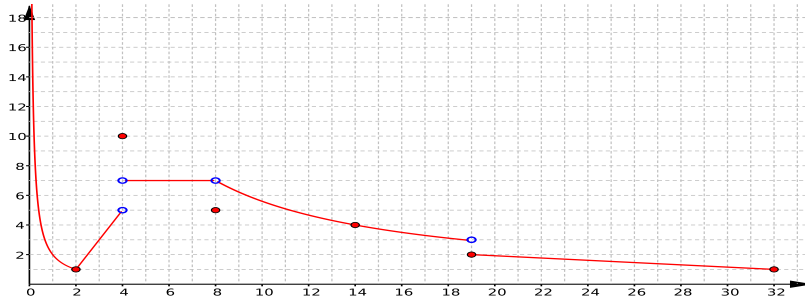


Práctico N° 3: Continuidad

**Ejercicio 1** En la figura se muestra la gráfica (en rojo) de una función  $f : (0, 32] \rightarrow [1, +\infty)$ .



1. Establecer en qué puntos es discontinua la función  $f$ .
2. Establecer en qué puntos es continua por la izquierda la función  $f$ .
3. Establecer en qué puntos es continua por la derecha la función  $f$ .
4. Establecer en qué puntos es continua la función  $f$ .
5. Establecer si  $f$  tiene máximo y/o mínimo absoluto en  $\mathbb{R}$ .

**Ejercicio 2** En cada caso hallar  $a$  para que  $f$  sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x} & x \geq 0 \\ -2x + a & x < 0 \end{cases}, \quad f(x) = \begin{cases} \log(x) & 0 < x \leq e \\ a - x & x > e \end{cases},$$

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{2}x-1} & x \geq 2 \\ x^3 + a & x < 2 \end{cases}.$$

**Ejercicio 3** Hallar  $a$  y  $b$  tales que la función  $f$  sea continua, siendo  $f$ :

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x) & x < 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 & x > 2 \end{cases}.$$

**Ejercicio 4** Considerar la ecuación:  $e^{-x^7} = x$ . Explicá por qué dicha ecuación tiene alguna solución. ¿Puede tener más de una?

**Ejercicio 5** Supongamos que  $f$  es una función continua definida para todo número real  $x > 0$ , de la que sabemos además que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$  y  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ .

1. Probar que  $f$  se anula en algún punto de su dominio.

2. Supongamos además que la función  $f$  es inyectiva
  - (a) En un intervalo cualquiera  $[a, b]$ , ¿en qué puntos pueden suceder el máximo y el mínimo absolutos que asegura el Teorema de Weierstrass?
  - (b) Hallar la imagen de  $f$ .
  - (c) Sea  $g(x)$  la función inversa de  $f(x)$ . Calcular los límites laterales respectivos a los extremos del dominio de  $g$ .
3. Encontrar un ejemplo concreto (o sea, dado por una fórmula  $f(x) = \dots$ ) de una función  $f$  que verifique las hipótesis anteriores.

**Ejercicio 6** Explicar las siguientes afirmaciones:

1. Si las temperaturas mínima y máxima de un determinado día han sido  $12^{\circ}C$  y  $25^{\circ}C$ , entonces en algún momento del día los termómetros marcaron  $17.2^{\circ}C$ .
2. La función que determina el número de bacterias en función del tiempo no es una función continua.