PROBLEMA 1

A) En el punto C el móvil debe tener velocidad $\neq 0$ para que haya aceleración centrípeta $= mg$

$$mg = \frac{m v^2}{R} \Rightarrow v^2 = gR$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} K_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m g R \\ U_C = mg\,2R \end{array}\right\} \Rightarrow E_C = \frac{5}{2} mgR = U_0 = mgH_0$$

$$\Rightarrow \boxed{H_0 = \frac{5}{2} R}$$

B) $|F_A| = |N_A|$ $\qquad v_A / \ \frac{1}{2} m v_A^2 = mgH_0 = \frac{5}{2} mgR$

$$N_A - mg = \frac{m v_A^2}{R} \Rightarrow N_A = mg + 5mg = 6mg$$

$$\Rightarrow \boxed{F_A = 6mg}$$

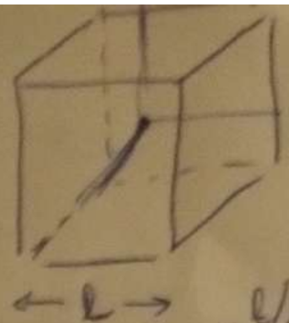
$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 - mgR$$
$$m v_B^2 = m v_A^2 - 2mgR$$

$$F_B = N_B = \frac{m v_B^2}{R} = 5mgR - 2mgR$$

$$\boxed{F_B = 3mg}$$

$$\frac{m v_C^2}{R} = mg \Rightarrow N_C = 0 \Rightarrow \boxed{F_C = 0}$$

PROBLEMA (2)



A) $I_{ij} = \int_V \rho\left[\delta_{ij}\sum_k x_k^2 - x_i x_j\right] dV$

$$\Rightarrow I_{11} = \rho\int\left[\cancel{x_1^2}+x_2^2+x_3^2-\cancel{x_1^2}\right]\underset{dx_1\,dx_2\,dx_3}{\underset{\parallel}{dV}} = \rho\int_{-l/2}^{l/2} dx_3 \int_{-l/2}^{l/2}(x_2^2+x_3^2)\,dx_2\int_{-l/2}^{l/2}dx_1$$

$$= \rho l \int_{-l/2}^{l/2} dx_3 \left.\frac{x_2^3}{3} + x_3^2 x_2\right|_{-l/2}^{l/2} = \rho l \int_{-l/2}^{l/2}\left(\frac{\cancel{2}l^3}{3\times\cancel{8}_4}+2l x_3^2\right)dx_3$$

$$= \rho l\left(\frac{l^3}{12}l + 2l\left.\frac{x_3^3}{3}\right|_{-l/2}^{l/2}\right) = \rho l\left(\frac{l^4}{12}+\frac{l^4}{12}\right) = \frac{\rho l^5}{6} = \rho l^3\frac{l^2}{6}$$

$$= \frac{ml^2}{6}$$

Lo mismo se obtiene para I_{22} e I_{33}

$$I_{12} = -\rho\int_V x_1x_2\,dV = -\rho\int_{-l/2}^{l/2} x_1\,dx_1\int_{-l/2}^{l/2} x_2\,dx_2\underbrace{\int_{-l/2}^{l/2}dx_3}_{l}$$

$$= -\rho l\underbrace{\left(\left.\frac{x^2}{2}\right|_{-l/2}^{l/2}\right)^2}_{0} = 0$$

El mismo argumento vale para I_{ij} con $i\neq j$, $I_{ij}=0$ si $i\neq j$

$$\Rightarrow I_{CM} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6}ml^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6}ml^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6}ml^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{6}ml^2\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

~~B) [illegible]~~

B) Los ejes desde el origen perpendiculares a las caras del cubo son principales.

Por la simetría $I_{11}=I_{22}=I_{33}$

Por la simetría los planos paralelos a las caras por el CM son de simetría.

Por otro lado, los planos ... los ejes perpendiculares a ellos SON PRINCIPALES

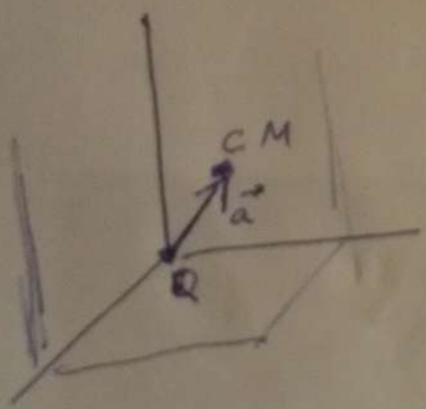
c) Si llamamos J_{ij} al tensor de inercia calculado con el origen en un vértice

