

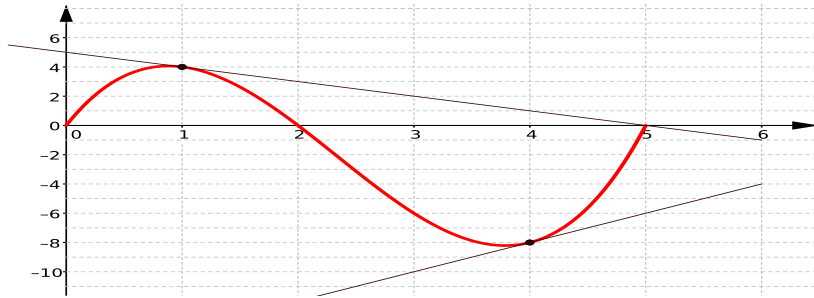
Práctico N° 4: Derivadas

Aclaraciones:

(1) \log siempre se refiere a la función *logaritmo neperiano*.

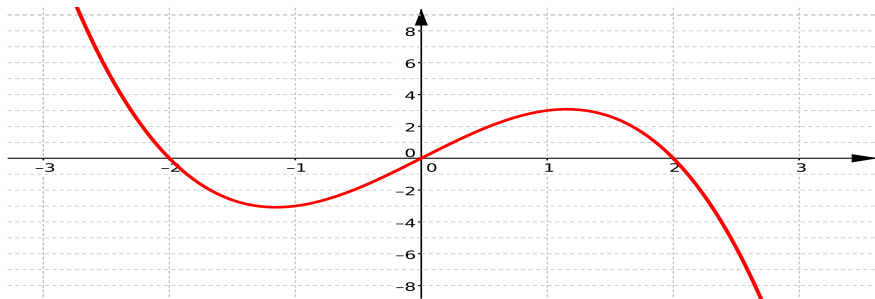
(2) En las funciones trigonométricas $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$, la variable x siempre toma valores en radianes; recordar que un ángulo de 180° corresponde a una medida de π radianes, o sea, aproximadamente 3.14 radianes.

Ejercicio 1 En la figura se muestra la gráfica (en rojo) de una función $f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$.



1. Hallar $f'(1)$ y $f'(4)$.
2. Bosquejar el gráfico de la función f' a partir del gráfico de f .
3. Observar la relación entre el signo de f' y el crecimiento de f .

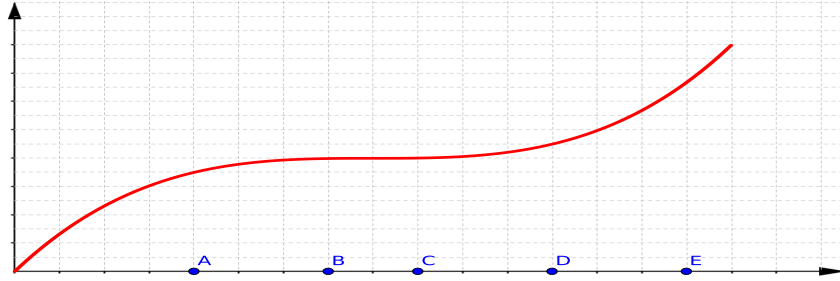
Ejercicio 2 En la figura se muestra la gráfica (en rojo) de la derivada f' de una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.



1. Bosquejar una f posible a partir del gráfico de f' .
2. Describir cómo son todas las f posibles.

Ejercicio 3 La gráfica muestra la posición de un auto en función del tiempo. Use la forma de la gráfica para explicar las respuestas que dé a las siguientes preguntas.

1. ¿La velocidad inicial del auto es 0? Compararla con la velocidad en A.



2. ¿Qué sucedió entre B y C?
3. ¿El auto viajaba más rápido en D o en E?

Ejercicio 4 *Caída libre en un pequeño planeta sin aire.* En un pequeño planeta sin aire, una roca cae desde el reposo $y(t) = gt^2$ metros en t segundos, donde g es una constante. Supongamos que la roca cae hasta el fondo de una grieta 20 metros hacia abajo, y que alcanza el fondo en 4 segundos.

1. Determinar el valor de g .
2. Determinar la velocidad promedio de caída.
3. Determinar la velocidad promedio de caída entre 3.5 y 4 segundos. Repita el cálculo entre 3.9 y 4 segundos y entre 3.99 y 4 segundos
4. ¿Con qué velocidad golpea el fondo de la roca?

Ejercicio 5 1. Aplicando la definición (que utiliza el concepto de límite) calcular las derivadas de las siguientes funciones, donde c indica una constante $c \in \mathbb{R}$, en los puntos indicados:

i) $f(x) = c$ en $x = 3$ ii) $f(x) = x^3$, en $x = 2$ iii) $f(x) = \sqrt{x+1}$, en $x = 0$.

2. ¿Sabrías calcular $f'(x_0)$, ahora en un punto arbitrario $x = x_0$?

Ejercicio 6 Hallar las ecuaciones de las rectas tangentes a los gráficos de las siguientes funciones, en los puntos indicados:

1. $f(x) = x^2 + 1$ en el punto $x = 2$;
2. $f(x) = -1 + \log(x)$ en el punto $x = 1$;
3. $f(x) = \sin(x)$ en el punto $x = \pi/4$.

Ejercicio 7 Calcular las funciones derivadas de las siguientes funciones, indicando el dominio de las mismas.

- | | | |
|------------------------|---------------------|-----------------------|
| a) $(2x+3)e^x$ | b) $x \log(x)$ | c) $\frac{3x+2}{x-4}$ |
| d) $5\sqrt{x}/(x^2-1)$ | e) $\log(x^2+8)$ | f) $\sin(3x^2)$ |
| g) $(e^x-1)/(e^x+1)$ | h) $(2x+1)^{1/3}$ | i) $ -2x+5 $ |
| j) $\cos(x)/(x^2+1)$ | k) $e^{2x}\sin(3x)$ | l) e^{x^3} |

Ejercicio 8 Determinar $a, b \in \mathbb{R}$ para que el gráfico de las funciones $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = e^{2x} + 4$ tengan la misma recta tangente en el punto con $x = 0$.

Ejercicio 9 Bosquejar el gráfico de las siguientes funciones. Estudiar continuidad, derivabilidad y dibujar las semitangentes en los puntos angulosos.

$$f(x) = |x^2 - x - 2|, \quad g(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ -x + 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1 & x > 1 \end{cases},$$

Ejercicio 10 Sean $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por:

$$f(x) = \begin{cases} \log(x/2) & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ ax^2 + x + b & \text{si } x > 2 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} e^{x^2-1} & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 + b & \text{si } x > 1 \end{cases},$$

1. Determinar a y b para que las funciones sean derivables.
2. Hallar las tangentes a los gráficos de f y g en los puntos $x = 2$ y $x = 1$ respectivamente.

Ejercicio 11 Calcular las siguientes derivadas de funciones inversas:

1. $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$, hallar $[f^{-1}]'(e)$.
2. $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $g(x) = \log(\sqrt[3]{x})$, hallar $[g^{-1}]'(0)$.