

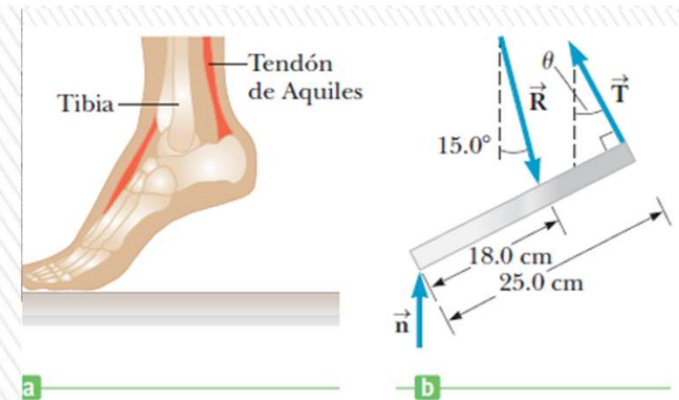
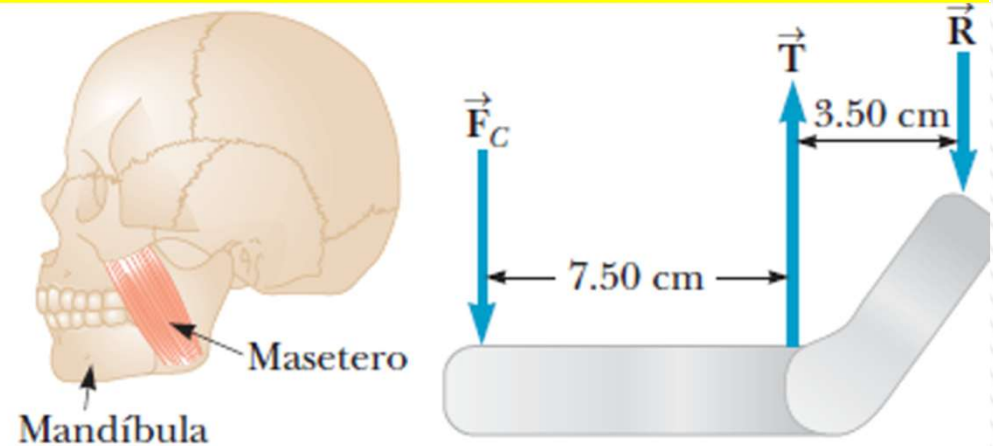
Curso Física 1 para Bio-Geociencias (FI252) 2026

Clase N° 10



La clase pasada: Repasamos las 3 leyes de Newton, ley de gravitación, peso efectivo, fuerzas de fricción. Ejemplos

¿Alguna pregunta?



Hoy veremos: Producto vectorial y torques. Cuerpo rígido y condiciones de equilibrio. Ejemplos.

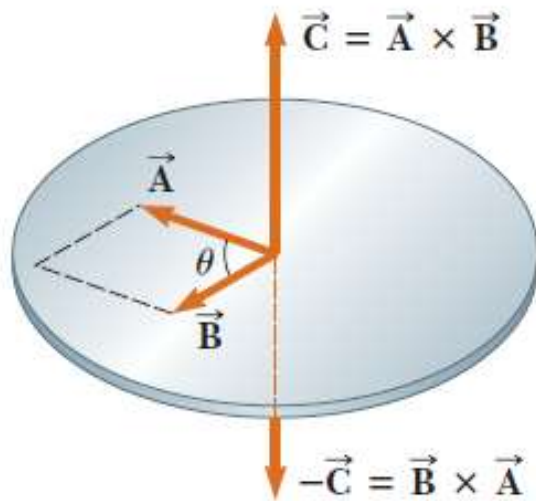
Clases de consultas generales:

Presencial – Giannina miércoles 13:00 salón 210.

Virtual- miércoles de 17:30 a 19:00 por Zoom (enlace de clase teórica de los martes)

PRODUCTO VECTORIAL

Es otro vector **C** cuyo módulo vale $C = AB \operatorname{sen} \theta$, es perpendicular al plano determinados por los vectores **A** y **B**, y sentido dado por la regla de la mano derecha.



Regla de la mano derecha



$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$C = AB \operatorname{sen} \theta$$

Producto vectorial entre versores

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = \mathbf{0}$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = -\hat{j} \times \hat{i} = \hat{k}$$

$$\hat{j} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{j} = \hat{i}$$

$$\hat{k} \times \hat{i} = -\hat{i} \times \hat{k} = \hat{j}$$

PRODUCTO VECTORIAL- Propiedades

1- No es conmutativo, en realidad es anticonmutativo: $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

2- El producto vectorial de dos vectores paralelos ($\theta = 0$ ó 180°) es nulo.

3- El módulo del producto vectorial de dos vectores perpendiculares es igual al producto de los módulos.

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB.$$

4- El producto vectorial cumple con la propiedad distributiva respecto a la suma:

$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

5- Producto vectorial a través de componentes de los vectores:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$$

$$\begin{aligned}\vec{A} \times \vec{B} &= (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) \times (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}) \\ &= A_x \hat{i} \times B_x \hat{i} + A_x \hat{i} \times B_y \hat{j} + A_x \hat{i} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_y \hat{j} \times B_x \hat{i} + A_y \hat{j} \times B_y \hat{j} + A_y \hat{j} \times B_z \hat{k} \\ &\quad + A_z \hat{k} \times B_x \hat{i} + A_z \hat{k} \times B_y \hat{j} + A_z \hat{k} \times B_z \hat{k}\end{aligned}$$

PRODUCTO VECTORIAL

El producto vectorial también puede expresarse en forma de determinante:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

CALMA CALMA

QUE NO CUNDA EL PANICO!!