$\Downarrow$ Por el teorema de Steiner

$$J_{ij} = I_{ij} + m\left(a^2 \delta_{ij} - a_i a_j\right)$$

$$\Downarrow$$

$$J_{ii} = I_{ii} + m\left(a^2 - a_i^2\right)$$



Siendo $\vec{a}$ la semi diagonal del cubo

$$\Downarrow$$

$$\vec{a} = \frac{l}{2}(\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k})$$

$$\Downarrow$$

$$J_{ii} = I_{ii} + m\left(\frac{3l^2}{4} - \frac{l^2}{4}\right) = I_{ii} + \tfrac{1}{2} m l^2$$

$$= \tfrac{1}{6} m l^2 + \tfrac{1}{2} m l^2$$

$$= \tfrac{2}{3} m l^2$$

De la misma manera:

$$\underset{i \neq j}{J_{ij}} = \overset{\to 0}{I_{ij}} - m\frac{l^2}{4} = -\frac{ml^2}{4}$$

$$\Rightarrow J_Q = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/4 & -1/4 \\ -1/4 & 2/3 & -1/4 \\ -1/4 & -1/4 & 2/3 \end{bmatrix} ml^2$$

D) La diferencia que hay con el tensor I es que este no es diagonal $\Rightarrow$ los ejes por el vértice NO SON principales

$$\downarrow$$

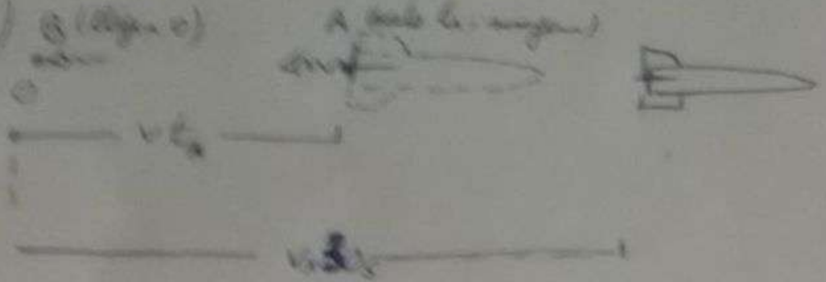
Esperado porque ~~de~~ vértice no pertenece a un plano de simetría del cubo

Problema 3

$u_{1x} = -u_{2x} = 0.8c$

A) $u'_{1x} = \frac{u_{1x} - u_{2x}}{1 - \frac{u_{1x} u_{2x}}{c^2}} = \frac{0.8c - (-0.8c)}{1 + 0.64} = \frac{1.6c}{1.64} = 0.976\,c$

B)



Llamemos $u'_{1x} = \underline{v}$

$\beta = v/c = 0.976$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 4.6$

el evento A es la partida de la señal con la imagen

$t_A < 30\,s$ cuando la nave espacial de O' estaba a una distancia

$x_A = v t_A$

$x_A = v t_A = c(\overset{t_B}{30} - t_A) \iff 0.976\, \cancel{c}\, t_A = 30 \cancel{c} - \cancel{c}\, t_A$

$\iff 1.976\, t_A = 30 \iff t_A = \frac{30}{1.976} \simeq 15.2\ s$

Para obtener t'_A utilizamos la Transformación de Lorentz:

$t'_A = \gamma(t_A - v x_A/c^2) = \gamma(t_A - \beta^2 t_A) = \frac{1-\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} t_A = \sqrt{1-\beta^2}\, t_A = \frac{t_A}{4.6} = \frac{15.2}{4.6} = 3.3$

Esto se puede verificar usando las Transformaciones de Lorentz inversas:

$t_A = \gamma(t'_A + v \overset{0}{x'_A}/c^2) = \gamma t'_A \Rightarrow t'_A = 1/\gamma\, t_A$ ✓

C) Si B es el evento de que llega la luz con la imagen del reloj de O' a O

$\Rightarrow t_B = 30\,s$

Pero O' se mueve con velocidad $v = 0.976c \Rightarrow$ su reloj ATRASA en

$t'_B = \frac{30\,s}{1/\gamma} = \frac{30}{0.22}\,s = \boxed{137\,s}$

D) Se resuelve en forma similar a B) intercambiando a O y O'

Llamemos C al evento de salida del pulso

D al " " llegada " " a O'

Queremos calcular t'_D

$(1+\beta)t'_C = t'_D \Rightarrow t'_D = (1+\beta)\gamma\, t_C = 1.976 \times 4.6 \times t_C = \boxed{270\,s}$