Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Álgebra Lineal II
Segundo semestre 2020

Examen teórico. 12/02/2021

En lo que sigue todos los espacios son de *dimensión finita*.

1. (**35 puntos**)
   Sean V un espacio vectorial y T un operador en V.
   a) Definir *valor propio* y *vector propio* de T.
   b) Probar que los valores propios de T coinciden con las raíces del polinomio característico de T.
   c) Definir que T sea *diagonalizable*. Dar un ejemplo de un operador que **no sea** diagonalizable, justificando la respuesta.

2. (**35 puntos**)
   Supongamos que es $\Bbbk = \mathbb{R}$ o $\mathbb{C}$, que V es un espacio con producto interno y que W es un subespacio de V
   a) Definir el *complemento ortogonal* $W^{\perp}$.
   b) Probar $V = W \oplus W^{\perp}$.
   c) Definir la *proyección ortogonal* P_W.
   d) Probar que P_W es autoadjunto.

3. (**30 puntos**)
   Sean V un espacio vectorial y T un operador en V.
   a) Definir el *polinomio minimal* de T.
   b) Dar un ejemplo de un operador y de su polinomio minimal (justificando).
   c) Probar que el polinomio minimal de T y el polinomio característico de T tienen las mismas raíces.

Nota. En las demostraciones se deben justificar todos los pasos; si para hacerlo se necesita un resultado previo, entonces deben enunciarlo claramente (no se pide la prueba). Es decir, escribir una frase del tipo “usando el teorema que dice ..., entonces ...”