Hemos introducido el producto vectorial para formalizar la definición física del torque, y de otras cantidades físicas que veremos próximamente como el momento angular...

Pero en los hechos no deberemos hacer uso de este manejo algebraico, sino limitarnos a sus propiedades fundamentales-

ESTÁTICA

Estática: estudio de las fuerzas que actúan sobre un objeto que está en equilibrio y en reposo.

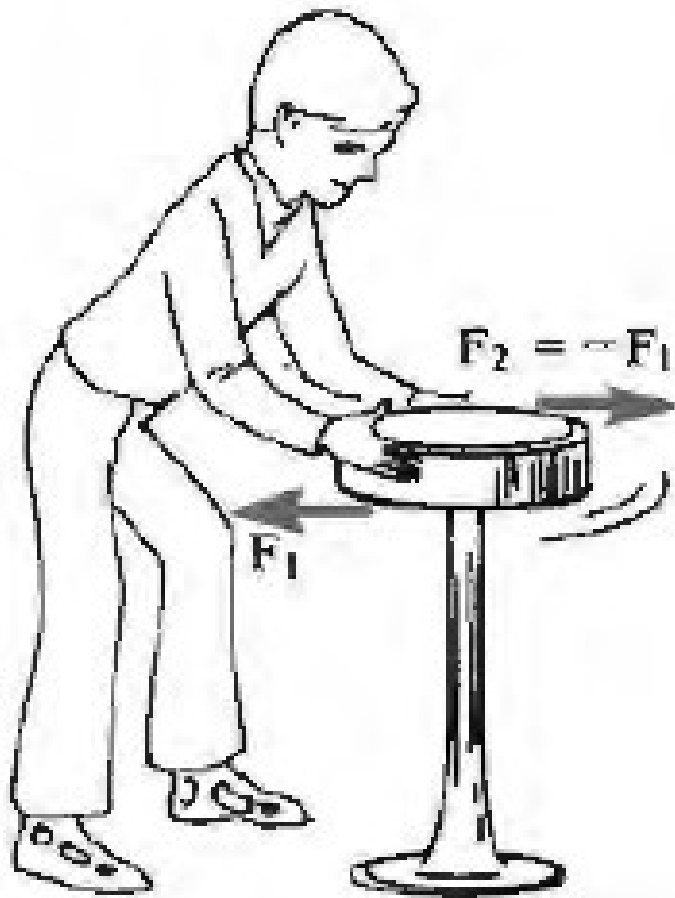
Explica la **multiplicación de fuerzas** o **ventaja mecánica** obtenida con **las máquinas simples**, (palancas, sistemas de poleas), analiza el **equilibrio y estabilidad**.

Analizaremos las condiciones de equilibrio de un **sólido rígido** (o simplemente **rígido**): **objeto ideal que ocupa un lugar en el espacio y que no cambia su forma ni su tamaño al ser sometido a diferentes esfuerzos (modelo)**.

Objetos reales: constituidos por partículas (átomos y moléculas) que se mantienen unidas por fuerzas que actúan entre ellas, pudiendo vibrar o deformarse.

Objetos sólidos como rocas, huesos o vigas de acero son suficientemente rígidos como para que dichas **deformaciones resulten despreciables.**

Momento o torque



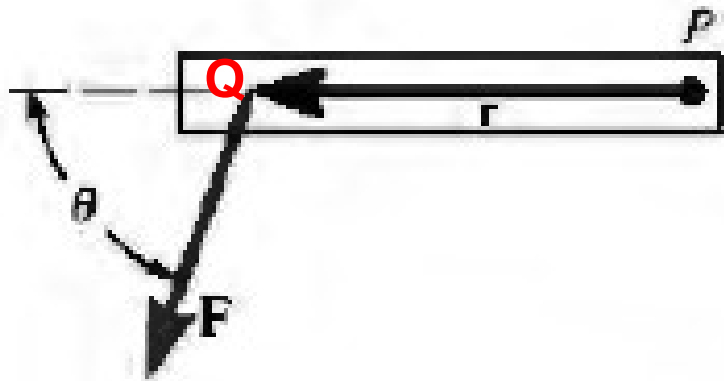
Taburete giratorio, aplico dos fuerzas iguales y opuestas F_1 y F_2 en lados opuestos del asiento, éste empieza a girar...

El asiento no permanece en reposo aún cuando la fuerza neta sea cero!!!

Por tanto además de $\Sigma \mathbf{F} = 0$, (fuerza neta igual a cero) necesitamos otra condición de equilibrio para excluir la posibilidad de rotación.

La magnitud que indica la capacidad de una fuerza para producir rotación se llama **momento de torsión (momento) o torque**.

Un sólido rígido está en equilibrio de rotación cuando no actúa sobre él ningún momento o torque neto.



