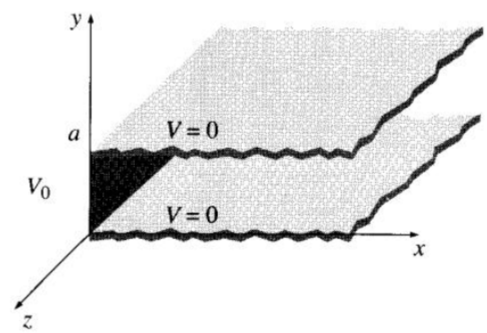
Electromagnetismo (2020)

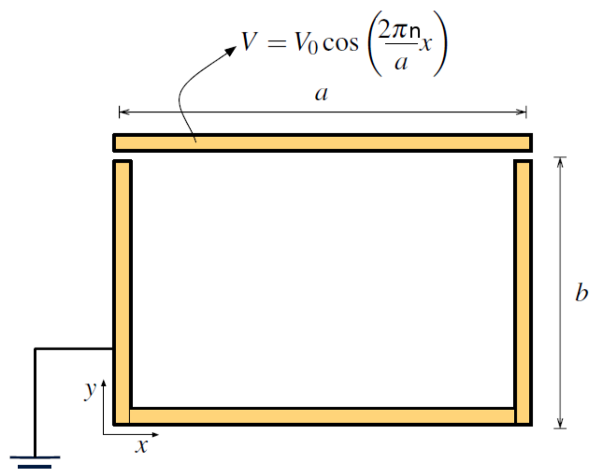
Práctico 5

Ecuación de Laplace con Separación de Variables

1. Dos placas conductoras infinitas paralelas al plano xy están en $y = 0$ e $y = a$, respectivamente. Las placas están a potencial cero. El extremo izquierdo, en $x = 0$, se cierra con una tira infinita aislada de los dos planos. Esta tira está a un potencial V_o. Determinar el potencial entre las placas.



2. Considere una caja rectangular muy larga pero de sección rectangular de ancho a y alto b. A los lados y abajo están conectadas a tierra, es decir, a potencial cero. La superficie superior tiene un potencial periódico $V(x, y = b) = V_0 cos(\frac{2\pi n}{a}x)$ (donde n es un número entero). Encuentre el potencial en el interior, $V(x, y)$.



3. Un cascarón esférico de radio R tiene una densidad de carga superficial fija dada por $\sigma(\theta)$. Encuentre el potencial en todo el espacio. Halle la solución completa en el caso en que $\sigma(\theta) = kcos(\theta)$

4. Considere dos cascarones conductores, uno a potencial V_a y otra a potencial V_b, determinar

el potencial electroestático en la región comprendida entre los cascarones en las siguientes circunstancias:

a) Los cascarones son esféricos con radios a y b ($b > a$).

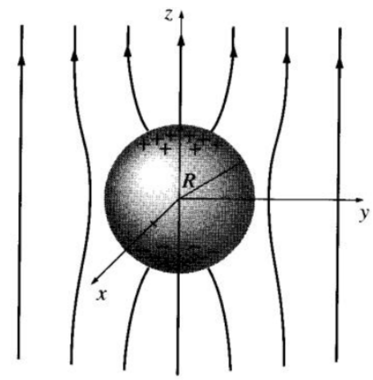
b) Los cascarones son cilíndricos (infinitos) con radios a y b ($b > a$).

5. Una esfera conductora descargada se coloca en un campo eléctrico inicialmente uniforme $\vec{E_o} = E_o\hat{k}$ como muestra la figura.

    a) Cacular el potencial exterior a la esfera y la densidad de carga inducida en esta.

    b) ¿Cómo es el campo eléctrico en el interior de la esfera?

    c) Considere ahora que la esfera tiene carga Q. ¿Qué diferencias aparecen? ¿Cuánto vale ahora la fuerza sobre la esfera?



