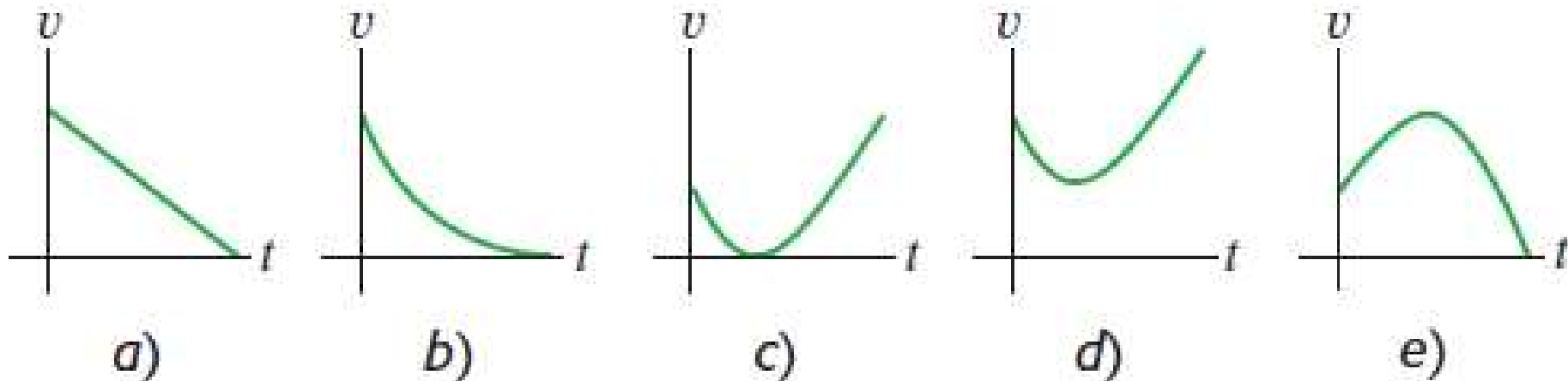
$$v = v_0 \cos \theta$$

$$\bar{a} = -g \hat{j}$$

Desafío para la próxima clase

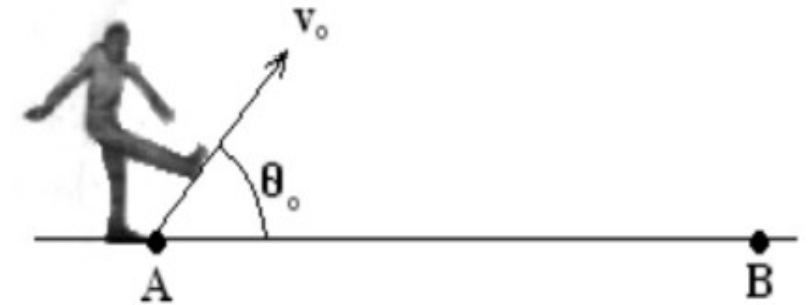
PREGUNTA PARA EL ANÁLISIS

Se lanza una piedra hacia el aire con un ángulo por encima de la horizontal, y se ignora la resistencia del aire.
¿Cuál de las gráficas en la figura describe mejor la *rapidez* v de la piedra en función del tiempo t mientras está en el aire?



Ejemplo: 2.18

Se pateea una pelota desde A con una velocidad inicial de $v_0 = 25\text{m/s}$ y un ángulo con la horizontal $\theta_0 = 50^\circ$. En ese instante sale desde B una persona, corriendo con velocidad constante, para recogerla. La distancia AB es 30 m y la persona recoge la pelota con los brazos totalmente estirados y verticales, a una altura de 2 m.



- Halle la mínima velocidad con que debe correr la persona para atrapar la pelota.
- Halle la velocidad de la pelota en el momento de ser atrapada.