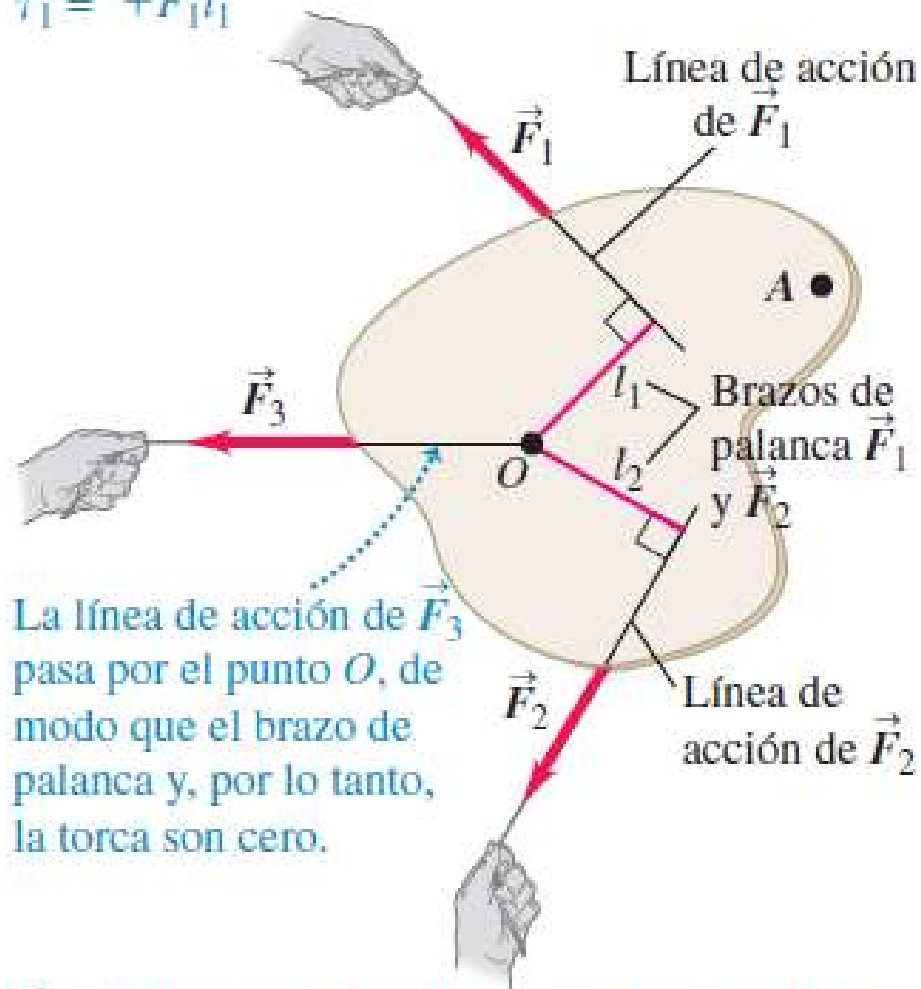
El **momento** o **torque** o **torca** τ depende de la **fuerza** F , de la **distancia** r desde un punto del eje de rotación hasta el punto en que actúa la fuerza y del **ángulo** θ entre r y F .

El módulo del momento o torque alrededor del punto P vale: $\tau = r.F \text{sen } \theta$
Y veremos que corresponde al módulo de un **producto vectorial**.

MOMENTO O TORQUE (τ)

\vec{F}_1 tiende a provocar una rotación en *sentido antihorario* alrededor del punto O , por lo que su torca es *positiva*:

$$\tau_1 = +F_1 l_1$$



La línea de acción de \vec{F}_3 pasa por el punto O , de modo que el brazo de palanca y, por lo tanto, la torca son cero.

\vec{F}_2 tiende a producir una rotación en *sentido horario* alrededor del punto O , por lo que su torca es *negativa*: $\tau_2 = -F_2 l_2$

La tendencia de F_1 , en provocar una rotación alrededor de O *depende*: del *módulo* de F_1 , y de la *distancia perpendicular* l_1 (entre el punto O y la *línea de acción* de la fuerza) que es el **brazo de palanca o brazo de momento**.

Se usa la letra griega τ (tau) para representar el torque.

