

Práctico 8

iniciali: A $|\vec{U}_A| = U$ $U = |\vec{U}_B|$ B m_0 en reposo

finali: M_0

Cuadrivectores:

$$\left(\frac{E}{c}, P_x, P_y, P_z\right) = (P^0, P^1, P^2, P^3)$$

$$\Rightarrow P^\mu P_\mu = \frac{E^2}{c^2} - \underbrace{(P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)}_{P^2} = P'^\mu P'_\mu$$

Sistema del centro de masa: $\left(\frac{E'}{c}, 0, 0, 0\right) \Rightarrow \left(\frac{E'}{c}\right)^2$ normal.

Por la conservación: $\frac{E^2}{c^2} - P^2 = \frac{E'^2}{c^2} = \frac{(m_0 c^2)^2}{c^2}$

$$\Rightarrow E^2 = P^2 c^2 + (m_0 c^2)^2 \xrightarrow{\text{si } P=0} \boxed{E = m_0 c^2}$$

Cómo $P=0$ en ambos instantes: $E_i = E_f$

$$E_i = 2\gamma m_0 c^2 = M_0 c^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{U^2}{c^2}}}$$

Despejando:

$$\boxed{M_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{U^2}{c^2}}}}$$

b)

O'

A

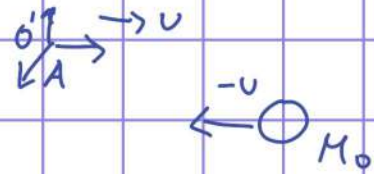
\vec{U}_B'
B

O' se mueve a una velocidad u

$$U_B' = \frac{U_B - U}{1 - \frac{U_B U}{c^2}} = \frac{-U - U}{1 - \frac{(-U)U}{c^2}} = -\frac{2U}{1 + \frac{U^2}{c^2}}$$

¿A qué velocidad se mueve la partícula compuesta con respecto al referencial o' ?

Respuesta: $-v$



Tomamos en cuenta la conservación de la cantidad de movimiento vista desde o' :

$$\frac{m_0 v_a'}{\sqrt{1 - v_a'^2/c^2}} + \frac{m_0 v_b'}{\sqrt{1 - v_b'^2/c^2}} = \frac{M_0 v_c'}{\sqrt{1 - v_c'^2/c^2}}$$

Observaciones: $v_a' = 0$ y $v_c' = -v$

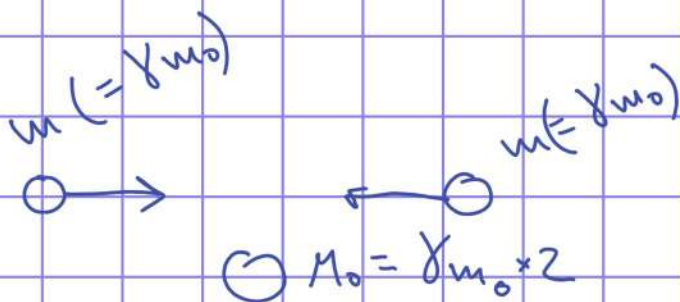
$$v_b' = -\frac{2v}{1 + v^2/c^2} \quad (\text{cálculo anterior})$$

Sustituyendo y evaluando:

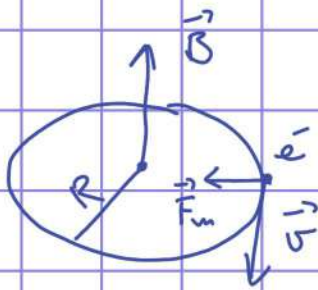
$$M_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow 2m_0 \gamma$$

$$= 2m_0 \gamma$$

¿Si $v \ll c$? $M_0 = 2m_0$



9



$$a) \vec{F}_m = q_e \vec{v} \times \vec{B} = m_e \vec{a}_c$$

$$\textcircled{1} q_e v B = m_e \frac{v^2}{R}$$

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 \textcircled{2}$$

Juntando $\textcircled{1}$ y $\textcircled{2}$ y resolviendo: $R = \sqrt{\frac{E m_e}{q_e B}}$

$$E = 10 \text{ MeV} \times \frac{1.6 \text{ eV}}{1 \text{ MeV}} \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 1.6 \times 10^{-12} \text{ J}$$

$$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg} \quad q_e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Rightarrow R = 0.0033 \text{ m} \quad \left. \vphantom{\Rightarrow} \right\} m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$$

$$b) E = K + m_e c^2 \Rightarrow K = 9.5 \text{ MeV}$$

Cálculo del factor γ del electrón:

$$E = K + m_e c^2 = \gamma m_0 c^2 \Rightarrow \gamma = \frac{E}{m_0 c^2} = 20$$

$$\text{Cálculo de } v: v = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} c = 0.9987c \approx c$$

$$\vec{F}_m = q_e \vec{v} \times \vec{B} \neq m_e \vec{a}_c$$

$$\vec{F}_m = \frac{m_e}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \vec{a}_\perp \quad |\vec{a}_c| = v^2/R \quad |\vec{F}_m| = q_e v B$$

$$\Rightarrow \gamma m_e \frac{v^2}{R} = q_e v B \Rightarrow R = \frac{\gamma m_e v}{q_e B}$$

$$v \approx c$$

$$\gamma = 20$$

calculando:

$$R = 5,7 \times 10^{-11} \text{ m}$$

57 pm