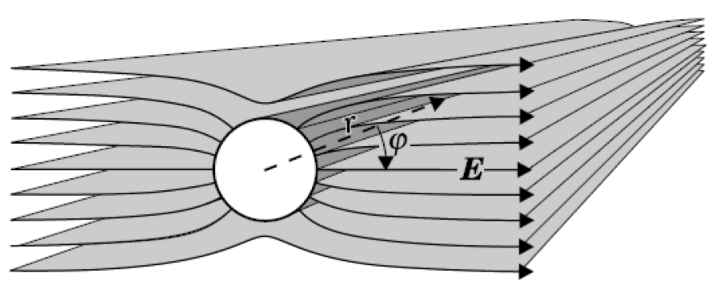
6. Un dipolo puntual se localiza en el centro de un cascarón esférico conductor conectado a tierra. Calcular el potencial en el interior de la esfera usando el método de separación de variables.

7. Considere una esfera de radio R centrada en el origen. La esfera tiene una densidad de carga superficial dada por:

$$\sigma(r,\theta,\varphi) = \frac{4}{3}P_0(cos(\theta)) + P_1(cos(\theta)) + \frac{2}{3}P_2(cos(\theta)) = 1 + (cos(\theta)) + (cos^2(\theta))$$

Halle el potencial electrostático respecto al infinito, en todo punto del espacio exterior a la esfera.

8. Un conductor cilíndrico de radio a y longitud infinita no tiene carga neta. El conductor se coloca en un campo eléctrico inicialmente uniforme cuya dirección es perpendicular al eje del cilindro. Halle el potencial en el exterior del cilindro y la densidad de carga en este.

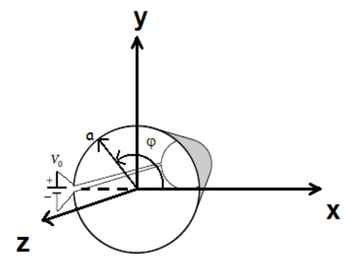


9. Un cilindro conductor infinito de radio b está dividido longitudinalmente en dos mitades que se mantiene a potenciales $\pm V_0$. En el interior, y coaxial a él, se tiene otro cilindro conductor infinito de radio a, que se mantiene a potencial cero. ¿Cómo es la distribución superficial de carga del conductor interior?

Propuestas adicionales

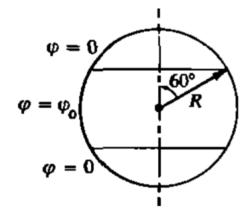
10. Un cubo de arista a formado por paredes metálicas está conectado a tierra salvo su cara superior que se encuentra sometida a un potencial V_0. Halle el potencial electroestático dentro del cubo.

11. Un cilindro muy largo (asúmase infinito) resistivo de radio a con un gap longitudinal y muy angosto en $\varphi = \pi$ lleva una corriente en la dirección azimutal, dando lugar a un potencial que varía linealmente con el ángulo: $V(\alpha, \varphi) = \frac{V_0 \varphi}{2\pi}$ para $-\pi < \varphi < \pi$. Encuentre el potencial en el interior del cilindrio $r < a$.



12. El potencial en la superficie de una esfera de radio R está dado por $V_0 = kcos(3\theta)$, siendo k una constante. Halle el potencial eléctrico en todo el espacio y la densidad superficial de carga en la esfera.

13. Un cascarón esférico conductor, de radio R, está dividido en 3 segmentos como muestra la figura. El segmento ecuatorial está a potencial φ_0, mientras que los polos están a potencial cero, al igual que el potencial a una distancia infinita de la esfera. Es decir:



$$\varphi(R, \theta, \phi) = \begin{cases} 0 & si\ 0 < \theta < \frac{\pi}{3} \\ \varphi_0 & si\ \frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2\pi}{3} \\ 0 & si\ \frac{2\pi}{3} < \theta < \pi \end{cases}$$

a) Use la relación de ortogonalidad de los polinomios de Legendre,

$$\int_0^\pi P_m(cos\theta) P_n(cos\theta) sen\theta d\theta = \frac{1}{n + 1/2} \delta_{mn},$$

para encontrar el potencial electroestático en el interior del cascaron.

b) Halle explícitamente el potencial fuera del cascaron, despreciando términos que decaen más rápidamente que $\frac{1}{r^3}$.