$$\tau = F l$$

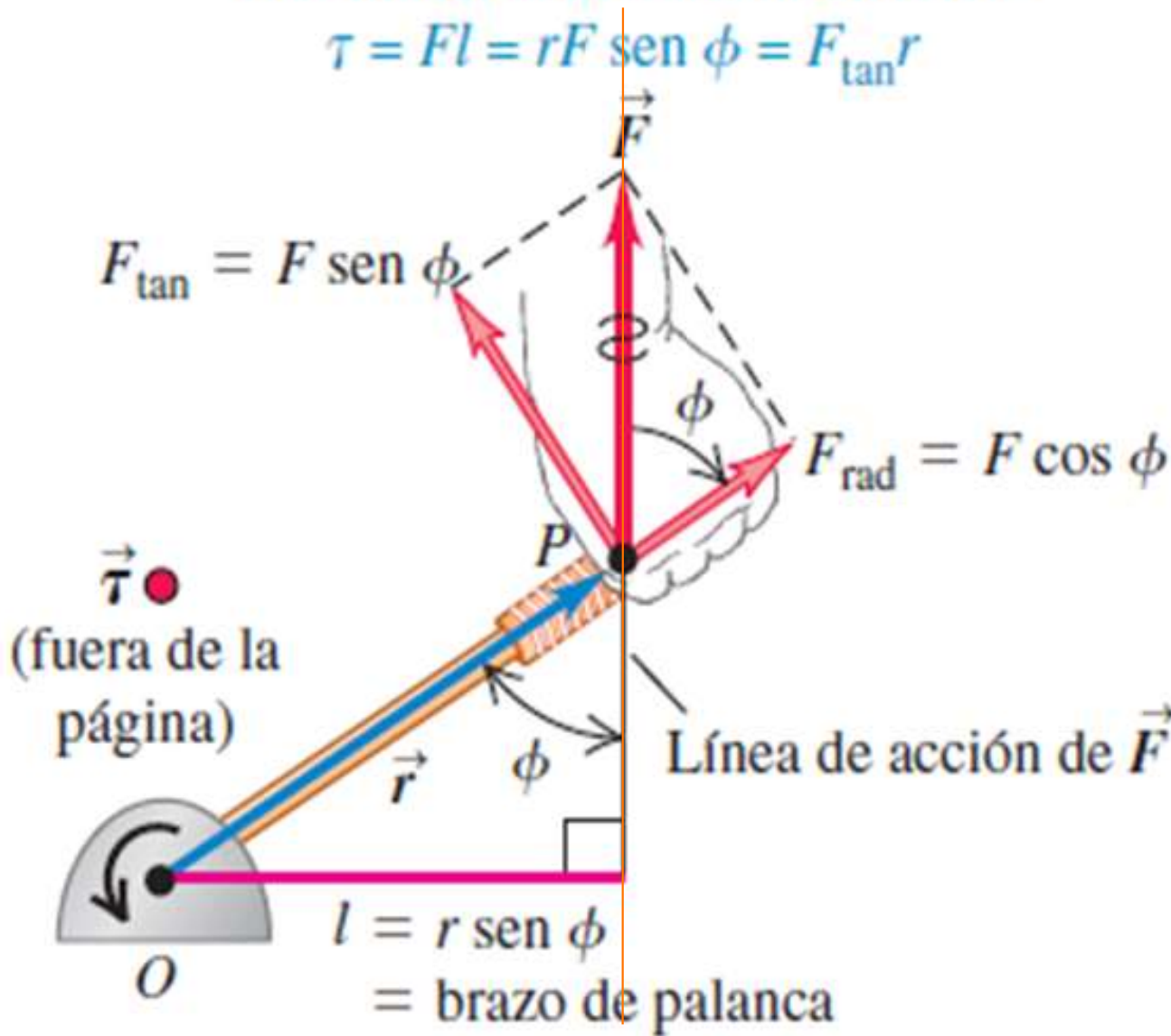
CUIDADO ! El torque siempre se mide con respecto a un punto.

Si modificamos la posición de este punto, el torque de cada fuerza también cambia.

MOMENTO O TORQUE (τ)

Tres maneras de calcular la torca:

$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{\text{tan}} r$$



3 formas para calcular el torque:

1) Encontrar el brazo de palanca l y utilizar

$$\tau = Fl.$$

2. Determinar el ángulo Φ entre los vectores r y F ; el brazo de palanca es $r \text{ sen } \Phi$, por lo que

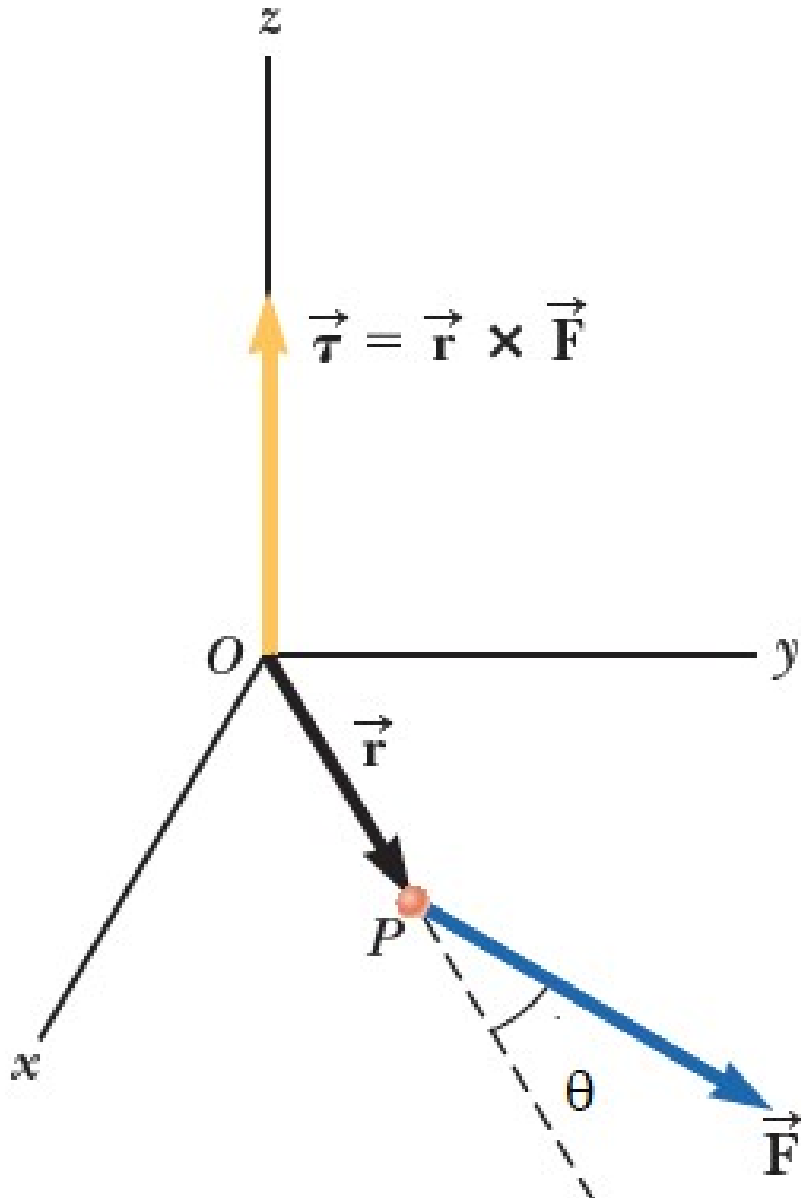
$$\tau = rF \text{ sen } \Phi.$$

3. Descomponer F en F_{tan} y F_{rad} con respecto a la dirección de r .

$$\tau = r(F \text{ sen } \Phi) = r \cdot F_{\text{tan}}.$$

$$\tau = Fl = rF \text{ sen } \phi = F_{\text{tan}} r$$

MOMENTO O TORQUE (τ)



Torca, torque, momento de torsión o simplemente momento de una fuerza: medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza para provocar o modificar el movimiento de rotación de un cuerpo.