Tiempo en que alcanza la altura máxima:

$$t_M = \frac{v_0 \sin \theta_0}{g} = \frac{25 \sin 50^\circ}{9,80} = 1,954 \text{ s}$$

Altura máxima: $h_M = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g} = \frac{25^2 \sin^2 50^\circ}{2(9,80)} = 18,71 \text{ m}$

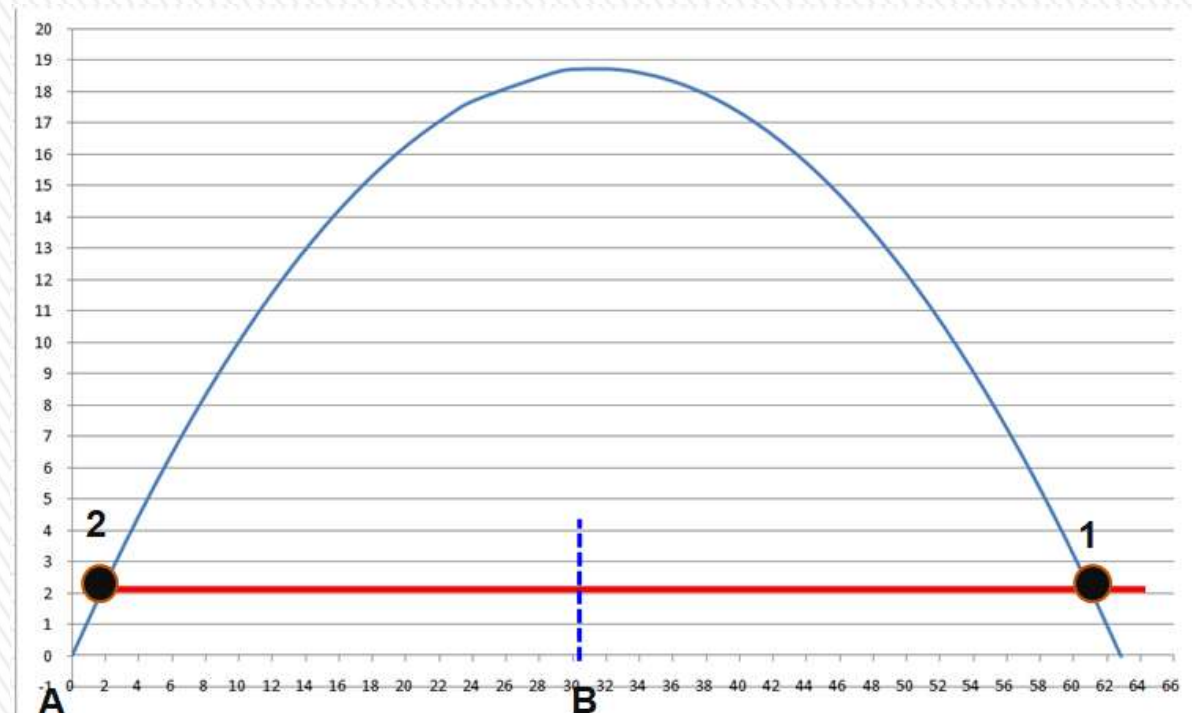
Alcance:

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g} = \frac{25^2 \sin 100^\circ}{2(9,80)} = 62,81 \text{ m}$$

La persona que sale desde B, hacia dónde se debe dirigir?

¿Cómo calculo los instantes t^* en los cuales la pelotea lanzada desde A, alcanza la altura de 2,0 m?

Hago $y(t^*) = 2,0 \text{ m}$
y resuelvo t^*



Ejemplo: 2.20- Parcial 2021

$$h = v_0 \cdot \text{sen}50^\circ \cdot t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} \Rightarrow \frac{1}{2} g t^{*2} - v_0 \cdot \text{sen}50^\circ \cdot t^* + h = 0$$

$$t^* = \frac{v_0 \text{sen}50^\circ \pm \sqrt{(v_0 \text{sen}50^\circ)^2 - 4\left(\frac{1}{2}g\right)h}}{2 \cdot \frac{1}{2}g} = \frac{v_0 \text{sen}50^\circ \pm \sqrt{(v_0 \text{sen}50^\circ)^2 - 2gh}}{g} = |$$

$$t^* = \frac{(25) \cdot \text{sen}50^\circ \pm \sqrt{((25) \text{sen}50^\circ)^2 - 2(9,8)(2)}}{9,8} \Rightarrow t_1^* = 3,80 \text{ s y } t_2^* = 0,107 \text{ s}$$

