16/9:

T operador diagonalizable, W un subespacio no nulo T-invariante de V (T(W) < W)

v1,...,vk vectores propios con valores propios distintos $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$

Caso base: Si v1 está en W, entonces v1 está en W.

Caso inductivo: Supongamos que el resultado es cierto para k, es decir si v1+...+vk está en W, entonces v1,...,vk están en W.

Sea v{k+1} otro vector propio L.I. con {v1,...,vk}, suponemos que v1+....+vk+v{k+1} está en W. Queremos probar que v1,...,vk,v{k+1} están en W.

Entonces v{k+1} =w -(v1+....+vk) con w en W

Como v1+....+vk están en W, y W es un subespacio, entonces w-(v1+....+vk) está en W, es decir v{k+1} está en W.

b) Sabemos que T:V-->V es diagonalizable, queremos ver que T:W-->W también lo es.

Como T:V-->V es diagonalizable, entonces existe una base B={v1,...,vl} de V formada por vectores propios.

Sea C={w1,...,wk} una base de W cualquiera, existe pues tiene dimensión finita.

Como W es un subespacio de V, entonces para wj en C en W existen v1,...,vn vectores propios de T, tal que wj=c1v1+....+cnvn, porque {v1,...,vn} está en B.

Por la parte (a), sabemos que c1v1,....,cnvn están en W. Sabemos que {v1,...,vn} es L.I.
Podemos suponer que todos los ci son distintos de 0, porque hay alguna manera de escribir w sin usar ci=0. Entonces {c1v1,...,cnvn} es L.I.

Entonces como para todo w en la base C de W, podemos encontrar vectores propios tal que w es una combinación lineal de los vectores propios, luego tomamos estos vectores propios como base de W.

Habria que verificar que todos los vj que usamos están en W, que el conjunto genera y que es L.I.
Como {v1,...,vl}=B es L.I. cualquier subconjunto va a ser L.I.
Sabemos que genera porque ese conjunto genera al conjunto {w1,...,wk} que es base de W.
Los vj´s están en W por la parte (a).