Se define el torque de la fuerza \mathbf{F} , que se aplica en el punto P , respecto al punto O como el producto vectorial del vector \mathbf{r} (que va desde O a P) por la fuerza \mathbf{F} .

$$\vec{\tau} \equiv \vec{r} \times \vec{F}$$

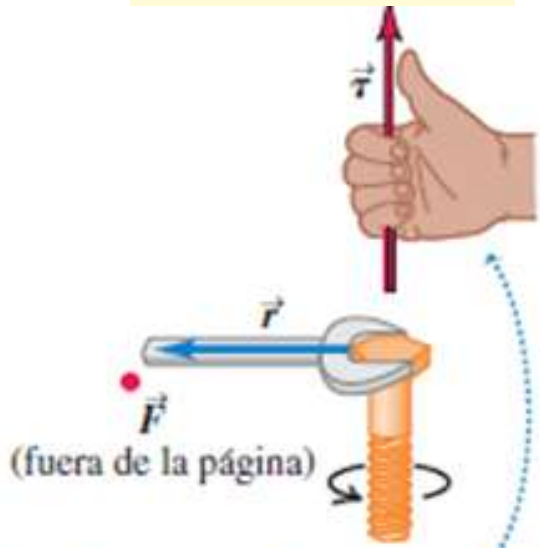
El módulo del torque vale:

$$\tau = r.F \text{sen } \theta$$

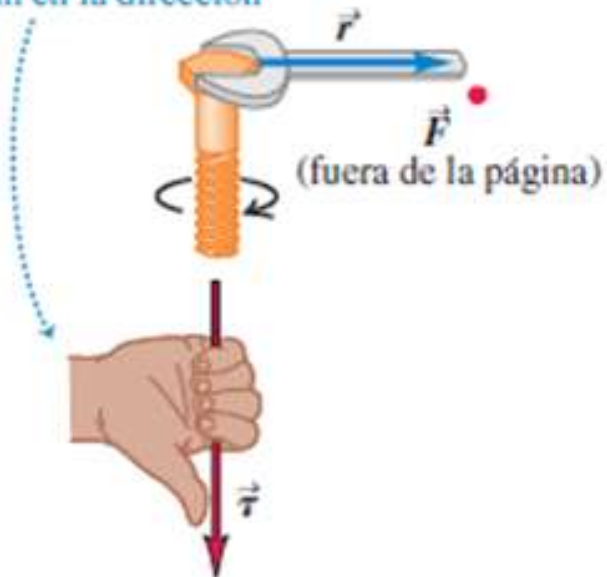
La magnitud, dirección y punto de aplicación de la fuerza son importantes para provocar la rotación.

MOMENTO O TORQUE (τ)

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Si usted apunta con los dedos de la mano derecha en la dirección de \vec{r} y luego los entrosca en la dirección de \vec{F} , sus pulgares extendidos apuntarán en la dirección de $\vec{\tau}$.



Los torques pueden provocar rotación en cualquier *sentido* (*antihorario u horario*).

Se debe **elegir un sentido de giro positivo**. Habitualmente se elige que los **torques en sentido antihorario son positivos**.

La **unidad del SI del torque es el newton-metro**.

Como el torque *no es trabajo ni energía* se expresa en **newton-metros, no en joules**.

Vectores perpendiculares al plano
(x) entrante al plano
(•) saliente al plano



CONDICIONES DE EQUILIBRIO

Dos condiciones de equilibrio: Condiciones necesarias y suficientes.

$$\sum \bar{F} = 0$$

$$\sum \bar{\tau} = 0$$

Alrededor de cualquier punto

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

Situaciones en las que un cuerpo rígido está en reposo (sin traslación ni rotación):
equilibrio estático.

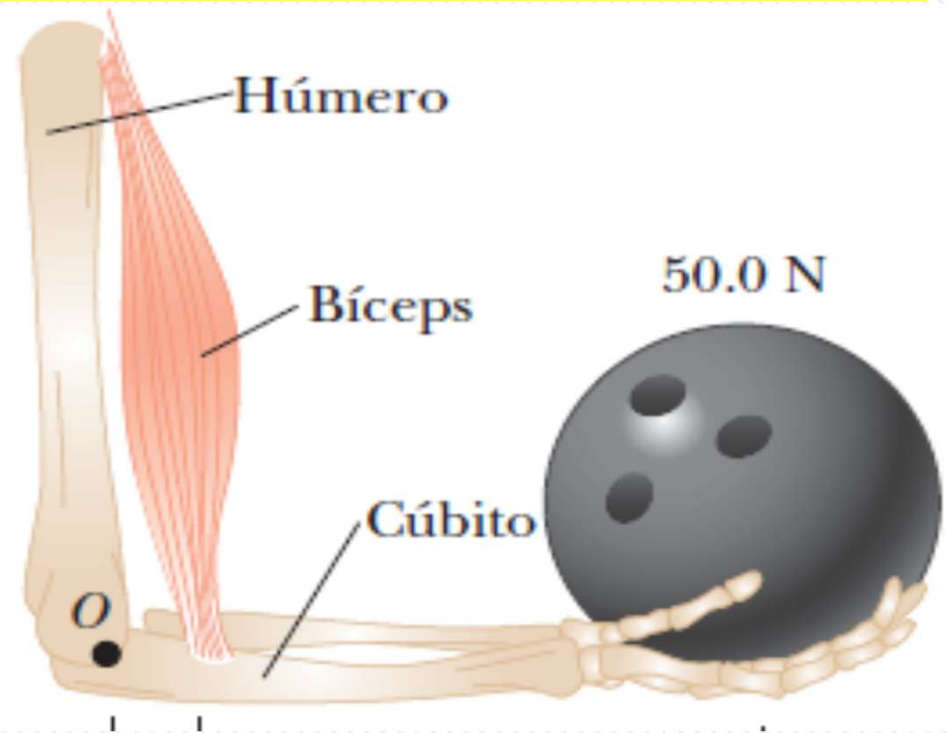
Las mismas condiciones son válidas para un cuerpo rígido con movimiento de *traslación* uniforme (sin rotación).