Posición horizontal de la pelota: $x_p = v_0 \cdot \text{cos}50^\circ \cdot t^*$, distancia a recorrer Δx (puede correr hacia delante o hacia atrás)

$$x_{p1} = (25) \cdot \text{cos}50^\circ \cdot (3,80) = 61,06 \text{ m} \quad \Delta x_1 = 61,06 - 30 = 31,06 \text{ m}$$

$$v_{m1} = \frac{\Delta x_1}{t_1} = \frac{31,06}{3,80} = 8,17 \text{ m/s}$$

$$x_{p2} = (25) \cdot \text{cos}50^\circ \cdot (0,107) = 1,719 \text{ m} \quad \Delta x_2 = 30 - 1,719 = 28,281 \text{ m} \quad v_{m2} = \frac{\Delta x_2}{t_2} = \frac{28,281}{0,107} = 264,3 \text{ m/s}$$

Velocidad mínima de la persona: $v = 8,2 \text{ m/s}$ (hacia adelante) ($8,2 \text{ m/s i}$)

b) Velocidad de la pelota en el momento de ser atrapada (t_1^*):

$$\vec{v} = v_0 \text{cos}50^\circ \hat{i} + (v_0 \text{sen}50^\circ - g t_1) \hat{j} = 16,07 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{i} - 18,09 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{j}$$

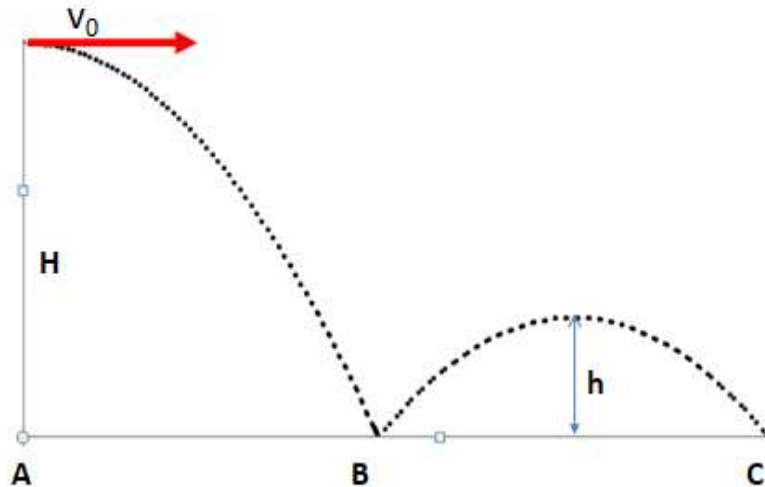
$$\vec{v}_{\text{pelota}} = (16 \hat{i} - 18 \hat{j}) \text{ m/s}$$

$$v_{\text{pelota}} = \sqrt{16,07^2 + (-18,09)^2} = 24,20 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-18,09}{16,07}\right) = -48,38^\circ$$

$$v_{\text{pelota}} = 24,20 \text{ m/s} \quad \theta = 311,6^\circ$$

Ejemplo: 2.20- Parcial 2021



Se lanza una bolita con velocidad horizontal $v_0 = 10,0$ m/s desde una altura $H = 2,00$ m del piso. Al rebotar su rapidez vertical se reduce a la mitad que la que tenía justo antes de rebotar mientras que la rapidez horizontal permanece constante.

¿A qué distancia del lugar de lanzamiento se da el segundo rebote? Es decir se pide determinar la distancia AC, expresar el resultado en metros.

Tomar $g = 9,8$ m/s² como valor exacto.

Datos: $v_0 = 10,0$ m/s; $H = 2,00$ m

Tiempo que demora la bolita en llegar al piso: $H = \frac{1}{2}gt^2$ $t_B = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2(2,00)}{9,8}} = 0,63888$ s

Rapidez vertical con que llega a B: $v_{yBant.} = g \cdot t_B = 9,8 \times 0,63888 = 6,260990$ m/s

