Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Álgebra Lineal I
Licenciatura en Matemática
Primer semestre de 2017

Segundo Parcial

1. En los siguientes casos, determinar si el subconjunto W es o no un subespacio de V, justificando la respuesta:

   a) $V = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ como espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$, $W = \{f \in V \mid f(0) = 5\}$,

   b) $V = \mathbb{R}^2$ como espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$, $W = \{(a, b) \in V \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$,

   c) $V = \mathbb{k}[x]$ como espacio vectorial sobre $\mathbb{k}$, $W = \{p \in V \mid 5 \text{ es raíz de } p\}$.

2. En los siguientes casos determinar si el conjunto $A \subseteq V$ es o no linealmente independiente, justificando la respuesta.

   a) $V = C[0, 1], A = \{e^t, e^{-t}\}$,

   b) $V = \mathbb{k}[x], A = \{2, t + 1, t^2 + 1, (t + 1)^2\}$,

   c) V cualquiera, u, v vectores linealmente independientes de V, $A = \{u - v, u + 3v\}$.

3. Sean W_1 y W_2 subespacios de un $\mathbb{R}$- espacio vectorial V de dimensión finita. Demostrar que las siguientes afirmaciones son equivalentes:

   (i) La suma $W_1 + W_2$ es directa

   (ii) Para bases cualesquiera B_1 de W_1 y B_2 de W_2 se tiene que $B_1 \cup B_2$ es base de $W_1 + W_2$.