- 1) La suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el rígido es cero.
- 2) la suma de los torques con respecto a cualquier punto debe ser cero.

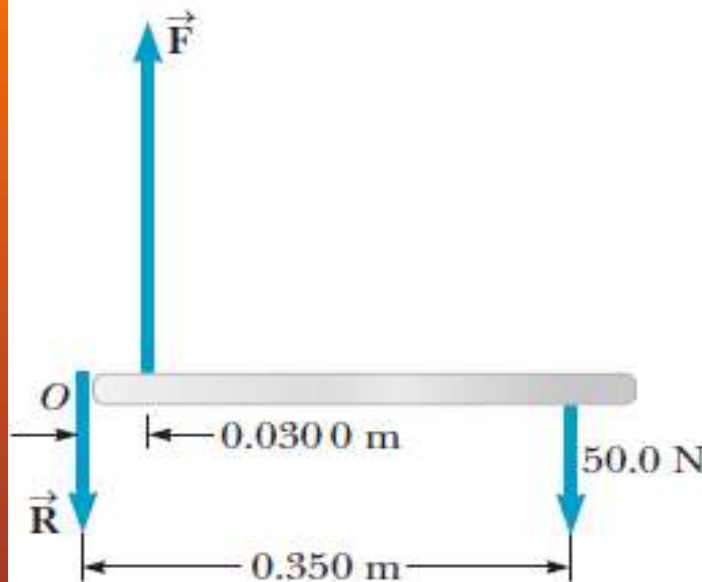
Centro de gravedad (C.G): Punto en el cual se puede considerar aplicado el peso w del cuerpo, de modo que el torque con respecto a cualquier punto producido por el peso así aplicado, es el mismo que el efecto que produce el peso distribuido en todo el cuerpo.

Ejercicio 3.10

Una bola de boliche de 50,0 N se sostiene en la mano de una persona con el antebrazo en posición horizontal, como se muestra en la figura. El músculo del bíceps se une a 30,0 mm del empalme y la bola está a 35,0 cm de éste. Encuentre la fuerza ascendente F ejercida por el bíceps sobre el antebrazo (el cúbito) y la fuerza hacia abajo R ejercida por el húmero sobre el antebrazo, actuando en el empalme. Desprecie el peso del antebrazo y la leve desviación de la vertical del bíceps.



Empecemos haciendo el D.C.L. de la situación:



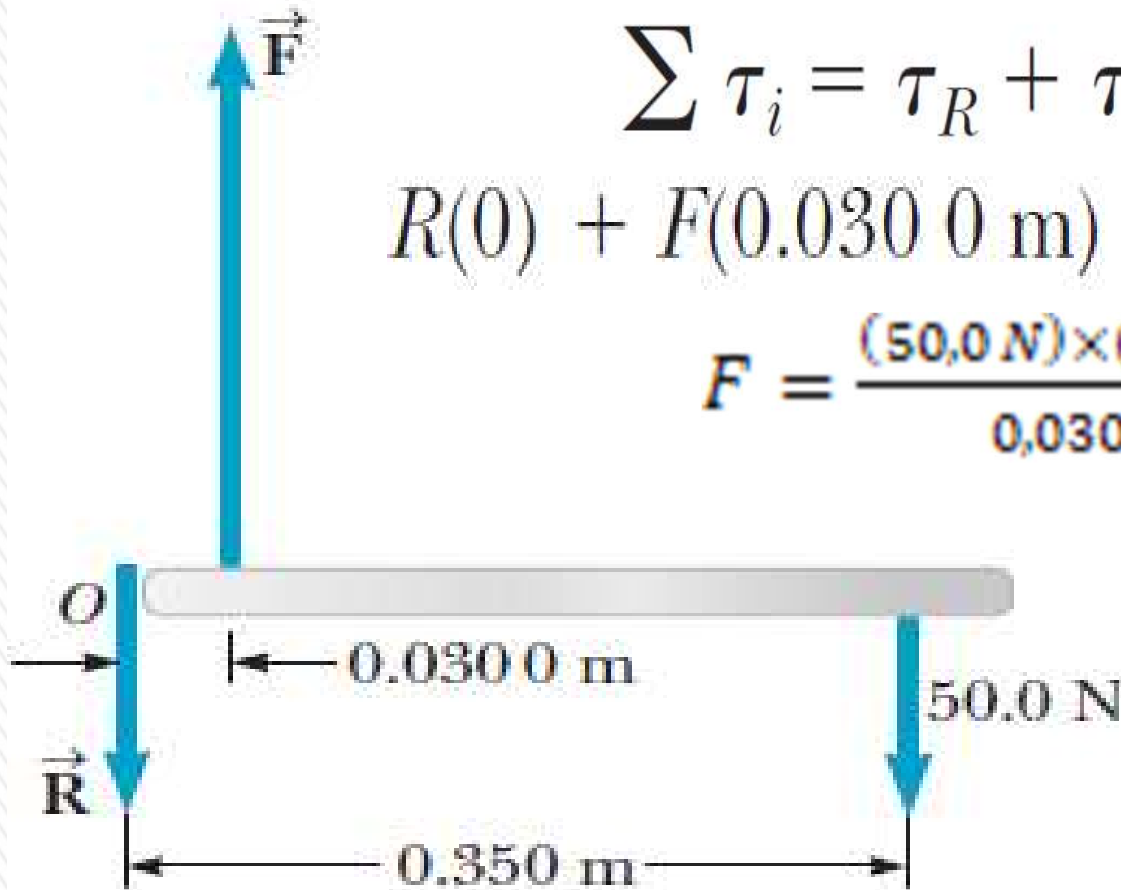
Las fuerzas que actúan sobre el antebrazo son equivalentes a las que actuarían sobre una barra de longitud 0,350 m, como se muestra: Elijo las coordenadas x y y de manera usual como se muestra y el eje en O en el extremo izquierdo, y uso las condiciones de equilibrio para establecer ecuaciones que involucren a las incógnitas F y R . La sumatoria de los torques respecto a cualquier punto debe ser cero, por lo que elijo respecto al punto O .