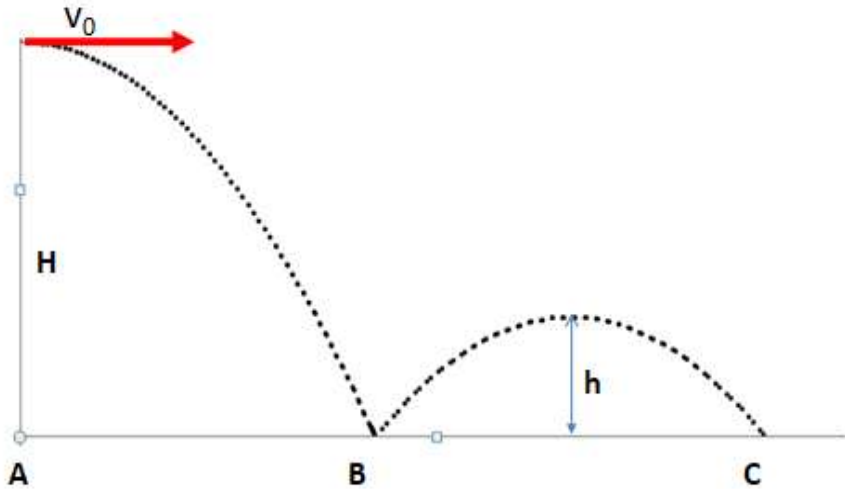
Rapidez vertical con que sale de B: $v_{yBpos.} = \frac{v_{yBant.}}{2} = 3,130495$ m/s

Tiempo de vuelo posterior al rebote: $t_{BC} = 2 \frac{v_{yBant.}}{g} = 2 \frac{3,130495}{9,8} = 0,63888$ s

Distancia AC recorrida: $d_{AC} = v_0(t_B + t_{BC}) = 10,0 \times 0,63888 \times 2 = 12,7775$ m

$$d_{ABC} = 12,8 \text{ m}$$

Ejemplo: 2.20- Parcial 2021



b) Determine cuál de las siguientes aseveraciones son verdaderas:

- i) La aceleración media en el primer rebote en el punto B, es decir en el intervalo de tiempo antes y después de impactar con el suelo, es vertical hacia abajo. **Falso**
- ii) El tiempo que demora la bolita en llegar al punto B desde su lanzamiento es menor que el que tarda en ir desde B a C. **Falso**
- iii) La distancia AB es igual a la BC. **Verdadero**
- iv) Cuando la bolita alcanza su altura máxima entre el trayecto B y C la velocidad es perpendicular a la aceleración. **Verdadero**



Ejemplo: 2.16

Durante las erupciones volcánicas pueden ser proyectados por el volcán gruesos trozos de roca (más de 6 cm de diámetro); estos proyectiles se llaman bombas volcánicas. La figura muestra una sección transversal del Monte Fuji, en Japón.

a) ¿A qué velocidad inicial tendría que ser arrojado de la boca A del volcán uno de estos bloques, formando $\theta_0 = 35^\circ$ con la horizontal, con objeto de caer en el pie B del volcán? Datos: $h=3,3$ km; $d= 9,4$ km.

b) ¿Cuál es el tiempo de recorrido en el aire?

Coloco el origen en el punto de lanzamiento.

Ecuación de la trayectoria:

$$y = \tan \theta x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta)^2} = \tan \theta x - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$$

$$\tan \theta x - y = + \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta} \quad 2v_0^2 \cos^2 \theta = \frac{gx^2}{\tan \theta x - y}$$

$$v_0^2 = \frac{1}{2 \cos^2 \theta} \frac{gx^2}{\tan \theta x - y} \quad v_0 = \sqrt{\frac{1}{2 \cos^2 \theta} \frac{gx^2}{\tan \theta x - y}} = \frac{x}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(\tan \theta x - y)}}$$