Ejercicio 3.10

$$\sum \tau_i = \tau_R + \tau_F + \tau_{BB} = 0$$

$$R(0) + F(0.0300 \text{ m}) - (50.0 \text{ N})(0.350 \text{ m}) = 0$$

$$F = \frac{(50.0 \text{ N}) \times (0.350 \text{ m})}{0.0300 \text{ m}} = 583,33 \text{ N}$$



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -R + F - 50,0 \text{ N} = 0$$

$$R = F - 50,0 \text{ N} = 583,33 - 50,0 = 533,33 \text{ N}$$

$$F = 583 \text{ N} \quad R = 533 \text{ N}$$

1er. Parcial 2023

Una bola de boliche que pesa **60,0 N** se sostiene en la mano de una persona con el antebrazo en posición horizontal, como se muestra en la figura. El músculo del bíceps se une por el punto **P** a **30,0 mm** del empalme (punto **O**) y forma un ángulo $\theta = 15,0^\circ$ con la vertical. La bola está a **35,0 cm** del punto **O**. Suponga que el conjunto antebrazo y mano tiene una masa de **3,46 kg** y que su centro de gravedad se encuentra a **145 mm** del punto **O**.

Encuentre el módulo de la fuerza **R** ejercida por el húmero sobre el antebrazo, actuando en el empalme **O**.

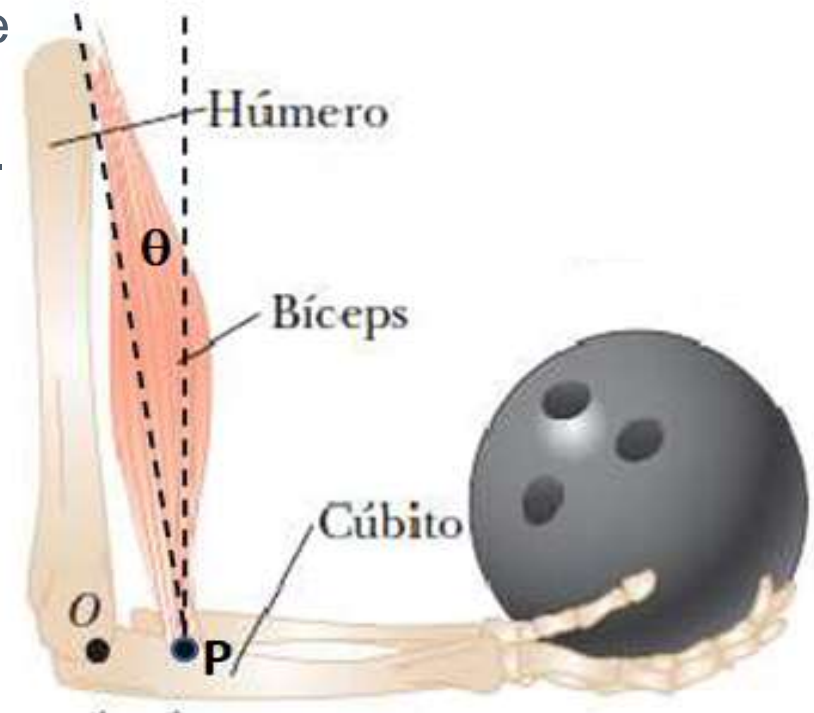
El peso del conjunto antebrazo y mano vale: $3,46 \times 9,80 = 33,908 \text{ N}$

Voy a modelar la situación como una barra sometida a distintas fuerzas.

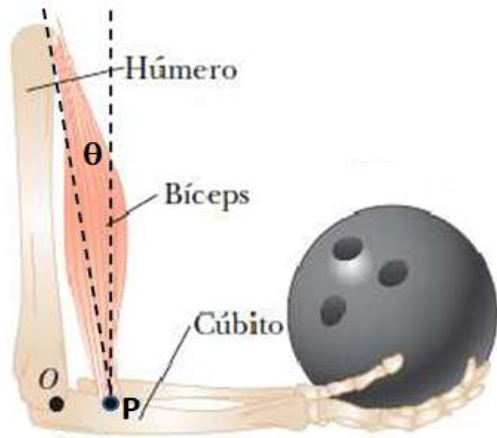
La fuerza **B** del bíceps tiene una componente vertical hacia arriba **B_y** y una componente horizontal **B_x** hacia la izquierda.

Por tanto la fuerza **R** del húmero, tendrá una componente horizontal **R_x** hacia la derecha para equilibrar a **B_x**.

Voy a calcular la sumatoria de torques con respecto al punto **O** de modo que la fuerza **R** tenga torque nulo.



1er. Parcial 2023



Una bola de boliche que pesa **60,0 N** se sostiene en la mano de una persona con el antebrazo en posición horizontal, como se muestra en la figura. El músculo del bíceps se une por el punto P a **30,0 mm** del empalme (punto O) y forma un ángulo $\theta = 15,0^\circ$ con la vertical. La bola está a **35,0 cm** del punto O. Suponga que el conjunto antebrazo y mano tiene una masa de **3,46 kg** y que su centro de gravedad se encuentra a **145 mm** del punto O. Encuentre el módulo de la fuerza **R** ejercida por el húmero sobre el antebrazo, actuando en el empalme O.

Sumatoria de torque respecto al punto O:

$$B_y \times 30 - 33,980 \times 145 - 60,0 \times 350 = 0$$

$$B_y = \frac{33,980 \times 145 + 60,0 \times 350}{30,0} = 863,889 \text{ N}$$

$$B_x = B_y \tan 15,0^\circ = 231,478 = R_x$$

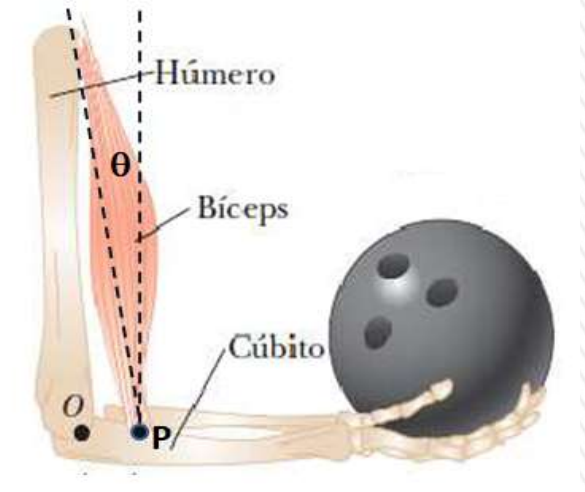
$$R_y = B_y - 33,908 - 60,0 = 863,889 - 33,908 - 60,0 = 769,981$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 804,022 \text{ N}$$

$$R = 804 \text{ N}$$

1er. Parcial 2023

Una bola de boliche que pesa $60,0 \text{ N}$ se sostiene en la mano de una persona con el antebrazo en posición horizontal, como se muestra en la figura. El músculo del bíceps se une por el punto P a $30,0 \text{ mm}$ del empalme (punto O) y forma un ángulo $\theta = 15,0^\circ$ con la vertical. La bola está a $35,0 \text{ cm}$ del punto O. Suponga que el conjunto antebrazo y mano tiene una masa de $3,46 \text{ kg}$ y que su centro de gravedad se encuentra a 145 mm del punto O. Encuentre el módulo de la fuerza R ejercida por el húmero sobre el antebrazo, actuando en el empalme O.



Considere las siguientes aseveraciones:

- Si sobre un cuerpo rígido la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre el mismo es nula y además estas fuerzas tienen direcciones de modo que se intersectan en un mismo punto, entonces el cuerpo está en equilibrio.
- La fuerza R tiene una componente horizontal dirigida hacia la izquierda.
- Si despreciamos la masa del conjunto antebrazo y mano, entonces la fuerza que ejercería el bíceps sería menor.
- Si la distancia entre los puntos O y P fuera mayor, entonces la fuerza R sería mayor.
- Si el ángulo θ fuera mayor al dado, entonces la fuerza que debe ejercer el bíceps sería menor.

Son verdaderas las siguientes:

- a) ii) y iv) b) ii) y v) **c) i) y iii)** d) ii) y iv) e) ii), iii) y v) f) i), iii) y v)

Ejercicio 3.13

Una escalera de densidad uniforme, de largo $L = 4,0$ m y masa $m = 30$ kg descansa contra una pared vertical sin rozamiento formando un ángulo de 60° con respecto al piso. El extremo inferior se apoya sobre un piso de coeficiente de rozamiento estático $0,40$. Un pintor de masa $M = 60$ kg intenta subir por la escalera.

¿Hasta qué distancia podrá subir sin que la escalera empiece a resbalar?

La fuerza que evita el deslizamiento de la escalera es la fuerza de fricción estática. Al empezar a subir el pintor, la escalera va a tender a deslizarse.

Sea d la mayor distancia a la que puede subir el pintor sin que la escalera resbale. Como me piden la distancia máxima, debo considerar el valor máximo posible de la fuerza de fricción estática: $f_s = \mu_s \cdot n$

Para que la escalera permanezca en equilibrio estático se deberán cumplir las condiciones de equilibrio

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum \tau = 0$$

Trazo los ejes x e y considerando como origen:
el punto de apoyo de la escalera con el piso.

Realizo el DCL...