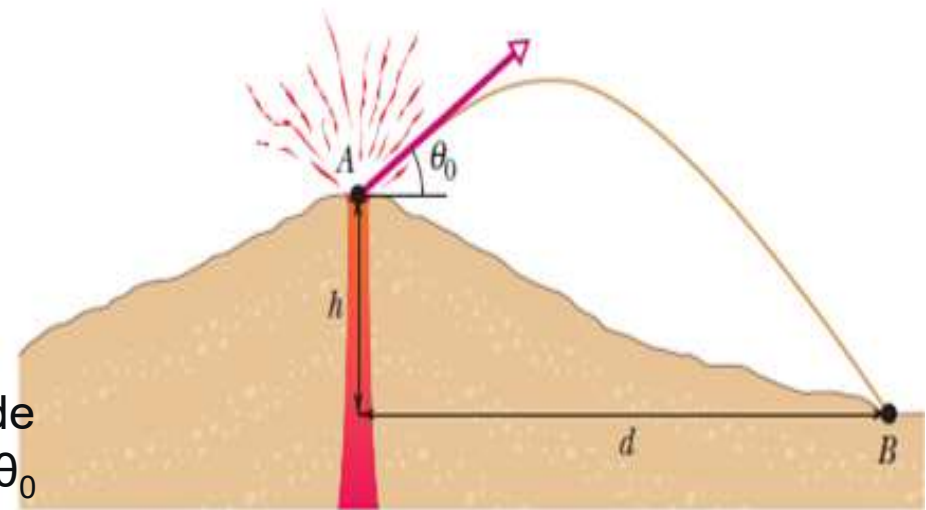
En nuestro caso: $\theta = 35^\circ$ $d= 9400$ m $y = -h = -3300$ m

$$v_0 = \frac{x}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(\tan \theta x - y)}} = \frac{9400}{\cos 35^\circ} \sqrt{\frac{g}{2(\tan 35^\circ(9400) - (-3300))}} = 255,53 \text{ m/s}$$

b) t el tiempo en que llega a B saliendo de A: $x(t) = v_0 \cos \theta t$

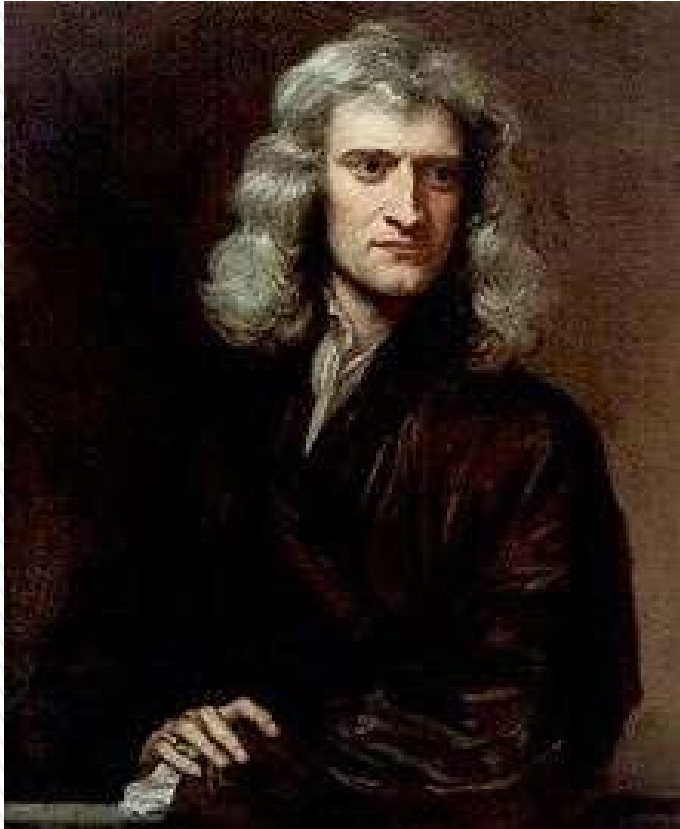
$$t = \frac{x}{v_0 \cos \theta} = \frac{9400}{255,53 \cos 35^\circ} = 44,91 \text{ s}$$

$$v_0 = 2,6 \times 10^2 \text{ m/s} \quad t = 45 \text{ s}$$



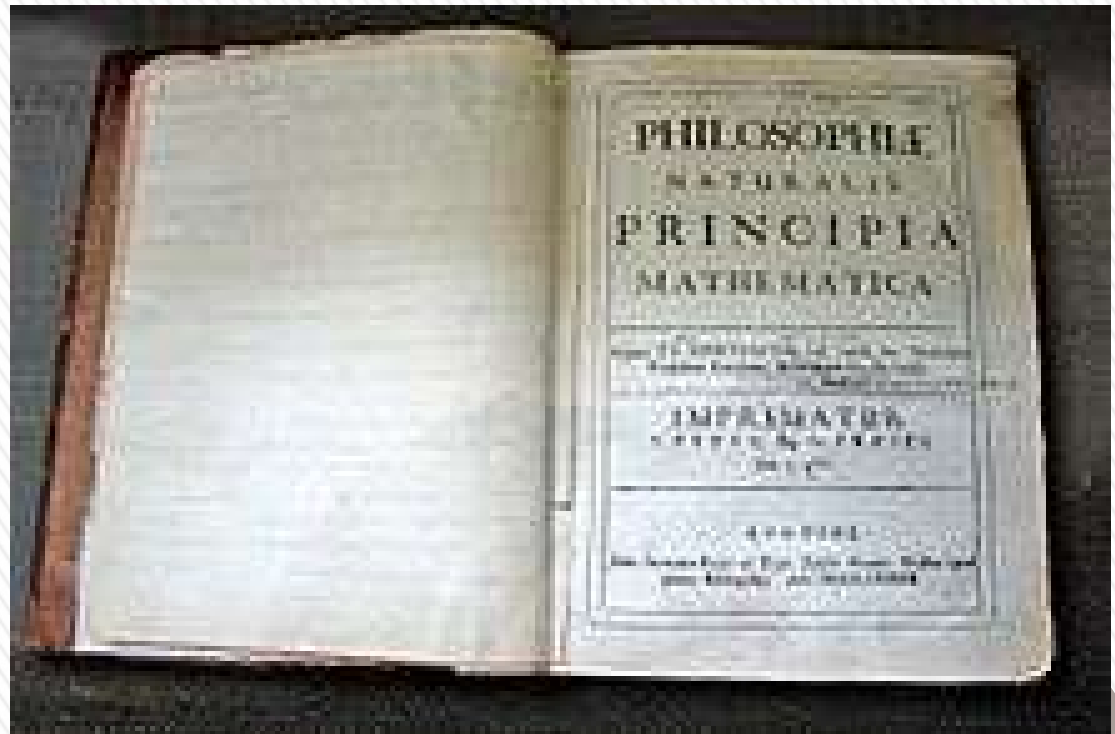
07- LEYES DEL MOVIMIENTO Y EQUILIBRIO ESTÁTICO

Fuerzas e interacciones. Superposición de fuerzas. 1era. Ley de Newton o ley de inercia. Marcos de referencia. Masa. 2da. Ley de Newton. 3era. Ley de Newton o Principio de Acción y Reacción.



1642 (1643) -1727

Is. Newton



Principios Matemáticos de la Filosofía Natural (1687)

PREGUNTA RÁPIDA

¿Cuál de los siguientes enunciados es correcto?

- a) Es posible que un objeto tenga movimiento en ausencia de fuerzas sobre el objeto.
- b) Es posible tener fuerzas sobre un objeto en ausencia de movimiento del objeto.
- c) Ni a) ni b) son correctos.
- d) Tanto a) como b) son correctos.



PREGUNTAS RÁPIDAS

1) Un objeto no experimenta aceleración.

¿Cuál de los siguientes *no puede ser cierto para el objeto?*

a) *Una sola fuerza actúa sobre el objeto.*

b) *No actúan fuerzas sobre el objeto.*

c) *Sobre el objeto actúan fuerzas, pero éstas se cancelan.*



PREGUNTA RÁPIDA

i) Si una mosca choca contra el parabrisas de un ómnibus moviéndose rápidamente, ¿cuál de los dos experimenta una fuerza de impacto con mayor magnitud?

- a) La mosca.
- b) El ómnibus.
- c) Ambos experimentan la misma fuerza.

ii) ¿Cuál de los dos experimenta mayor aceleración?

- a) La mosca.
- b) El ómnibus.
- c) Ambos experimentan la misma aceleración.



PREGUNTA PARA EL ANÁLISIS

Un automóvil compacto empuja una camioneta grande averiada, y viajan por la carretera con la misma velocidad y aceleración.

a) Cuando el auto acelera, ¿la fuerza que ejerce sobre la camioneta es mayor, menor o de la misma magnitud que la que la camioneta ejerce sobre él?

b) ¿A cuál de los dos vehículos se aplica la mayor fuerza neta, o acaso son iguales las fuerzas netas?

Explique su respuesta.

a) La fuerza que ejerce el automóvil sobre la camioneta es de la misma magnitud que la que la camioneta ejerce sobre él. (Principio de acción y reacción)
Se ejerce mayor fuerza neta a la camioneta, pues tiene mayor masa que el automóvil, y como ambos tienen la misma aceleración la fuerza neta sobre la camioneta debe ser mayor.



PREGUNTAS PARA EL ANÁLISIS



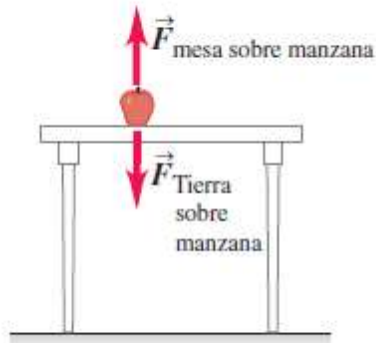
Una manzana está apoyada sobre un banco. El banco a su vez está apoyado sobre la Tierra. Si el peso de la manzana es la fuerza de “acción” que se aparece en la tercer ley de Newton (Principio de acción y reacción). Entonces, ¿cuál es la fuerza de “reacción” que establece dicho principio?



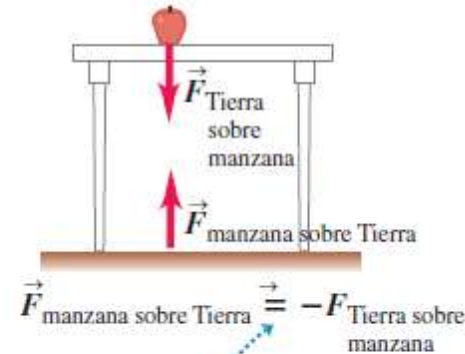
Tercera ley de Newton: Principio de acción y reacción

Las dos fuerzas de un par acción-reacción siempre actúan sobre cuerpos distintos.

a) Las fuerzas que actúan sobre la manzana

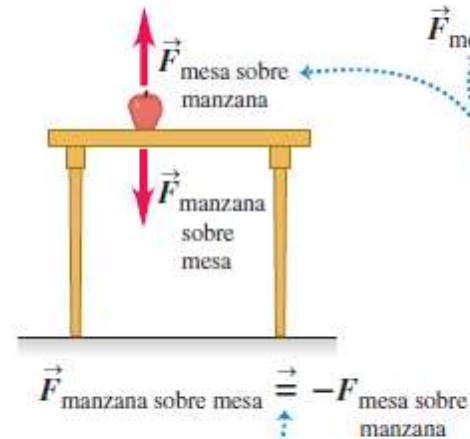


b) El par acción-reacción para la interacción entre la manzana y la Tierra

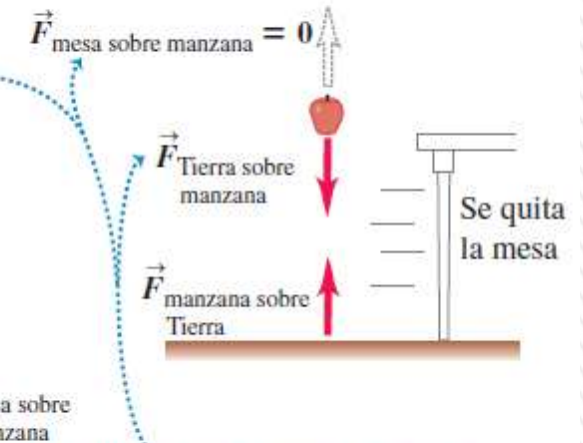


Los pares acción-reacción siempre representan una interacción entre dos objetos distintos.

c) El par acción-reacción para la interacción entre la manzana y la mesa



d) Se elimina una de las fuerzas que actúan sobre la manzana



Las dos fuerzas sobre la manzana NO PUEDEN ser un par acción-reacción porque actuarían sobre el mismo objeto. Vemos que si eliminamos una, la otra se conserva.

CUIDADO!!!: La fuerza normal n no siempre es igual a mg .

Si un objeto está en un plano inclinado, si hay fuerzas aplicadas con componentes verticales o si hay una aceleración vertical del sistema, por lo tanto $n \neq mg$.

Siempre aplicar la 2da. ley de Newton para encontrar la relación entre n y mg .